

**Este artículo puede ser usado únicamente para uso personal o académico.  
Cualquier otro uso requiere permiso del autor.**

# Supresión experimental de caos mediante control nominal $H_\infty$

R.A. Flores-Estrella, C. Hernández-Rosales, R. Femat\*  
 Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A. C. - IPICYT  
 Camino a la presa de San José Apdo. Postal 3-74, 78231, San Luis Potosí, S.L.P., México.  
 rene.flores@ipicyt.edu.mx, heros@ipicyt.edu.mx, rfemat@ipicyt.edu.mx  
 Teléfono: (444) 834 2000

**Resumen**— La contribución del trabajo aborda la implementación del sistema de control sintetizado vía  $H_\infty$  nominal en un circuito electrónico que representa el sistema caótico del tipo Malasoma.  
 Derecho reservado © AMCA

**Palabras clave:** Control robusto, Caos,  $H_\infty$ .

## I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas caóticos de gran interés debido a su comportamiento errático el cual se presenta en varias áreas del conocimiento. Algunos casos de importancia en los que se presentan este tipo de comportamiento son en sistemas físicos, mecánicos, químicos y biológicos. El comportamiento caótico puede en algunos casos ser indeseable ya que degradan el desempeño del sistema en cuestión. Un ejemplo de gran importancia que se presenta en sistemas biológicos es el comportamiento errático del corazón conocido como arritmia cardiaca (Zhang y col, 2009).

Dos principales problemas son abordados en el tema de caos; uno es la supresión y otro es el de sincronización. El siguiente trabajo se basa principalmente en el de supresión.

Existen varios métodos de suprimir caos entre los que se encuentran

El trabajo presentado por Malasoma (2002) aborda el comportamiento de sistemas del tipo (1) los cuales se pueden escribir como tres ecuaciones diferenciales de primer orden, los cuales presentan un comportamiento caótico.

$$\ddot{x} + \alpha \dot{x} - x \dot{x} + x = 0 \quad (1)$$

El sistema dinámico (1) puede ser reescrito como tres ecuaciones diferenciales de primer orden, los cuales presenta comportamiento caótico para algunos valores del parámetro  $\alpha$ , conocido como parámetro de bifurcación

(Malasoma, 2002).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - x_1 - \alpha x_3 \end{aligned} \quad (2)$$

## II. PRELIMINARES

Para la formulación del problema de control se consideró que el sistema (2) linealizado alrededor del punto de equilibrio en el origen puede ser descrito como una transformación lineal fraccionada (LFT) donde  $G$  y  $K$  se asumen que son funciones de transferencia propias y racionales (Figura 1). La matriz de transferencia de la planta generalizada tiene la siguiente realización:

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} G_{11} & G_{12} \\ \hline G_{21} & G_{22} \end{array} \right] \quad (3)$$

Los cuales son compatibles con dimensiones de  $z(t) \in R^p$ ,  $y(t) \in R^p$ ,  $w(t) \in R^d$ ,  $u(t) \in R^q$  y el estado  $x(t) \in R^n$ . La síntesis del controlador óptimo vía  $H_\infty$  es descrito mediante el siguiente enunciado: Dado  $\gamma > 0$ , encontrar un controlador  $K(s)$ , si existe, tal que  $|T_{zw}|_\infty < \gamma$ .

$$T_{zw} = F_1(G, K) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (4)$$

Siendo  $T_{zw}$  la función de transferencia de  $z$  a  $w$  (Zhou y col, 1996). Donde  $w$  es el vector de entradas las cuales incluyen las referencias, perturbaciones, y ruido. El vector  $z$  son las variables de salida del sistema.

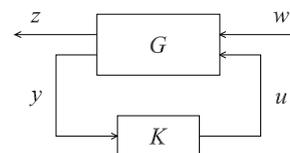


Figura 1. Transformación lineal fraccionada.

### III. DISEÑO DEL CIRCUITO ELECTRÓNICO

El diagrama de bloques del sistema (2) es representado en la Figura 2. Para la implementación de dicho sistema es requerido tres integradores así como operadores tales como la adición y multiplicación. Los principales componentes son cinco integradores analógicos del tipo TL0884CN y un multiplicador analógico tipo AD633JN.

