



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN  
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

**POSGRADO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

**Control No-lineal de un Sistema de Conversión Eléctrica  
Basado en una Celda de Combustible.**

Tesis que presenta

**Yuz Asaf Zúñiga Ventura**

Para obtener el grado de

**Doctor en Control y Sistemas Dinámicos**

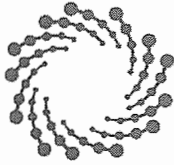
**Directores de la Tesis:**

Dr. Diego Langarica Córdoba

Dr. Jesús Leyva Ramos

San Luis Potosí, S.L.P., 09 de Mayo de 2019





**IPICYT**

## Constancia de aprobación de la tesis


La tesis “**Control No-lineal de un Sistema de Conversión Eléctrica Basado en una Celda de Combustible**” presentada para obtener el Grado de Doctor en Control y Sistemas Dinámicos, fue elaborada por **Yuz Asaf Zúñiga Ventura** y aprobada el **nueve de mayo del dos mil diecinueve** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.




**Dr. Jesús Leyva Ramos**  
Codirector de la tesis



**Dr. Diego Langarica Córdoba**  
Codirector de la tesis



**Dr. César Fernando Francisco Méndez Barrios**  
Jurado en el Examen



**Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar**  
Jurado en el Examen



**Dr. Hugo Cabrera Ibarra**  
Jurado en el Examen



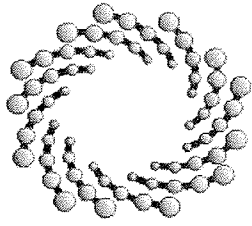


## **Créditos Institucionales**

Esta tesis fue elaborada en el Laboratorio de Energías Sustentables de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección del Dr. Diego Langarica Córdoba y del Dr. Jesús Leyva Ramos, además bajo el apoyo técnico de M. en C. Luis Humberto Díaz Saldierna y M. en C. Irwin Allen Díaz Díaz.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (No. 279109) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.





**IPICYT**

# Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

## Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 013 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Doctorado en Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 9 días del mes de mayo del año 2019, se reunió a las 12:10 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

<b>Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar</b>	<b>Presidente</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Jesús Leyva Ramos</b>	<b>Secretario</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. César Fernando Francisco Méndez Barrios</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>UASLP</b>
<b>Dr. Diego Langarica Córdoba</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>UASLP</b>
<b>Dr. Hugo Cabrera Ibarra</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**DOCTOR EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

sustentó el C.

**Yuz Asaf Zúñiga Ventura**

sobre la Tesis intitulada:

*Control No-lineal de un Sistema de Conversión Eléctrica Basado en una Celda de Combustible*

que se desarrolló bajo la dirección de

**Dr. Jesús Leyva Ramos**  
**Dr. Diego Langarica Córdoba (UASLP)**

El Jurado, después de deliberar, determinó

**APROBARLO**

Dándose por terminado el acto a las 14:00 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 9 días del mes de mayo de 2019.

**Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez**  
Jefa del Departamento del Posgrado

**Dr. Marcial Bonilla Marín**  
Secretario Académico







# Agradecimientos

Principalmente quisiera agradecer a mi familia, a mis padres Irma Ventura Jiménez y Jesús Zúñiga Zuviri, a mis hermanas Nayeli Zúñiga Ventura y Samantha Zúñiga Ventura, que siempre me han apoyado incondicionalmente en esta etapa de mi vida.

En particular al Dr. Diego Langarica Córdoba, por aceptar trabajar conmigo en esta tesis doctoral, por su asesoría, paciencia, experiencia y apoyo, los cuales permitieron llevar a cabo todo el trabajo que se realizó.

Muy especialmente al Dr. Jesús Leyva Ramos, por el apoyo de dirección brindado mientras se realizaba esta tesis.

A los sinodales: Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar, Dr. Cesar Fernando Francisco Méndez Barrios y Dr. Hugo Cabrera Ibarra, por sus apreciadas observaciones y sugerencias, para hacer de este documento algo mejor.

A los técnicos de laboratorio Mtro. Luis Humberto Díaz Saldierna y Mtro. Irwin Allen Díaz Díaz, por su valiosa colaboración para la obtención de resultados experimentales.

A los profesores investigadores de la División de Matemáticas Aplicadas del IPICYT por todos los conocimientos brindados dentro y fuera de las aulas.

A CONACyT, por la beca brindada, ya que sin ella, todo esto no hubiera sido posible.

A todos aquellos amigos y compañeros que me apoyaron para seguir adelante.

A todos gracias por su apoyo, paciencia y dedicación.



# Glosario de símbolos y acrónimos

IRENA	Agencia internacional de energías renovables
IEA	Agencia internacional de la energía
FC	Celda de combustible
SC	Supercapacitor
I&I	Inmersión e invarianza
CD	Corriente directa
CD-CD	Corriente directa a corriente directa
VMC	Control de modo voltaje
CMC	Control de modo corriente
V	Voltios
A	Amperes
$\Omega$	Ohms
W	Watts
$V_F$	Voltaje de la celda de combustible
$I_F$	Corriente de la celda de combustible
$E_O$	Voltaje de la celda de combustible en circuito abierto
$V_S$	Voltaje del supercapacitor
$I_{LF}$	Corriente en el inductor del convertidor elevador
$I_{LS}$	Corriente en el inductor del convertidor bidireccional
$V_O$	Voltaje de salida o en el Bus de CD
$U_1$	Ciclo de trabajo promedio en el convertidor elevador
$U_{23}$	Ciclo de trabajo promedio en el convertidor bidireccional
$R$	Carga o resistencia
$L_F$	Valor de inductancia del componente en el convertidor elevador
$L_S$	Valor de inductancia del componente en el convertidor bidireccional
$C_O$	Valor de capacitancia en el componente del convertidor
$I_{ref}$	Corriente de referencia
$I_{LF}^*$	Corriente de referencia en el convertidor elevador
$I_{LS}^*$	Corriente de referencia en el convertidor bidireccional
$\mathbb{R}$	Conjunto de los números reales
MOSFET	Transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor
$f_s$	Frecuencia de conmutación
PWM	Señal modulada por ancho de pulsos
PI	Controlador proporcional-integral



# Contenido

Constancia de Aprobación de la Tesis . . . . .	III
Créditos Institucionales . . . . .	V
Acta de Examen . . . . .	VII
Dedicatoria . . . . .	IX
Glosario de símbolos y acrónimos . . . . .	XI
Resumen . . . . .	XVI
Abstract . . . . .	XVIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	5
1.1.1. Celdas de combustible de hidrógeno . . . . .	7
1.2. Motivación . . . . .	11
1.3. Identificación del problema . . . . .	12
1.4. Objetivo . . . . .	12
1.5. Hipótesis . . . . .	13
1.6. Estado del arte . . . . .	13
1.6.1. Sistema basado en celda de combustible . . . . .	14
1.6.2. Sistema basado en celda de combustible y supercapacitor . . . . .	16
1.6.3. Conclusión del estado del arte . . . . .	21
1.7. Contribución . . . . .	21
1.8. Organización de la tesis . . . . .	23
<b>2. Control por retroceso para un sistema de celda de combustible y convertidor elevador</b>	<b>25</b>
2.1. Introducción . . . . .	25
2.2. Modelo de un sistema de generación basado en celda de combustible . . . . .	25
2.2.1. Caracterización de la celda de combustible . . . . .	26
2.2.2. Modelo combinado de la CC y el convertidor elevador . . . . .	29
2.2.3. Diseño de control . . . . .	34
2.3. Conclusión del capítulo . . . . .	44
<b>3. Estrategia de control no-lineal para un sistema basado en celda de combustible y supercapacitor</b>	<b>45</b>
3.1. Introducción . . . . .	45
3.2. Modelo de un sistema basado en celda de combustible y supercapacitor . . . . .	46
3.2.1. Caracterización de la celda de combustible . . . . .	47

3.2.2.	Modelado del sistema basado en celda de combustible y supercapacitor . . . . .	49
3.2.3.	Diseño de control . . . . .	56
3.3.	Conclusión del capítulo . . . . .	64
<b>4.</b>	<b>Resultados experimentales y numéricos</b>	<b>66</b>
4.1.	Introducción . . . . .	66
4.2.	Celda de combustible y convertidor elevador . . . . .	66
4.2.1.	Operación en lazo abierto del sistema . . . . .	68
4.2.2.	Operación en lazo cerrado bajo cambios en la carga . . . . .	69
4.2.3.	Operación en lazo cerrado bajo cambios en el voltaje de referencia . . . . .	70
4.3.	Sistema basado en celda de combustible y supercapacitor . . . . .	73
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y Trabajo futuro</b>	<b>77</b>
5.1.	Conclusiones . . . . .	77
5.2.	Artículos publicados . . . . .	79
5.3.	Trabajos futuros . . . . .	79
<b>A.</b>	<b>Anexos</b>	<b>80</b>
A.1.	Técnica no-lineal por retroceso estandar . . . . .	80
A.2.	Datos de la caracterización de la celda de combustible . . . . .	84
	<b>Bibliografía</b>	<b>86</b>



# Resumen

## Control No-lineal de un Sistema de Conversión Eléctrica Basado en una Celda de Combustible

Las celdas de combustible de hidrógeno son dispositivos capaces de transformar la energía producida por una reacción electro-química entre hidrógeno y oxígeno en energía eléctrica, debido a ello, se han convertido en una alternativa interesante en la industria eléctrica y de transporte por ser una fuente de energía renovable, que no sufre de intermitencia como la energía solar o eólica. Por otro lado, la celda de combustible sufre de una dependencia no-lineal con respecto a la corriente demandada, sensibilidad a la temperatura, presión y humedad de operación, así como la generación de un voltaje bajo y no regulado. Otro problema asociado a su operación es el que la membrana de la celda se degrada o daña si los cambios en la corriente demandada suelen ser significativamente altos en intervalos de tiempo cortos. Debido al voltaje bajo y no regulado a la salida de la celda de combustible, se requiere el uso de convertidores electrónicos de potencia para elevar dicho voltaje; y por otro lado, se requieren sistemas de control donde el objetivo sea ajustar de manera efectiva el voltaje de salida de los convertidores, esto con la intención de alimentar cargas eléctricas tanto de corriente alterna como de corriente directa en aplicaciones industriales o de transportación.

En este trabajo de tesis se presenta el análisis y modelado para un sistema de generación eléctrica basado en una celda de combustible, así como el diseño de controladores no lineales con el fin de mantener un voltaje de salida constante a pesar de presentar variaciones en la carga eléctrica y tener además incertidumbre en los parámetros del sistema. Para hallar una solución de los problemas asociados a la celda de combustible, esta tesis se encuentra dividida en dos partes, la primera se enfoca en resolver el problema de la no-linealidad de la celda estudiando el sistema combinado de celda de combustible conectada a un convertidor elevador. En este caso se diseña un estrategia de control adaptable no-lineal basado en la técnica por retroceso para la regulación de voltaje del bus de CD que considera la dinámica de la celda de combustible. Por otro lado, para la segunda parte de esta tesis, se considera la adición de un dispositivo de almacenamiento de energía al sistema mediante un convertidor bidireccional, para contrarrestar la degradación de la celda de combustible ante los cambios rápidos de la corriente demandada en cortos intervalos de tiempo. Para este caso, se diseña una estrategia no lineal de regulación de voltaje de salida basada en la teoría de estabilidad en el sentido de Lyapunov así como un esquema adaptable para compensar no idealidades del sistema.

Palabras Clave: Control No-lineal, Bus de CD, Celda de Combustible, Supercapacitor, Control por modo corriente.





# Abstract

## Non-linear Control of an Electric Conversion System Based on Fuel-Cell

Hydrogen fuel-cells are devices capable to transform the energy produced by an electro-chemical reaction between hydrogen and oxygen into electrical energy, for this reason, they have become an interesting alternative in the electric and transport industry for being a renewable energy source, that do not suffer from intermittency like solar or wind energy. On the other hand, fuel-cells have a non-linear dependence on electric current, temperature, pressure and operating humidity, as well as low and un-regulated voltage generation. Additionally the fuel-cell membrane can be degraded or damaged if the demanded current slope is significantly high in short periods of time. Due to the low and un-regulated voltage at the output of the fuel-cell, the use of electronic power converters is required to raise this voltage, consequently, a control system is required to effectively adjust the converter output voltage to feed electric loads of both alternating and direct current in industrial or transportation applications.

In this work the analysis, modeling and design of a electric generation system based on a fuel cell is presented, as well as the design of non-linear controllers in order to maintain a constant output voltage despite having variations in the electrical load and also having uncertainty in system parameters. To find a solution to these problems associated with the fuel-cell, this work is divided into two parts, the first one is focused on solving the fuel-cell non-linearity problem by studying the combined fuel cell system connected to a boost converter. In this case a non-linear adaptive control strategy based on Backstepping is designed for the regulation of the DC bus voltage considering the fuel-cell dynamics. For the second part of this work, the addition of an energy storage device to the system through a bidirectional converter is considered, to counteract the fuel-cell degradation under rapid changes in the demand current in short time intervals. In this case, a non-linear voltage regulation strategy is designed based on Lyapunov's stability theory as well as an adaptation scheme to compensate non-idealities of the system.

Keywords: Fuel cell, supercapacitor, DC-DC power converter, nonlinear control system.



# Capítulo 1

## Introducción

El consumo de energía a nivel mundial se ha incrementando de manera alarmante en los últimos años. Esto se debe principalmente a que cada vez somos más habitantes en el planeta (más de 7.5 mil millones de habitantes) y a nuestra gran dependencia a los dispositivos electrónicos que ahora utilizamos en nuestro día a día. Esto genera grandes repercusiones en el ambiente, debido a que la principal fuente de generación de energía eléctrica es mediante la quema de combustibles fósiles (petróleo, carbón o gas natural) afectando principalmente en el aumento de gases con efecto invernadero.

Con la intención de reducir la generación de gases de efecto invernadero se ha optado por el uso de energías renovables para la generación de energía eléctrica, ya que estas, además de no generar estos gases, se pueden obtener de fuentes renovables y/o fuentes inagotables. Se diferencian de los combustibles fósiles principalmente en su diversidad, abundancia y potencial de aprovechamiento en cualquier parte del planeta, pero sobre todo en que no producen gases de efecto invernadero (los cuales son los principales causantes del cambio climático) ni emisiones contaminantes. Además, cada vez es más accesible económicamente hablando el uso de energías renovables. Según la Agencia Internacional de Energías renovables (IRENA) y la Agencia Internacional de la Energía (IEA) [1, 2], las energías renovables aportan casi la mitad de la generación de energía eléctrica del mundo desde el 2014 (Ver Fig. 1.1). Motivo por el cual, el crecimiento de las energías limpias se puede apreciar cada día con mayor facilidad.

Actualmente se considera que el desarrollo de las energías limpias es imprescindible para combatir el cambio climático y limitar sus efectos más devastadores. Las energías renovables han recibido un importante respaldo de la comunidad internacional debido a las ventajas que presentan frente al uso de los combustibles fósiles. Cabe mencionar, que para poder considerar el uso de las energías renovables se debe evaluar primero las ventajas que estas proporcionan en comparativa contra los combustibles fósiles, las cuales principalmente son las siguientes:

- Alternativa idónea para contrarrestar el cambio climático, ya que no emiten gases de efecto invernadero en sus procesos de generación de energía, siendo de esta manera la alternativa limpia y más viable frente a la degradación medioambiental.

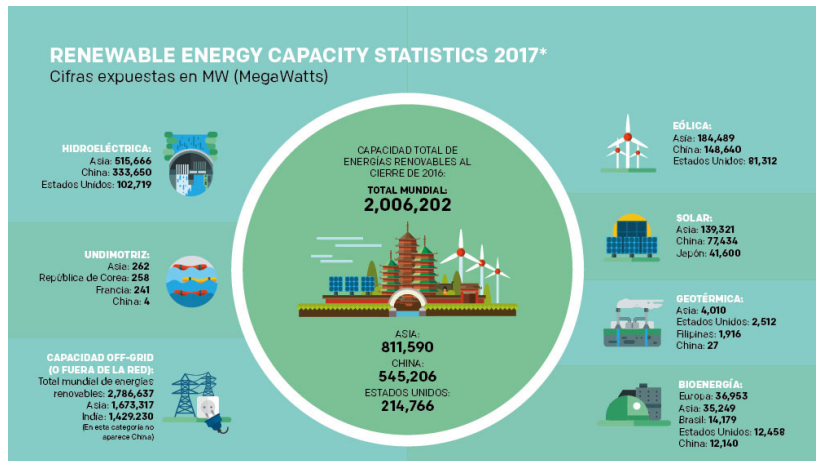


Figura 1.1: Capacidad de generación de energía de las fuentes renovables.

- Fuentes de energía inagotables: al contrario de las fuentes tradicionales de energía como el carbón, el gas, el petróleo o la energía nuclear, cuyas reservas son finitas, las energías limpias cuentan con fuentes inagotables, por ejemplo el sol, el viento, la marea o combustibles orgánicos. Por ello son un elemento esencial de un sistema energético sostenible que permita el desarrollo presente sin poner en riesgo el de las futuras generaciones.
- Reducen problemas económicos generados por la necesidad de importar combustibles fósiles para la generación eléctrica. En cualquier parte del Planeta hay algún tipo de recurso renovable (viento, sol, agua, materia orgánica) susceptible de ser aprovechado para producir energía de forma sostenible.
- Comercialmente competitivas: las principales tecnologías renovables como la eólica o la solar fotovoltaica están reduciendo drásticamente sus costos, de forma que ya son plenamente competitivas con las convencionales en un número creciente de aplicaciones. Las economías de escala y la innovación están ya consiguiendo que las energías renovables lleguen a ser la solución más sostenible, no sólo ambiental sino también económicamente, para mover el mundo.
- Actualmente la comunidad científica está enfocada en aprovechar estas energías para desarrollar nuevas aplicaciones, las cuales se centran principalmente en vehículos eléctricos y plantas de suministro de energía.

Entre las diferentes fuentes de energías renovables o también llamadas energías limpias encontramos principalmente las siguientes:

- **Energía eólica:** la energía que se obtiene del viento
- **Energía solar:** la energía que se obtiene del sol. Las principales tecnologías son la solar fotovoltaica (aprovecha la luz del sol) y la solar térmica (aprovecha el calor del sol)

- **Energía hidráulica o hidroeléctrica:** la energía que se obtiene de los ríos y corrientes de agua dulce
- **Energía geotérmica:** la energía calorífica contenida en el interior de la tierra
- **Energía mareomotriz:** la energía que se obtiene de las mareas
- **Energía undimotriz u olamotriz:** la energía que se obtiene de las olas
- **Bioetanol:** combustible orgánico apto para la automoción que se logra mediante procesos de fermentación de productos vegetales
- **Biodiésel:** combustible orgánico para automoción, entre otras aplicaciones, que se obtiene a partir de aceites vegetales
- **Base a biomasa y biogás:** la energía que se extrae de materia orgánica
- **Base a hidrógeno:** utilizado en una reacción electro-química para obtener energía eléctrica

A pesar, de que existen diferentes tipos de energías renovables y que éstas a su vez dependen de diferentes elementos como materia prima para la generación de energía eléctrica, actualmente existe un gran interés en la industria de transporte, por el uso de la energía basada en hidrógeno como lo son las celdas de combustible de hidrógeno (FC, por sus siglas en inglés). Un claro ejemplo de ello son los trenes eléctricos Coradia iLint propulsados por FC y producidos por la compañía TGV Alstom, los cuales recorren una ruta de 100 kilómetros entre pueblos y ciudades del norte de Alemania, viajando a una velocidad de hasta 140 km/hr (ver Fig. 1.2), los cuales fueron puestos en funcionamiento en septiembre de 2018.



Figura 1.2: Tren eléctrico Coradia iLint.

Pero, ¿por qué resulta tan llamativa esta opción basada en celdas de combustible? principalmente por dos razones, la primera debido a que comparando los trenes convencionales que se utilizan actualmente los cuales funcionan con diesel, estos nuevos trenes a base de

hidrógeno presentan una solución más amigable al medio ambiente, y la segunda de ellas es que, a comparación de otros trenes eléctricos que se manejan en la actualidad, el Coradia iLint no requiere una línea ferroviaria electrificada, ya que porta en su interior con su propia fuente de generación de energía.

Cabe mencionar también, que las celdas de combustible comparadas con las otras fuentes de energía renovables, proporcionan energía constante mientras mantengan un suministro de hidrógeno. Por otro lado, otras fuentes, como lo son la solar, la eólica y la mareomotriz, presentan una generación de energía intermitente.

Debido a lo anterior y aunado a que los sistemas de energía basados en celdas de combustible cuentan con alta densidad de potencia, buena relación peso/capacidad de potencia y funcionamiento libre de contaminantes [3], el interés por estos dispositivos se ha incrementado en los últimos años. En comparación con otras fuentes fósiles de generación de energía, estos dispositivos son más eficientes y limpios, ya que los únicos desechos que se generan son calor y agua [4]. Adicionalmente, en términos eléctricos, el voltaje de salida de la celda de combustible presenta una dependencia altamente no lineal a las condiciones de operación tales como la demanda de corriente eléctrica, temperatura, presión y niveles de humedad de los gases. Desde el punto de vista de la teoría de control, las celdas de combustible son sistemas dinámicos no-lineales con múltiples entradas y múltiples salidas, con parámetros desconocidos, perturbaciones externas y variables internas acopladas que requieren condiciones precisas para un funcionamiento óptimo [3]. Siendo los parámetros de entrada el combustible suministrado a la FC (hidrógeno y oxígeno), los parámetros de salida el voltaje suministrado por la celda de combustible y los desechos de la misma (agua y calor)(ver Fig. 1.3).