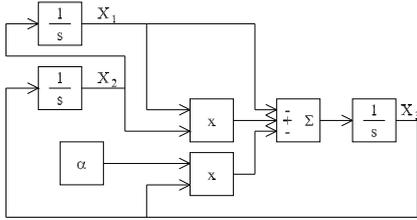


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema Dinámico.

### IV. RESULTADOS

El comportamiento caótico del sistema (2) para los tres estados se muestra en la Figura 3. La linealización del sistema se realizó alrededor del punto de equilibrio en el origen y la representación del sistema se presenta en (5).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} J_{12} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_3 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

La linealización del sistema (2) se realizó para el punto  $x_1 = x_2 = x_3 = 0$  y el valor del parámetro de bifurcación fue  $\alpha = 2$ . El sistema linealizado se presenta en (6).

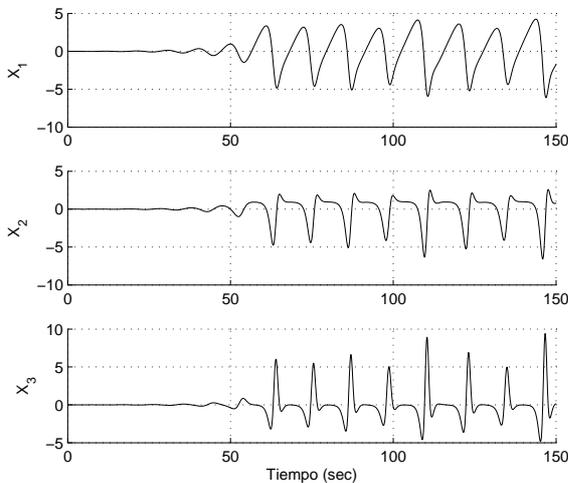


Figura 3. Comportamiento caótico del sistema (2) con valores iniciales  $x_1 = 0,0022$ ,  $x_2 = 0,0024$ ,  $x_3 = 0,0039$  y  $\alpha = 2,022$ .

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

La respuesta en la frecuencia de los valores singulares del sistema (6) se presenta en la Figura 5. Como puede observarse se tiene como magnitud máxima de 8 unidades y se presenta al rededor de los  $6.5 \text{ rad/sec}$ .

El diseño del controlador nominal del diagrama de control propuesto en la Figura 4 se obtuvo mediante el Toolbox de control robusto de MatLab<sup>®</sup>. Se consideró para el diseño nominal las dimensiones  $B_2 = 1$  y  $C_1 = 1$  en el sentido de (3). La función de transferencia para el controlador obtenida se presenta en la ecuación (7). La respuesta en la frecuencia de los valores singulares del controlador se presenta en la Figura (6).

$$K = \frac{-0,007153s^2 + 0,169s + 0,4076}{s^3 + 2,822s^2 + 1,983s + 1,408} \quad (7)$$

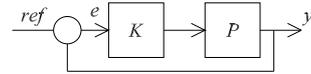


Figura 4. Diagrama de lazo cerrado del sistema de control.

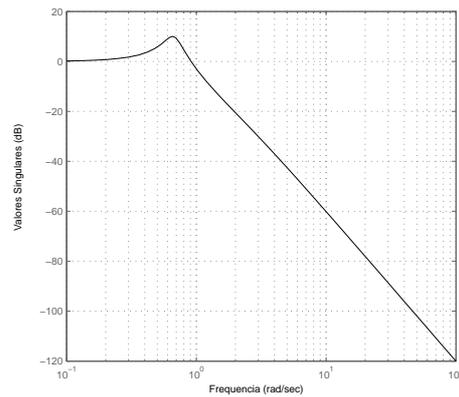


Figura 5. Valores singulares de la respuesta en la frecuencia de la planta.

Para la implementación experimental se procedió a convertir las señales de salida y salida del sistema a lazo cerrado mediante convertidores analógico digital y digital analógico. El sistema fue alimentado mediante una fuente de  $\pm 12 \text{ mV}$  durante todo el proceso de muestreo, permitiendo que se desarrolle el sistema caótico durante los primeros 5 segundos. Posteriormente se activa el sistema de control mediante un temporizador programado para activarse hasta el segundo 5.