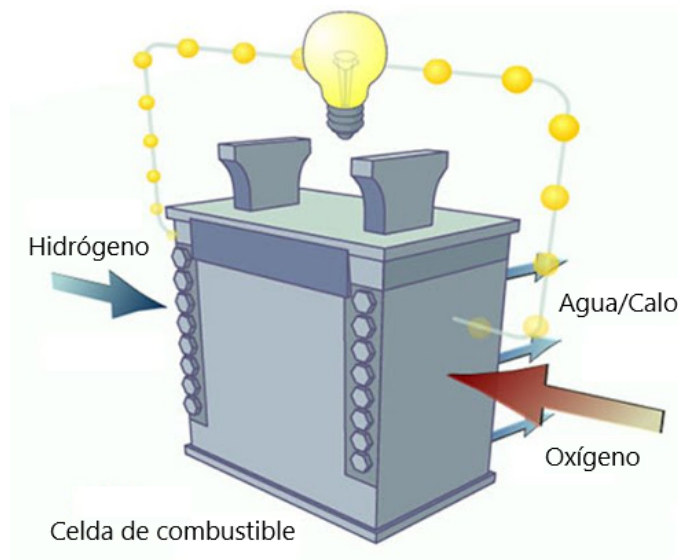


Figura 1.3: Representación de una celda de combustible.

## 1.1. Antecedentes

Recientemente, a nivel mundial, nos enfrentamos con una serie de desafíos en el sector energético relacionados con la generación y procesamiento eficiente de electricidad cuidando tener un impacto ambiental mínimo. Principalmente, algunos de los retos que se enfrentan son:

- El aprovechamiento de energías renovables,
- La modernización de la infraestructura eléctrica,
- La reducción de costos de generación de electricidad,
- La capacitación de recursos humanos en la solución de los problemas anteriores.

Como ya se mencionó anteriormente en todas partes del mundo ha ido aumentando la utilización de fuentes de energía renovable, esto con el fin de mitigar el daño causado por la quema de combustibles fósiles que se realiza actualmente en vías de producción eléctrica, causando grandes problemas irreversibles al medio ambiente. Este esfuerzo, está siendo cumplido no solo por organizaciones civiles y gubernamentales, sino también por la participación empresarial, de instituciones académicas y de socios internacionales con el fin de ayudar a resolver los problemas relacionados a la generación sustentable de energía basada en recursos renovables limpios.

Entre las fuentes de energía renovables más comunes y comerciales se encuentra la energía solar y la energía eólica. Sin embargo, se estima que en los próximos años la energía proveniente del hidrógeno alcance niveles comerciales importantes en el sector automotriz, industrial y doméstico. En particular una celda de combustible de hidrógeno, como su nombre lo indica, es un dispositivo que convierte la energía electroquímica producida de la combinación de hidrógeno con oxígeno a energía eléctrica de corriente directa (CD), generando únicamente agua y calor como subproductos [1].

Una de las primeras aplicaciones prácticas de las celdas de combustible fue en vehículos espaciales. Actualmente, las celdas de combustible son muy útiles como fuentes de energía en lugares remotos, como por ejemplo estaciones meteorológicas alejadas, reservas naturales y localizaciones rurales. Otros posibles usos de esta tecnología se hallan en los sistemas de alimentación ininterrumpida proporcionando apoyo en situaciones críticas o cuando los sistemas normales fallan, vehículos híbridos y sistemas de apoyo a la red eléctrica. Un sistema con celdas de combustible es silencioso, compacto, ligero y eficiente, además su operación no implica combustión ni cuenta con piezas móviles importantes, por lo que en condiciones ideales pueden alcanzar una fiabilidad de hasta 99 %, lo que reduce el costo de mantenimiento [1-2].

La problemática principal que ha frenado la comercialización de celdas de combustible de hidrógeno se lista a continuación:

- Generación de voltaje de CD bajo y no regulado.



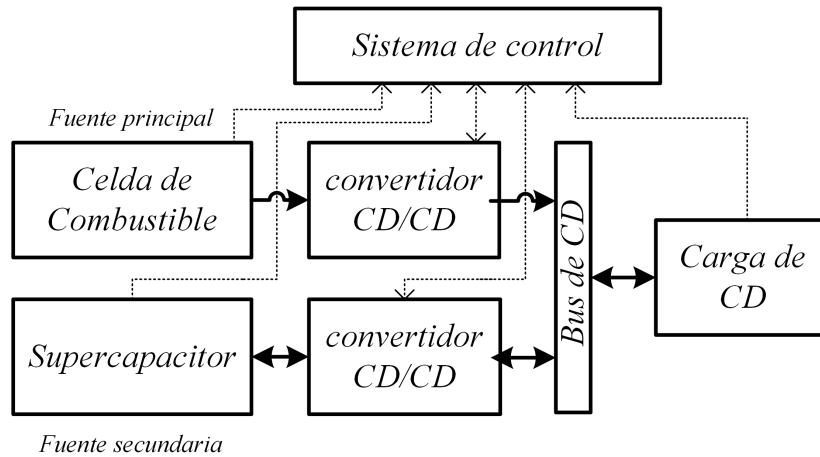


Figura 1.4: Esquema de generación de energía basado en celda de combustible.

- Decremento no lineal del voltaje de salida con respecto a un incremento de la corriente de salida.
- Tecnología inmadura con retos tecnológicos por resolver.
- Elevado costo de fabricación de las celdas de combustible.
- Elevado costo de producción del hidrógeno.
- Reducida infraestructura de distribución disponible.
- Además, se requiere hidrógeno con una pureza mayor al 95 % para la correcta operación de una celda de combustible.
- Rendimiento dependiente de las temperaturas de operación.

En la operación de sistemas de generación eléctrica basados en celdas de combustibles de hidrógeno, normalmente se asocia el uso de dispositivos electrónicos de potencia con la intención de elevar (o reducir) el voltaje de las terminales de la celda a niveles apropiados para alimentación de cargas eléctricas. El uso de los convertidores electrónicos de potencia se ha incrementado en los últimos años por su capacidad de procesar energía eléctrica con buena eficiencia y fiabilidad. Estos dispositivos hacen uso de elementos de conmutación como transistores y diodos, además de inductores y capacitores con el objetivo de convertir el voltaje de la fuente de entrada a niveles deseados a la salida.

Aunado a lo anterior, una de las principales inquietudes es el incremento de la vida útil de la celda de combustible, la cual se ve disminuida cuando picos de potencia son demandados por la carga eléctrica. Una solución a esta problemática es el uso de supercapacitores, los cuales se caracterizan por almacenar y entregar grandes cantidades de energía en periodos cortos de tiempo. Sin embargo el uso de supercapacitores para esta aplicación implica considerar convertidores bidireccionales, es decir, convertidores electrónicos que permitan el flujo de la potencia en ambas direcciones.

Enfoques basados en el uso de celdas de combustible para la generación de energía eléctrica han ido aumentando su popularidad en el área de la investigación, ya sea para aplicaciones como vehículos eléctricos o estaciones de generación/distribución de energía, esto debido a la preocupación mundial de reducir el consumo de combustibles fósiles y el intento de incrementar la eficiencia de sistemas de procesamiento de energía [5]. Dichos enfoques basados en celdas de combustible se pueden representar fácilmente con el esquema mostrado en la Fig. 1.4, donde podemos observar la fuente conectada a un convertidor CD/CD para regular el voltaje a un valor deseado en el bus de CD que es donde se conecta la carga. En algunos casos se suelen usar dispositivos de almacenamiento de energía para abastecer o absorber los picos de potencia generados por la carga. Cabe mencionar, que los dispositivos ilustrados no son los únicos que se suelen utilizar, también se encuentran aplicaciones con paneles solares, generadores eólicos, baterías e incluso sistemas que están interconectados a la red eléctrica.

Para poder analizar las metodologías de trabajo que se tienen en los sistemas basados en celdas de combustible, se debe primero comprender que son las celdas de combustible y como trabajan, por lo que a continuación se describen.

### **1.1.1. Celdas de combustible de hidrógeno**

Las celdas de combustible de hidrógeno son dispositivos electroquímicos los cuales generan electricidad mediante la reacción química entre una fuente externa de combustible (hidrógeno) y de un agente oxidante (oxígeno). También pueden ser usados otros tipos de combustibles que contengan hidrógeno en su molécula, tales como el gas metano, metanol, etanol, gasolina o diésel entre otros. Sin embargo para esto último se requiere de un reformador de hidrógeno en el sistema. El funcionamiento de una celda de combustible consiste básicamente en la oxidación del hidrógeno en agua, generando energía eléctrica y calor directamente, sin pasar por generadores u otros artefactos.

Toda celda de combustible está compuesta por un ánodo, un cátodo y electrolitos. La reacción producida da lugar a la formación de electricidad, calor y agua. Esto se logra al alimentar el hidrógeno en el ánodo de la celda y el oxígeno en el cátodo, los cuales están separados por una membrana electrolítica (Ver Fig. 1.5). El hidrógeno fluye hacia el ánodo de la celda, donde una cubierta de platino ayuda a quitar los electrones a los átomos de hidrógeno dejándolo ionizado, o sea, en forma de protones ( $H^+$ ). La membrana electrolítica permite el paso solo de los protones hacia el cátodo.

Debido a que los electrones no pueden pasar a través de la membrana, se ven forzados a salir del ánodo por un circuito externo (carga eléctrica) como forma de corriente eléctrica. Luego, a medida que el cátodo deja fluir a través de él al oxígeno, éste se combina con los protones y los electrones para formar agua. Como esta reacción naturalmente está desplazada hacia la formación de agua, cuando se produce, se libera energía en forma de calor. Esto representa una reacción positiva y por lo tanto exotérmica.

La reacción se produce dentro de la celda misma. La producción de agua toma lugar en

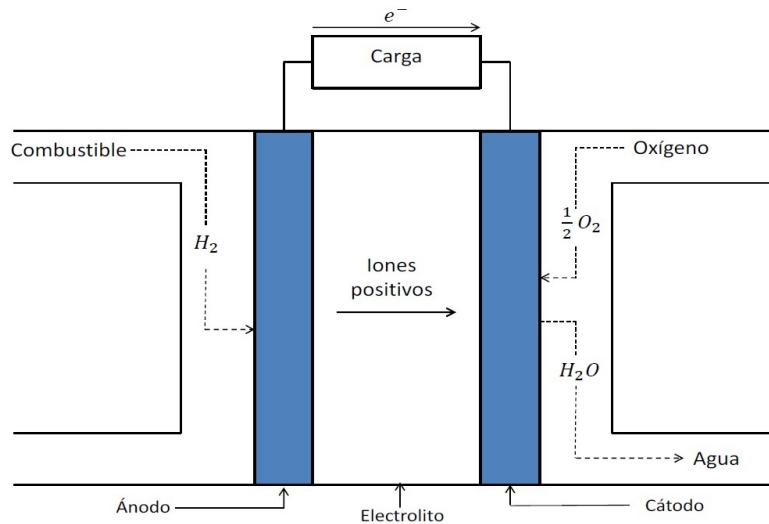


Figura 1.5: Celda de combustible de membrana de intercambio protónico.

distintas partes de la celda dependiendo del electrolito utilizado.

En la actualidad se han desarrollado una alta gama de diversidad de celdas de combustible. Cada una de estas, utiliza diferentes tipos de electrolitos y catalizadores que operan a diferentes temperaturas, a continuación se hace una breve descripción de cada una de las diferentes celdas de combustible que existen en el mercado.

**AFC** (alcalina). Es uno de los diseños más antiguos y sea utilizado desde 1960 para programas espaciales. Requiere de hidrógeno y oxígeno en su estado puro y comprimidos, motivo por el cual es muy poco comercial. Trabaja a temperaturas entre  $150^\circ C$  y  $200^\circ C$ . Cuenta con una eficiencia de al rededor del 70% y procesa una potencia de entre 10 y 100 kW

**PEMFC** (membrana de intercambio protónico). Actúa a temperaturas bajas (alrededor de los  $80^\circ C$ ), teniendo una mayor densidad de potencia y siendo utilizada en su mayoría en vehículos ligeros.

**DMFC** (metanol directo). Consiste en una pequeña celda tipo PEMFC, la cual a diferencia de usar hidrógeno, funciona con metanol sin reformar. Es mayor mente utilizada para aplicaciones portátiles y microelectrónica. Trabaja a temperaturas de entre  $50^\circ C$  y  $120^\circ C$ , con una potencia de operación entre 1 mW y 100 kW.

**MCFC** (carbonatos fundidos). Actúa a temperaturas aproximadas a  $650^\circ C$ . Utiliza níquel como catalizador e hidrocarburos como combustible, por lo que tanto su construcción como su operación son mas económicas. Se utiliza para aplicaciones estacionarias ya que trabaja alrededor de los 100 W.

**PAFC** (ácido fosfórico). Trabaja a temperaturas medias (entre  $150^\circ C$  y  $250^\circ C$ ). Requiere de un reformador externo y soporta hasta 1.5% de concentración de monóxido de carbono

(CO) en el cátodo. Se puede utilizar en pequeños sistemas de potencia o estacionarios.

**SOFC** (óxido directo). Operan a una alta temperatura (arriba de los 650° C), produce vapor,  $CO_2$  y electricidad. No requiere metales preciosos para el catalizador. Puede utilizarse en escalas grandes en sistemas de alta potencia, incluyendo estaciones de generación de energía eléctrica para edificios o conjunto habitacionales.

A continuación se describen las ventajas principales que presentan las FC.

- Debido a que la generación de energía eléctrica es directa, la eficiencia que alcanza una celda de combustible puede ser muy elevada rozando el 80% cuando además de electricidad se recupera calor. Este valor supera ampliamente las eficiencias de otros sistemas convencionales.
- Al no tener partes en movimiento son muy silenciosas.
- No usa la combustión como mecanismo de generación de energía, lo que la hace prácticamente libre de contaminación. La energía producida es 100% limpia, ya que el único producto que se obtiene es agua o vapor de agua dependiendo de la temperatura de operación del dispositivo.
- Pueden conectarse en paralelo para suplir cualquier requerimiento energético. Las celdas de combustible individuales pueden combinarse para alimentar por ejemplo motores más potentes.
- Pueden ser fabricadas de distintos tamaños y para distintas aplicaciones que van desde su uso en telefonía celular, hasta su uso en la propulsión de automóviles y trenes.
- Permiten obtener energía a partir de combustibles corrientes como alcoholes, gas natural y combustibles de origen fósil, así como también a partir de biomasa o de la fracción orgánica recuperada de residuos sólidos domiciliarios. El combustible más conveniente es el hidrógeno, ya que es el que más energía entrega por unidad de masa (141 MJ/Kg). Además, el hidrógeno puede obtenerse fácilmente por electrólisis del agua. Estos equipos de electrólisis se pueden alimentar de energía eléctrica obtenida por paneles fotovoltaicos o aerogeneradores para eficientar la generación de hidrógeno.
- El aspecto económico también es de gran relevancia, los precios de las celdas de combustible no son altos cuando se los compara con los gastos anuales de electricidad y gas natural, con lo que su compra se amortiza en pocos meses. Con respecto a los costos de mantenimiento, éstos se consideran mínimos o casi nulos.

Además de todo esto, no debe dejarse de lado la importancia de la independencia energética que brinda la instalación y uso de celdas de combustible, ya que abre un mercado eléctrico muy distinto al mercado eléctrico tradicional.

Como se puede analizar, dependiendo de la aplicación con la cual se requiera la celda de combustible es el tipo a utilizar, factores como la temperatura, potencia de operación y

<b>Tipo</b>	<b>Aplicaciones</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
PEMFC	Vehículos de transporte Aplicaciones estacionarias Telecomunicaciones	Baja temperatura de operación Arranque rápido	Costo del catalizador Sensibilidad a las impurezas del combustible
DMFC	Aplicaciones de pequeño tamaño	Facilidad de transporte Alta densidad de potencia	Baja eficiencia
AFC	Aplicaciones espaciales Aplicaciones militares Vehículos de transporte	Alto rendimiento Bajo costo	Sensible al CO <sub>2</sub> del aire
PAFC	Aplicaciones estacionarias Vehículos de transporte	Alta tolerancia a las impurezas	Costo del catalizador Arranque lento Baja densidad de potencia
MCFC	Aplicaciones estacionarias Cogeneración de energía	Alta eficiencia Admite gran variedad de combustible	Corrosión debido a las altas temperaturas Arranque lento Baja densidad de potencia
SOFC	Aplicaciones estacionarias Cogeneración Vehículos de transporte	Alta eficiencia Admite gran variedad de combustibles	Corrosión debido a las altas temperaturas Arranque lento

Tabla 1.1: Comparativa entre las diferentes celdas de combustible.

costos en la implementación intervienen en la elección. A continuación en la Tabla 1.1 se describen las principales aplicaciones para los diferentes tipos de celdas de combustible, así como las principales ventajas y desventajas que presentan.

Es importante mencionar que las celdas de combustible son similares a una batería. La diferencia principal, es que la celda de combustible esta diseñada para permitir el abastecimiento continuo de los reactivos consumidos. Es decir, produce electricidad de una fuente externa de combustible, y contrario a una batería, no posee una capacidad limitada de almacenamiento de energía. Además, en una batería los electrodos reaccionan y cambian según de como este cargada o descargada; en cambio, en una celda de combustible los electrodos son catalizados y relativamente estables. Por lo que, por un lado, las baterías convencional son dispositivos almacenadores de energía, por lo cual, el combustible está en su interior y producen energía hasta que este se consume. Mientras que en las celdas de combustible, los reactivos se suministran como un flujo continuo desde el exterior, por lo que la generación de energía se puede considerar ininterrumpida [6].

Una de las primeras aplicaciones importantes que se le dio a las celdas de combustible, fue en la industria aeroespacial, específicamente en los vehículos espaciales, en donde al ser los reactivos el hidrógeno y el oxígeno, se obtenía como resultado agua y calor, mismos que podían utilizar por los astronautas.

Cabe mencionar que debido a la dinámica de la celda de combustible, es necesario que la corriente de la celda no tenga una razón de cambio grande, por lo que es necesario acompañarla con otros dispositivos dinámicamente mas rápidos, para poder apoyar a la celda de

combustible, como lo son los supercapacitores o bancos de baterías.

## 1.2. Motivación

Inspirados por la cuestión crucial del control de voltaje de salida en convertidores de potencia CD-CD, se han diseñado numerosas estrategias en la literatura. Dos enfoques básicos de control lineal son el control de modo voltaje (VMC, por sus siglas en inglés) y el control de modo corriente (CMC, por sus siglas en inglés), donde CMC ofrece un rendimiento en lazo cerrado más alto. Como se muestra en [7, 8, 9, 10], CMC usa dos lazos de control; un lazo de voltaje proporcional-integral y un lazo de corriente conformado por un compensador de alta ganancia y un filtro pasa bajas. A diferencia de VMC, el enfoque de CMC ha mostrado una mejor respuesta transitoria, protección contra sobre-corriente y mayor estabilidad debido a las características del multi-lazo. La aplicación de un CMC lineal a un sistema basado en celda de combustible y convertidor elevador está detallado en [4], donde se muestra una buena respuesta en lazo cerrado bajo variaciones en la carga y en voltaje de entrada.

En la literatura de control no lineal, el trabajo de investigación relevante ha sido reportado para el control de conversión de potencia en general. Por ejemplo, se ha descrito el control basado en pasividad para convertidores basados en Euler-lagrange y formulación Hamiltoniana, donde conceptos como inter-conexión, inyección de amortiguamiento y moldeo de energía se consideran para conducir la energía del sistema al nivel deseado [11, 12, 13, 14]. Además, otras estrategias como modos deslizantes, control por retroceso (comúnmente llamado Backstepping), control predictivo y robusto han sido diseñados para la regulación de voltaje de salida de convertidores de potencia como se muestra en [15, 16, 17, 18].

En particular, la técnica de retroceso es una estrategia de control que provee la construcción (de una manera iterativa) de las leyes de control de retro-alimentación con una función de Lyapunov asociada para estabilizar el punto de equilibrio (u origen) de una clase de sistemas no lineales llamados sistemas de retro-alimentación estrictos [19, 20]. El problema general de diseño de control se divide en una secuencia (o pasos) de problemas más pequeños para sub-sistemas en cascada de bajo orden. La idea principal es comenzar la estabilización de la ecuación dinámica del sistema más alejada de la entrada de control y luego retroceder hasta alcanzar la ley de control general en el último paso.

Además, la ley de control debe de ser capaz de contrarrestar los problemas generados tanto por la fuente de entrada, como por el convertidor; siendo en el caso de la celda de combustible, los referentes a su dependencia no lineal en la corriente demandada y a que la celda suele ser dañada si la pendiente en la corriente demandada es significativamente alta en cortos periodos de tiempo. Mientras que en el caso del convertidor de potencia, enfrentar la problemática de procesamiento eficiente de la energía, considerando un ejemplo para este caso, cambios en la resistencia de carga del sistema, los cuales afectan directamente en la regulación de voltaje que se desea tener.

### **1.3. Identificación del problema**

Para poder obtener alternativas de generación energética que sean mas amables con el medio ambiente o en otras palabras, que no produzcan emanaciones dañinas, actualmente se ha enfocado el uso de fuente de energía renovables, ya que dentro de sus principales ventajas, es la no emanaciones de componentes dañinos al ambiente. Sin embargo, son varios los problemas relacionados con la generación de energía usando fuentes de energía renovables. Como lo es la incorporación de la dinámica de la fuente renovable al sistema de conversión de energía.