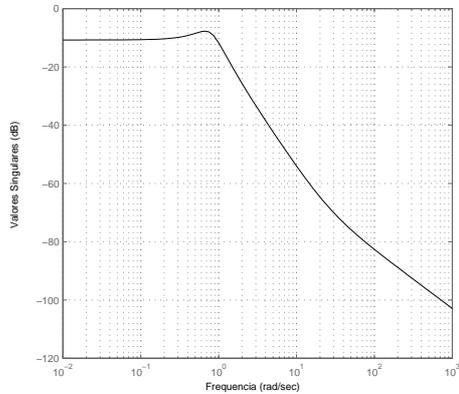


Figura 6. Valores singulares de la respuesta en la frecuencia del controlador.

El sistema caótico termina desvaneciéndose a los 70 segundos lo cual es un tiempo considerable tomando en cuenta otros tipos de control que realizan la supresión de caos. Sin embargo cabe aclarar que el circuito es 100 veces más rápido y 20 veces reducido en magnitud. A pesar de esto el sistema de control logra suprimir el comportamiento caótico. Como primera implementación el controlador logra su objetivo a un tiempo considerable, abriendo la posibilidad de mejorar el controlador mediante la consideración de funciones pesos que consideren las incertidumbres de la planta.

La respuesta del sistema (2) a laso cerrado con el control (7) se presenta en la Figura (7).

## V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el diseño del circuito electrónico del sistema caótico tipo Malasoma así como la implementación del sistema de control que permitió suprimir su comportamiento caótico. Para llevar acabo el diseño del controlador se linealizó el sistema caótico alrededor del origen y se diseñó un controlador nominal vía  $H_\infty$ . Se implementó dicho controlador al circuito electrónico que representa el sistema caótico no lineal con variación en frecuencia y magnitud al sistema  $\mu$  y se obtuvieron resultados los cuales evidencian la supresión del comportamiento caótico del sistema en estudio. Como trabajo futuro se propondrá incluir como incertidumbre paramétrica no estructurada el parámetro de bifurcación  $\alpha$  y funciones peso al sistema lineal fraccionado que permita abordar la variación en magnitud y frecuencia del sistema cótico del tipo Malasoma.

## VI. AGRADECIMIENTOS

R.A. Flores-Estrella agradece al CONACyT por el apoyo financiero bajo el rubro de becarios nacionales No. 290575.

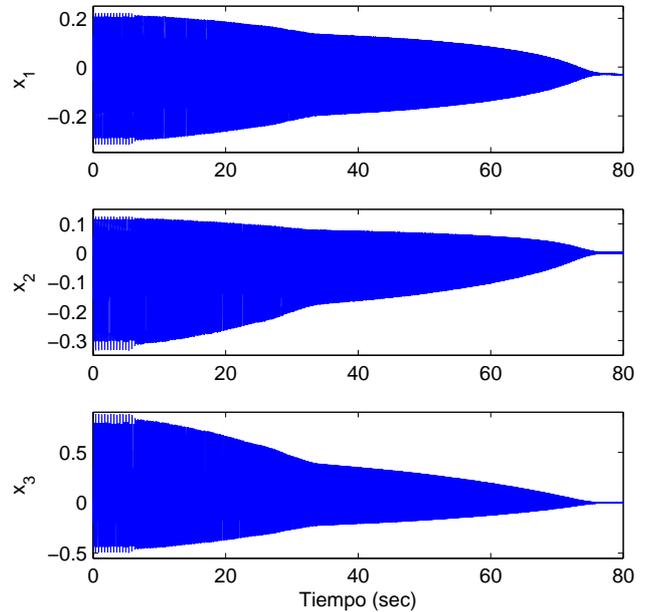


Figura 7. Resultados de la implementación del control nominal.

## REFERENCIAS

- Malasoma J. M. (2002). A new Class of Minimal Chaotic Flows. *Physics Letters* **305**, 52–58.
- Zhou K., Doyle J. C. and Glover K (1996). *Robust and Optimal Control*. Prentice-Hall. New Jersey.
- Zhang H., Lui D. y Wang Z. (2009). *Controlling Chaos*. Springer-Verlag Londond.