Dicho sistema de conversión de energías, que por lo regular esta diseñado mediante la utilización de convertidores de CD-CD, presenta ademas una bi-linealidad en su dinámica, por lo que, para asegurar el correcto flujo de energía del sistema y mantener los niveles deseados de potencia, presenta la necesidad de utilizar una técnica de control adecuada que permita al sistema llegar a los valores deseados de potencia.

Debido a que para este trabajo de tesis, la fuente de energía renovable considerada es una celda de combustible, se deben considerar la no-linealidad causada por la dependencia en la corriente demandada. Así como, mejorar la vida util de la membrana de la celda de combustible la cual resulta dañada cuando la pendiente en la corriente demandada es significativamente grande en cortos periodos de tiempo.

Por lo cual, generar un modelo que describa el comportamiento dinámico del sistema completo, y que ademas asegura la completa gestión de energía de forma adecuada para lograr la regulacion de voltaje ante condiciones adversas del sistema como pueden ser, cambios en la resistencia de carga, suele ser una tarea difícil, en donde las técnicas de control lineal, suelen arrojar leyes de control, las cuales al implementarlas en sistemas físicos presentan demasiada saturación en la señal.

En este sentido, se requiere el diseño de un controlador que explote las no-linealidades de un sistema de generación de energía basado en celda de combustible, mediante el cual se regule el voltaje de salida del sistema utilizando la técnica de control en modo corriente y asegure una correcta regulacion, con el fin de preservar la vida útil de la celda de combustible y la confiabilidad del sistema.

### **1.4. Objetivo**

Diseñar un esquema de control para un sistema de conversión eléctrica basado en una celda de combustible tipo PEM la cual actúa como fuente principal y un supercapacitor utilizado de forma auxiliar para abastecer (absorber) los picos de potencia generados por la demanda de la carga.

Para poder llevar acabo el objetivo de la tesis, se definieron los objetivos general y específicos de la siguiente manera

## **Objetivo general**

Diseñar un esquema de control para asegurar la estabilidad asintótica de un sistema de generación eléctrica basado en una celda de combustible de hidrógeno que tome en cuenta las no-linealidades del sistema.

## **Objetivo específico**

Para poder cumplir con el objetivo general, se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Comprender la operación del sistema completo.
- Derivar un modelo que describa el comportamiento dinámico del sistema.
- Entender las limitaciones de diseño que se presentan en el dimensionamiento e instrumentación del sistema.
- Estudiar los diferentes enfoques de control no-lineal que se podrían abordar.
- Diseño de la ley de control no-lineal.
- Realizar simulaciones en tiempo real del sistema en lazo cerrado.
- Implementar de manera experimental el sistema en lazo cerrado.

## **1.5. Hipótesis**

Mediante el uso de técnicas de control no-lineal y el enfoque de inmersión e invarianza (I&I) para aproximar el valor de la carga e incertidumbre paramétrica, se puede lograr un desempeño apropiado de un sistema de conversión de energía basado en celdas de combustible, para la regulación del voltaje de salida ante escenarios donde la resistencia de carga varía en diferentes intervalos del tiempo y la dinámica de la celda es considerada.

## **1.6. Estado del arte**

En la literatura existen numerosas técnicas de control para la regulación de voltaje en sistemas basados en celda de combustible, donde el control en modo voltaje (VMC) y el control en modo corriente (CMC) los más reportados, utilizando para ello una gran variedad de técnicas lineales o no-lineales para generar las señales de control que se necesitan para lograr los objetivos de control.

A continuación se describe brevemente algunos de los trabajos reportados en la literatura cuyo objetivo es la regulación de voltaje de un sistema de conversión eléctrica basados en celda de combustible. Dado que existen dos estructuras características para este sistema, esta sección se divide en: sistemas basados en celda de combustible y sistemas basados en celda de combustible más supercapacitor.



### 1.6.1. Sistema basado en celda de combustible

Para poder enfrentar los problemas relacionados a la celda de combustible, como por ejemplo; la dependencia no-lineal que se tiene con la corriente demandada, algunos trabajos presentan la síntesis de modelos que describan el comportamiento de la celda, mientras que otros generan leyes de control que atenúen este problema directamente en el convertidor elevador, considerando la celda de combustible como una fuente constante de voltaje. A continuación se presentan algunos trabajos relevantes:

#### Regulación de voltaje de un sistema Celda de combustible-Convertidor elevador

En este trabajo Sira, Salazar y Leyva [14] trabajan con el problema del bajo nivel de voltaje que entrega la celda de combustible, conectándolo a un convertidor elevador para aumentar el voltaje aplicado a la carga dada, el diagrama del sistema se puede apreciar en la figura 1.6.

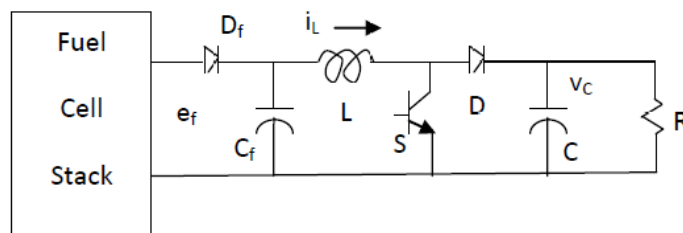


Figura 1.6: Sistema celda de combustible mas convertidor elevador reportado en [14].

Debido a que, el voltaje de la FC tiende a decrecer mientras más demanda de corriente se tenga, en este trabajo, los autores diseñan una estrategia de control lineal, basado en pasividad integral con retroalimentación de salida, usando modelos de error de seguimiento de trayectoria, para asegurar el correcto seguimiento del voltaje a un valor deseado.

Para mostrar la respuesta del sistema en lazo cerrado, los autores realizaron simulaciones numéricas, en donde elevan el voltaje de la celda de combustible con el convertidor levador a casi tres veces su valor nominal y muestran el correcto funcionamiento de la señales de control para mantener el voltaje de salida a un valor de referencia constante. Además, con la intención de probar la robustez de la ley de control, los autores definen una función candidata de Lyapunov, demostrando estabilidad semi-globalmente asintóticamente estable.

Más aún, en este trabajo se considera un modelo eléctrico estático de la celda de combustible el cual obtienen mediante la caracterización de una celda de combustible comercial y la técnica de mínimos cuadrados.

## Estrategia de control de reguladores conmutados para aplicaciones de energía de celdas de combustible

En este trabajo, Dizaz y colaboradores [4], diseñan una estrategia de control para un sistema de regulación de voltaje, para un sistema basado en celda de combustible, el cual se muestra en la figura 1.7. En este trabajo, los autores tratan la problemática de evitar asumir la fuente de voltaje de entrada como una fuente constante. Esto principalmente, a que la celda de combustible, entrega un voltaje de CD bajo y no regulado, aparte de presentar una no linealidad en el voltaje de salida, debido a la demanda en la corriente.

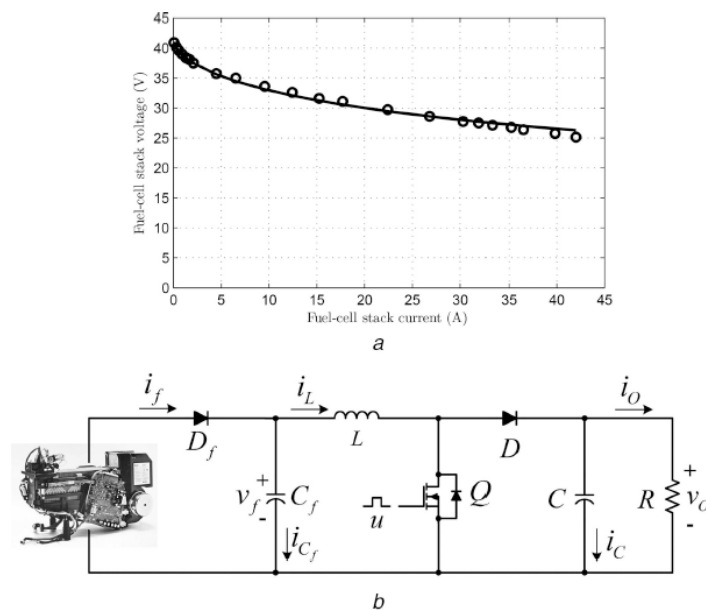


Figura 1.7: Sistema celda de combustible mas convertidor elevador reportado en [4].

Por lo tanto, diseñar un esquema de control que considere la dinámica de la fuente de entrada fue la propuesta que presentan los autores para este trabajo. Utilizando la técnica de control en modo corriente promedio, como se muestra en la figura 1.8, los autores diseñan dos lazos de control, un lazo interno, para la generación de señales de control y un lazo externo, para la generación de corrientes de referencia, las cuales son necesarias en el lazo interno.

Las pruebas en lazo cerrado de la ley de control se hicieron en una plataforma experimental bajo una carga nominal (sin cambios en la carga) y bajo un escenario donde se tienen cambios en la resistencia de carga. En donde se puede apreciar la buena respuesta del sistema ante ambos escenarios. Cabe mencionar que esta estrategia de control se describe como lineal, debido a que se realiza una linealización al rededor del punto de equilibrio de las ecuaciones del sistema.

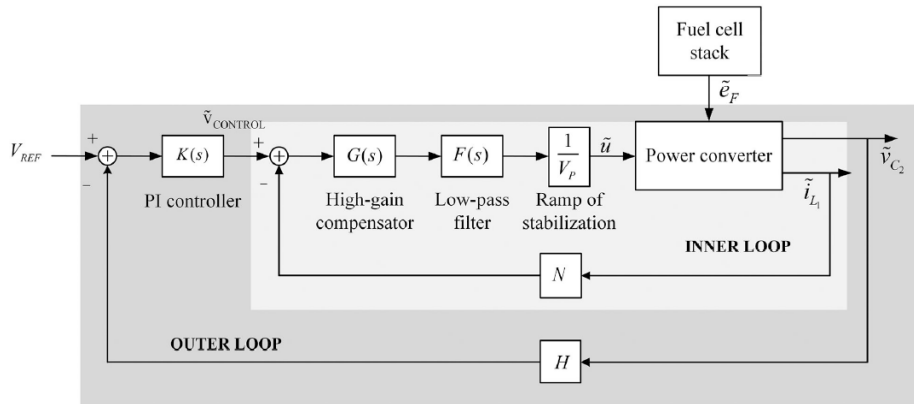


Figura 1.8: Esquema de control en modo corriente promedio reportado en [4].

## 1.6.2. Sistema basado en celda de combustible y supercapacitor

Como ya se mencionó anteriormente, uno de los principales problemas al trabajar con la celda de combustible es el daño que recibe la membrana de la misma al estar sujeta a cambios drásticos de la corriente demandada en pequeños intervalos de tiempo. Por lo cual, para poder solucionar este problema, se suelen agregar al sistema, dispositivos dinamicamente más rápidos, los cuales ayudan a la celda de combustible a absorber u abastecer transitorios rápidos impuestos en la mayoría de las veces por cambios en la carga.

A continuación se muestran algunos trabajos ya reportados en donde se agregan este tipo de elementos dinamicamente más rápidos.

### Modelado y control de un sistema de almacenamiento de energía híbrido de celda de combustible y supercapacitor para vehículos eléctricos

En el trabajo presentado por El Fadil y colaboradores en [21], se enfoca en el problema de controlar un sistema de almacenamiento de energía híbrido (HESS, por sus siglas en inglés) en donde el sistema de almacenamiento consiste en una celda de combustible que funciona como fuente principal de suministro, y un supercapacitor como fuente auxiliar. Ambas fuentes conectadas mediante etapas de acondicionamiento de la energía (convertidores CD-CD), como se puede observar en la figura 1.9.

El objetivo de control de dicho trabajo recae en tres requerimientos: 1) Ajustar el voltaje del Bus de CD a un valor regulado, 2) Seguimiento perfecto de la corriente del supercapacitor a su referencia y 3) Estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado. Para poder llevar a cabo estos objetivos se diseñó un esquema de control no-lineal haciendo uso de técnicas de estabilidad por Lyapunov.

En este trabajo se resumen las estrategias de manejo de energía de la siguiente manera:

- Durante los periodos de baja demanda de potencia, la celda de combustible entrega su máxima potencia, de tal manera que se utiliza el exceso de la misma para cargar

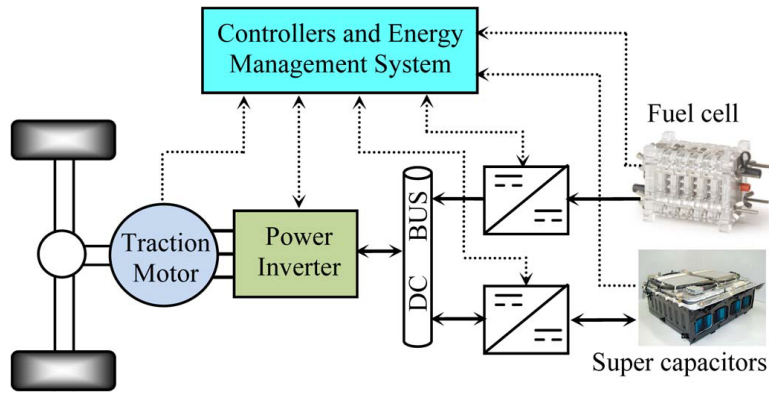


Figura 1.9: Tren de potencia de un vehículo eléctrico reportado en [21].

el supercapacitor. La carga o descarga del supercapacitor ocurre acorde con el voltaje terminal debido al comportamiento general de la carga.

- Durante los periodos de alta demanda de potencia, la celda de combustible genera la potencia nominal, y el supercapacitor es descargado para entregar la potencia extra requerida que la celda no puede proveer.
- Las interrupciones de potencia de corta duración en la celda de combustible solo pueden ser suministradas por el supercapacitor.
- El estado de carga del supercapacitor debe controlarse para evitar condiciones de sobrecarga o descarga.
- Alrededor del 75% de la energía inicial almacenada en el supercapacitor puede ser utilizada si se permite que el voltaje de carga terminal disminuya al 50% de su valor inicial. Esto significa que el sistema de administración de energía puede operarse de manera que se pueda utilizar casi el 75% de la energía inicial almacenada en el supercapacitor para compensar las disminuciones de voltaje de alrededor del 50% de su valor nominal.

Las pruebas en lazo cerrado de la ley de control, se realizaron mediante simulación numérica, considerando un sistema unido mediante un Bus de CD de 400 V suministrado por una Celda de combustible tipo PEM de 48 kW usada como fuente principal. En donde el objetivo principal de control es asegurar que el voltaje del bus de CD siga una señal de referencia dada, debido a esto y ya que se considera que el convertidor elevador es un sistema de fase no mínima, este problema se resuelve recurriendo a una estrategia de control indirecto de voltaje mediante el control directo de la corriente (CMC), más específicamente, asegurar que la corriente de entrada en el inductor del convertidor siga una señal de referencia.

Motivo por el cual, los autores en este trabajo, diseñan dos lazos de control, uno para generar las señales de control que actúen en los MOSFET y otro lazo para generar las corrientes de referencia. Dichos lazos de control fueron desarrollados mediante la técnica de control no-lineal basada en Lyapunov para generar las señales de control del lazo interno y

mediante la eficiencia del convertidor y un análisis de potencia para generar la referencia de corriente del lazo externo; Además de funciones candidatas en el sentido de Lyapunov para mostrar la estabilidad del sistema.

### Control basado en pasividad para la coordinación de convertidores en un sistema basado en celda de combustible

En el trabajo presentado por Hilaret y colaboradores en [22], se centró en el problema de coordinación de convertidores en el sistema con celda de combustible y supercapacitor con aplicaciones de alta potencia dinámica instantánea. Dicho problema es enfrentado mediante control no-lineal basado en pasividad asegurando estabilidad asintótica local del lazo externo, mientras se reduce la tensión de carga en los transitorios de la celda de combustible. El circuito de potencia está pensado para su utilización en vehículos eléctricos y se puede apreciar en la figura 1.10.

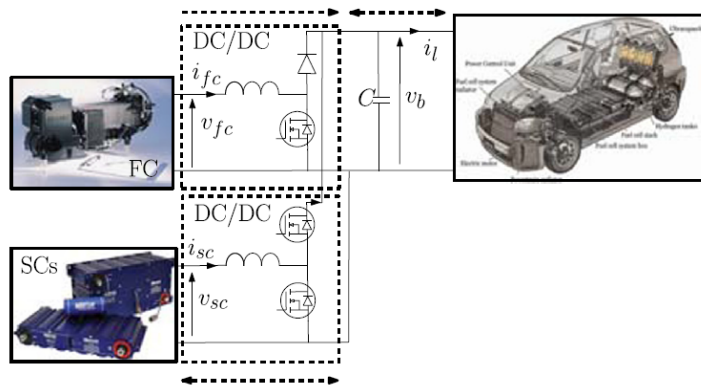


Figura 1.10: Estructura en paralelo de dos convertidores reportado en [22].

Como el controlador necesita el conocimiento del valor de la resistencia de carga, Hilaret proporciona dos alternativas para solucionar este problema: mediante la adición de una acción integral o mediante un estimador de la resistencia de carga. Y mostrando que en ambos casos se garantiza los objetivos de control.

Como observación, en este trabajo Hilaret utiliza un modelo de la celda de combustible con base a una función polinomial de quinto orden obtenido mediante ajuste de datos de acuerdo a la medición de resultados experimentales. Además de que las pruebas en lazo cerrado, fueran realizadas mediante simulación numérica y pruebas experimentales en un escenario de cambio de carga. Como se puede observar en la fig 1.11, el lazo externo, en el cual se generan las referencias de corriente, es donde se aplica la técnica de pasividad, mientras que en el lazo interno, se general las señales de control mediante controladores PI.

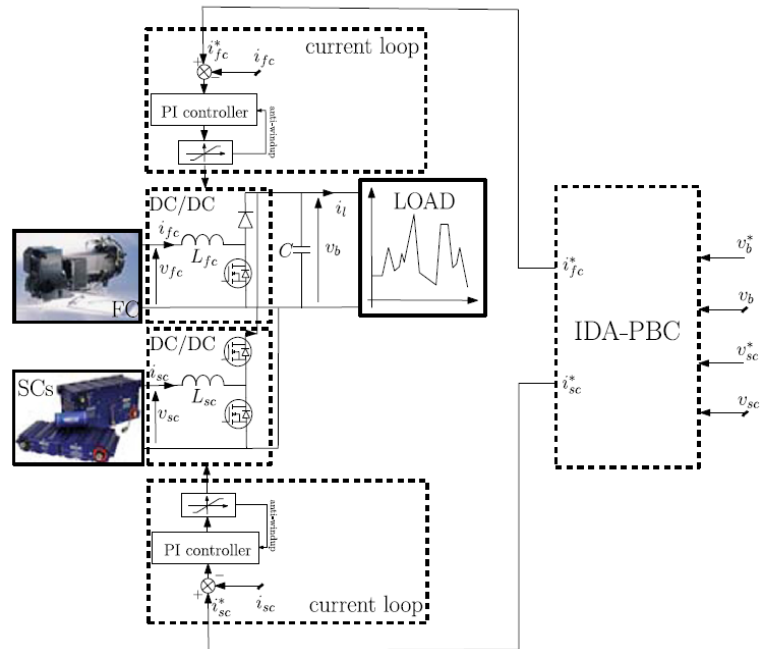


Figura 1.11: Estructura del esquema de control en lazo cerrado propuesto en [22].

### Estrategia de control de la asociación de celda de combustible y supercapacitor para un sistema de generación distribuida

En el trabajo presentado por Thounthong y colaboradores [23], se maneja una regulación de voltaje del bus de CD estándar. El trabajo radica en utilizar solo el dispositivo de almacenamiento para suministrar la energía necesaria para lograr la regulación de voltaje del bus de CD. Por lo cual, la fuente principal del sistema es considerada como una carga estándar, trabajando solo en el frenado regenerativo, para mantener el dispositivo de almacenamiento cargado.

El sistema de generación se puede observar en la figura 1.12 en donde se puede apreciar el flujo de potencia utilizado por el motor o carga eléctrica, en donde el flujo de potencias es bidireccional tanto en la carga como en la fuente secundaria, esto debido a que en la carga se considera con frenado regenerativo y la fuente secundaria puede absorber o bastecer la potencia generada por esta carga.

La estrategia de control permite la gestión de la demanda de energía transitoria, los picos de potencia y el frenado regenerativo con respecto a las restricciones de la celda de combustible y del supercapacitor, pero de tal manera que no considera los estados no medidos del sistema y los problemas asociados al chattering.

Para gestionar los intercambios de energía entre el bus de CD, la fuente principal y el dispositivo de almacenamiento, se identificaron para este caso, tres modos de funcionamiento.

- Modo de carga, en el que la fuente principal suministra energía al dispositivo de alma-

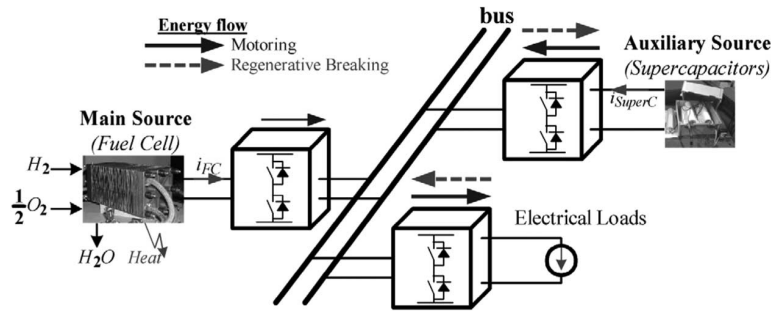


Figura 1.12: Sistema de generación distribuido reportado en [23].

cenamiento y a la carga.

- Modo de descarga, en el que tanto la fuente principal y el dispositivo de almacenamiento suministran energía a la carga.
- Modo de recuperación, en el que la carga suministra energía al dispositivo de almacenamiento.

### Control basado en pasividad aplicado a una fuente de alimentación híbrida de CD usando celda de combustible y supercapacitor

Como el mismo título lo indica, en este trabajo Ayad y colaboradores [13] trabajan con el problema de gestión de energía en un sistema de alimentación híbrido utilizando una estrategia de control basada en pasividad.

La estructura del circuito eléctrico de este trabajo se puede apreciar en las figura 1.13, en donde para emular casos de energía entregada por la carga se utiliza una fuente de corriente.

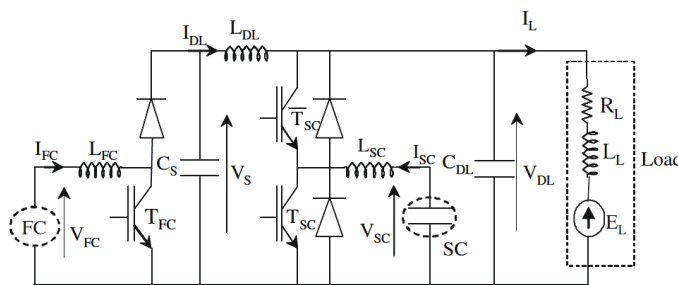


Figura 1.13: Estructura del sistema híbrido reportado en [13].

Además, en este trabajo, el sistema completo es modelado en ecuaciones de espacio estado, utilizando así el control basado en pasividad con una estructura Hamiltoniana controlada por puerto. Esta estrategia de control no-lineal es muy útil para tratar con información importante del sistema como la energía total, inyección de amortiguamiento e interconexión de estados.

Las pruebas en lazo cerrado son realizadas mediante simulación numérica en dos escenarios diferentes, el primero en donde la carga absorbe potencia y el segundo en donde la carga trabaja como generador de potencia.

### **1.6.3. Conclusión del estado del arte**

Como se puede observar en la literatura, este tipo de sistemas basados en Celda de combustible ya ha sido ampliamente estudiado, y sus variaciones intentan resolver dos diferentes problemas:

- Generar un modelo matemático que describa el comportamiento de la celda de combustible y que permita a su vez ser agregado a la dinámica del sistema de conversión de energía. Considerando la dependencia no-lineal en la corriente eléctrica, temperatura, presión y humedad.
- El uso y operación apropiada de dispositivos dinámicamente más rápidos que la celda de combustible, como lo son las baterías y los supercapacitor, utilizados para suministrar o absorber los picos de potencia generados por la demanda de la carga. Esto debido a la que membrana de la celda de combustible suele ser dañada cuando los cambios en la corriente demanda suelen ser muy abruptos en cortos periodos.

Motivo por el cual, algunas de las soluciones propuestas por otros autores recae en la generación de modelos de la celda de combustible considerando sus dependencias a los parámetros de entrada como lo son el hidrógeno y el oxígeno, por lo que las leyes de control generadas son para la regulación de los actuadores que los suministran.

Por otra parte, el uso de aproximaciones polinomiales de alto orden para la generación de modelos que definan el comportamiento de la celda de combustible. Pero teniendo que utilizar leyes de control lineales, para evitar complejidades en el cálculo de las leyes de control. Finalmente, el uso de una amplia gama de técnicas de control que se presentan en la literatura, sin embargo, algunas de ellas son muy complejas y en algunos casos, son difíciles de implementar en dispositivos comúnmente usados, por el alto nivel de cómputo que requieren.

## **1.7. Contribución**

Debido a la forma en que se aborda este trabajo de tesis, esta sección se realizará en dos direcciones: la primera en el trabajo correspondiente a la FC conectada a un convertidor elevador y la segunda en el trabajo correspondiente a la FC y un SC conectadas mediante convertidores de potencia a un bus de cd.

Por ende, para la primera parte del trabajo de tesis, la contribución se basa en la combinación de la técnica de control por modo-corriente y el control basado en la técnica de retroceso para resolver el problema de regulación de voltaje de salida basado en un prototipo



de 460 W conformado por una celda de combustible conectada a un convertidor elevador de potencia. El esquema de control del multi-lazo propuesto consiste, primero, en un lazo de corriente interno diseñado para asegurar el seguimiento de una referencia de corriente, y segundo, un lazo de voltaje externo utilizado para generar la referencia de corriente a seguir por el lazo interno, y que se basa en una acción PI sobre el voltaje de salida. La estrategia para el lazo de corriente es diseñada usando la técnica retroceso; sin embargo, dado que el modelo del sistema no conserva la estructura de retro-alimentación estricta, el proceso por retroceso tradicional se ha modificado en este caso. Tal modificación hace frente al comportamiento bilineal del sistema, dando como resultado una extensión dinámica, es decir, la señal de control se considera como una nueva variable de estado; por lo tanto, la dinámica para la señal de control se selecciona con el objetivo de asegurar la negatividad de la derivada en el tiempo de la función de Lyapunov. De esta forma, la señal de control se obtiene de la salida de un integrador, que filtra de forma natural el ruido de las mediciones. Teniendo en cuenta todo lo anterior, la estrategia propuesta da lugar a un controlador de retroalimentación de estado, que asegura una regulación asintótica de voltaje de salida a través de una función de Lyapunov. La estrategia propuesta impone solo 2 restricciones no conservadoras sobre la ganancia de los controladores. Además, se tienen en cuenta la dinámica de voltaje de la celda de combustible mediante una ecuación estática, pero por otro lado, el controlador no requiere el conocimiento de este equilibrio de voltaje para garantizar la convergencia asintótica.

Más aún, para mejorar la robustez del lazo de corriente interno, un estimador de carga usando el enfoque de inmersión e invarianza (I&I) es propuesto. Esta metodología ha sido ampliamente reportada en la literatura para diseñar leyes de control, observadores de estados y estimadores de parámetros para sistemas no-lineales [24, 25, 26, 27]. De esta manera, la etapa de diseño del estimador se basa en la suma de un término integral y uno proporcional para representar la estimación del parámetro y el uso de una manera certera y equivalente de esta estimación en la ley de control.

Por otra parte, para la segunda parte del trabajo de tesis, la contribución se basa en la combinación de la técnica de control por modo-corriente y el control basado en retroalimentación de estados para resolver el problema de regulación de voltaje de salida basado en un prototipo de 460 W conformado por una celda de combustible y un supercapacitor conectadas mediante etapas de regulación de potencia a un bus de CD. El esquema de control del multi-lazo propuesto consiste, en dos lazos de control, el primero, en un lazo de corriente interno diseñado para asegurar el seguimiento de una referencia de corriente, y segundo, un lazo de voltaje externo utilizado para generar la referencia de corriente a seguir por el lazo interno, ambos lazos utilizando la técnica de retroalimentación de estados, la cual asegura una regulación asintótica del voltaje de salida a través de funciones de Lyapunov. Más aún, se considero nuevamente la dinámica del voltaje de la celda de combustible mediante un modelo exponencial, en donde de igual manera que en parte anterior, el controlador no requiere el conocimiento de este equilibrio de voltaje para garantizar la convergencia.

Cabe mencionar, que para mejorar la respuesta del sistema en estado estacionario, un estimador no-lineal de la incertidumbre usando el enfoque de I&I es utilizado en el lazo externo, mientras que al igual que en el caso anterior, un estimador de carga con este mismo

enfoque es utilizado. Con la modificación destacable de que se cambio la ganancia del observador, para retrasar la señal de referencia, haciéndola mas suave antes los cambios, para ayudar a la FC, a que el SC abastezca o absorba los picos de potencia generados por los cambios en la carga.

## 1.8. Organización de la tesis

A continuación se describe de manera breve el contenido de esta tesis:

En el Capítulo 2, se detallan los modelos matemáticos y diseño de leyes de control para el sistema conformado por la celda de combustible y el convertidor elevador, empezando por la caracterización de la celda de combustible para así poder generar un modelo que describa su comportamiento y poderlo utilizar en los modelos del circuito que conforma la FC y el convertidor. Para ello se realiza una caracterización de la celda de combustible y con una aproximación de mínimos cuadrados se obtiene la función estática del modelo de la celda de combustible. Con esto, se obtiene un modelo completo que describa el comportamiento del sistema para así poder proseguir con el diseño de lazos de control para garantizar la regulación de voltaje ante variaciones en la resistencia de carga del sistema. Dicho esquema de control está basado en la técnica de control por modo corriente (CMC), en donde el objetivo es asegurar el correcto seguimiento de la corriente, para así poder regular el voltaje de salida, motivo por el cual, se presentan dos lazos de control. El interno donde se sigue la referencia de corriente para regular el voltaje y el externo, donde se genera la referencia de corriente que debe de seguir el lazo interno con base al voltaje de referencia que se pretende regular. Además de el análisis de estabilidad correspondiente para garantizar los objetivos de control y la adición de un estimador de carga utilizando el enfoque de I&I el cual está considerado en el lazo externo.

En el Capítulo 3, se detallan los modelos matemáticos y diseño de leyes de control pero ahora para el sistema conformado por la celda de combustible y un supercapacitor interconectados mediante un convertidor elevador y un convertidor bidireccional respectivamente. Para esta parte, se realizó una transformación logarítmica y una regresión lineal de los datos experimentales, para obtener un modelo más sencillo de la celda de la FC. Permitiendo así, obtener un modelo sencillo del sistema completo que describa su comportamiento para poder proseguir con el diseño de las estrategias de control para garantizar la regulación de voltaje del bus de CD ante variaciones en la resistencia de carga. Dicho esquema de control al igual que el capítulo anterior está basado en la técnica de control en modo corriente. Diseñando de igual manera dos lazos de control. Además de presentar los análisis de estabilidad para garantizar los objetivos de control, después de cada lazo de control se muestra la adición de estimadores basados en el técnica de I&I. Siendo en el cazo del lazo interno utilizados para estimar incertidumbres paramétricas que suelen causar errores en estado estacionario y en el caso del lazo externo e igual que en el capítulo 2, usado para estimar el valor de la resistencia de carga del sistema.

En el capítulo 4, y con las leyes de control generadas en los capítulos anteriores, se anali-

zan los sistemas en lazo cerrado, mediante simulación numérica y pruebas experimentales de laboratorio (según sea el caso) para el sistema conformado por la celda de combustible y su etapa de conversión de energía. En dichos resultados el objetivo es mostrar la regulación de voltaje a un valor de 48 V para el Bus de CD considerando incertidumbre paramétrica como lo son cambios en la resistencia de carga del sistema, los cuales son inducidos cambiando dicha resistencia de un valor de  $5 \omega$  a un valor de  $10 \omega$ , y mostrando también la eficiencia de conversión de energía en el caso de las pruebas experimentales.

Finalmente en el capítulo 5, se realiza una colección de todas las conclusiones observadas en este trabajo de tesis y además se consideran los posibles trabajos futuros que se podrían realizar considerando este trabajo como fundamento.

# Capítulo 2

## Control por retroceso para un sistema de celda de combustible y convertidor elevador

### 2.1. Introducción

En este capítulo se presenta el análisis, modelado y diseño de un esquema de regulación de voltaje de salida para un sistema de generación basado en la celda de combustible. La metodología propuesta se basa en el diseño de un controlador por modo corriente inspirado en la técnica de control no-lineal por retroceso. Dicho controlador se basa en el modelo promediado del sistema combinado de celda de combustible y convertidor elevador. Además, utiliza un lazo externo para la regulación de voltaje utilizando una acción proporcional-integral. Más aún, para asegurar la robustez del lazo de corriente, se hace uso de un estimador de la carga basado en la técnica de inmersión e invarianza (I&I, por sus siglas en inglés). Como resultado, se consigue un control adaptable basado por retroceso asegurando la estabilidad asintótica de las trayectorias en lazo cerrado mediante una función de Lyapunov.

### 2.2. Modelo de un sistema de generación basado en celda de combustible

Como ya se mencionó en este capítulo, el sistema a tratar es el conformado por una celda de combustible acoplada a un convertidor elevador, como se muestra en la figura 2.1. Este sistema está conformado de un diodo de protección  $D_F$  que evita que corrientes inversas entren a la celda, un capacitor de desacoplamiento  $C_F$ , el inductor  $L$ , el MOSFET  $M$ , el diodo  $D$ , el capacitor de salida  $C_O$  y la carga (puramente resistiva)  $R$ . Las corrientes promedio de la celda, del inductor y de la salida se representan por  $I_F$ ,  $I_{LF}$  y  $I_O$ , respectivamente. El voltaje promedio de la celda y el de salida se representan mediante  $V_F$  y  $V_O$ . Finalmente, el ciclo de trabajo del convertidor elevador se representa con  $U$ . Se considera que el objetivo de esta configuración es suministrar a la carga un voltaje constante  $V_O$  mayor al voltaje  $V_F$ , a pesar de experimentar cambios en  $R$  y en  $V_F$ .

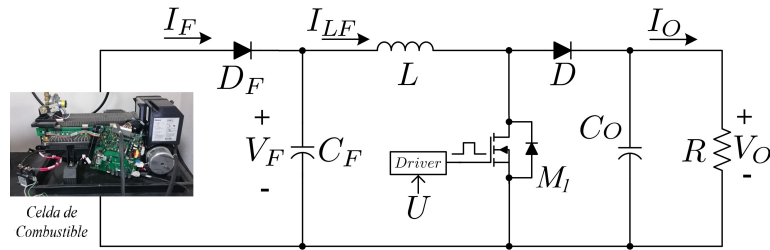


Figura 2.1: Sistema celda de combustible/convertidor elevador propuesto.

Para este trabajo de tesis, un modulo de FC de tipo PEM modelo NEXA de la compañía Heliocentrics (ver Fig. 2.2 ) es usado para modelar y validar los experimentos. Este módulo completamente automatizado ha sido ampliamente comercializado debido a su tamaño reducido y bajo mantenimiento. La potencia de salida que entrega se encuentra alrededor de 1.2 kW a un voltaje de  $V_F = 24V$  ; sin embargo, debido al diodo de protección  $D_F$ , la potencia de salida se reduce a 1 kW.

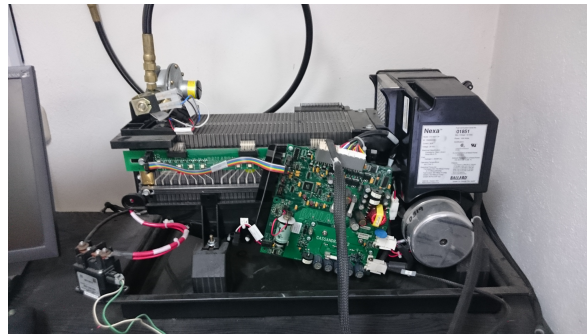


Figura 2.2: Celda de combustible tipo PEM modelo NEXA.

### 2.2.1. Caracterización de la celda de combustible

Obtener un modelo matemático que describa de forma apropiada el comportamiento de una CC tipo PEM, es actualmente objetivo de diversas investigaciones. En la literatura se han reportado varios modelos no-lineales de alto orden que consideran tanto la dinámica química, como la térmica [3, 28, 29], pero solo algunos modelos se adecuan para su uso en aplicaciones de procesamiento de energía. Para fines de retroalimentación, en este trabajo se usa un modelo simple de CC con propiedades eléctricas compatibles con la conversión de energía presente en los dispositivos electrónicos de potencia. Por ejemplo, una expresión estática para el voltaje de salida  $V_F$  en función de la corriente  $I_F$ , es descrita por

$$V_F(I_F) = \frac{E_O}{1 + \left(\frac{I_F}{I_h}\right)^\delta}, \quad (2.1)$$

donde  $E_O$  es el voltaje de la CC en circuito abierto (operación de la CC sin carga alguna; en la Fig. 2.3 son los puntos en los cuales la corriente es igual a cero),  $\delta$  y  $I_h$  corresponden a parámetros que dependen de las condiciones de humedad y temperatura ambiental a las que opera la celda. La expresión (2.1) fue reportada por primera vez en [18]; sin embargo, para obtener los parámetros  $\delta$  y  $I_h$  para una celda específica, se utiliza la metodología descrita en [4]. A continuación se describe una variación de la metodología utilizando datos experimentales de la celda de combustible bajo una carga puramente resistiva, como se muestra en la Fig. 2.3. Los datos obtenidos por la celda de combustible se pueden consultar en la tabla 6.1 contenida en el Anexo 6.1.

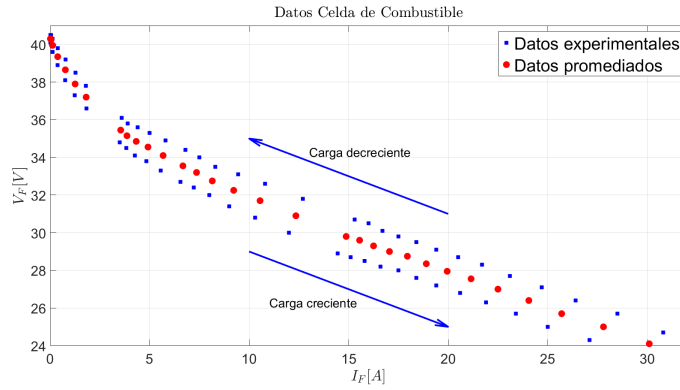


Figura 2.3: Datos experimentales obtenidos de la celda de combustible.

La figura 2.3 muestra que el voltaje de salida de la celda cambia de manera no-lineal dependiendo de los cambios en la demanda de la corriente, en otras palabras, a un incremento de  $I_F$  existe un decremento no-lineal de  $V_F$ . Además, la curva de polarización de la celda exhibe una banda de histéresis de voltaje determinada por la dirección de los cambios de corriente. Con la intención de encontrar un modelo simple, el conjunto de datos experimentales (parte inferior y superior de la banda de histéresis) son promediados para capturar la parte central de la banda de histéresis, que luego se aproxima dicha parte central mediante (2.1).

Este segmento central es por lo tanto representado por  $N$  muestras experimentales promediadas  $(I_{Fexp}(k), V_{Fexp}(k))$  con  $k = 1, 2, \dots, N$ , que corresponden a la corriente y el voltaje de la celda de combustible. Observe que estos datos, son obtenidos al incrementar la corriente  $I_F$  de 0 a 32 A (disminuyendo la carga resistiva). Se puede observar que no hay carga resistiva conectada a la celda para la primera muestra de datos, por lo cual el voltaje de circuito abierto es  $E_O = V_{Fexp}(1)$ , cuando  $I_{Fexp}(1) = 0$  A.

Ahora, la expresión (2.1) puede ser reescrita como

$$\left(\frac{I_F}{I_h}\right)^\delta = \frac{E_O}{V_F} - 1, \quad (2.2)$$

y utilizando algunas propiedades básicas de los logaritmos, (2.2) puede ser expresada como

$$\delta \log I_F - \delta \log I_h = \log \left( \frac{E_O}{V_F} - 1 \right). \quad (2.3)$$

por lo cual, asumiendo que (2.3) se mantiene para todos los valores medidos de la CC ( $I_{Fexp}(k), V_{Fexp}(k)$ ) con  $E_O$  conocida, entonces (2.3) tiene la forma

$$a_1x + a_0 = y, \quad (2.4)$$

donde

$$\begin{aligned} a_1 &= \delta, \\ x &= \log I_F, \\ a_0 &= -\delta \log I_h, \\ y &= \log \left( \frac{E_O}{V_F} - 1 \right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

debido a esto, las constantes  $a_1$  y  $a_0$  son requeridas para poder calcular  $\delta$  y  $I_h$ . Motivo por el cual, utilizando una aproximación lineal de datos por mínimos cuadrados, los parámetros  $\delta$  y  $I_h$  pueden ser calculados de

$$\begin{aligned} x_k &= \log(I_{Fexp}(k)), \\ y_k &= \log \left( \frac{E_O}{V_{Fexp}(k)} - 1 \right), \\ a_0 &= \frac{\sum x_k^2 \sum y_k - \sum x_k y_k \sum x_k}{N \sum x_k^2 - \left( \sum x_k \right)^2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nótese que todas las sumas son de la forma  $\sum_{k=1}^N$ . Por lo cual obtenemos las expresiones para el calculo de  $\delta$  y  $I_h$  de la forma

$$\delta = \frac{N \sum x_k y_k - \sum x_k \sum y_k}{N \sum x_k^2 - \left( \sum x_k \right)^2}, \quad (2.7)$$

y de la ecuación

$$I_h = \log^{-1} \left( -\frac{a_0}{\delta} \right), \quad (2.8)$$

En la figura 2.4, se puede observar una comparación entre los datos experimentales de la celda de combustible y la expresión (2.1) confirmando la precisión del método. Además, este modelo estático brinda la caracterización no-lineal que describe satisfactoriamente el comportamiento de la celda de combustible, cubriendo apropiadamente todo el rango de operación del sistema.

**Observación 2.1** *Para propósitos de control, otros modelos estáticos que representan la curva de polarización característica  $I_F - V_F$  de la celda propuesta han sido presentados en [30, 13, 17]; sin embargo, el modelo estático (2.1) es más simple, debido a que solo hace uso de tres parámetros, los cuales son,  $E_O$ ,  $\delta$  y  $I_h$ , y que pueden ser obtenidos fácilmente gracias al método descrito anteriormente.*

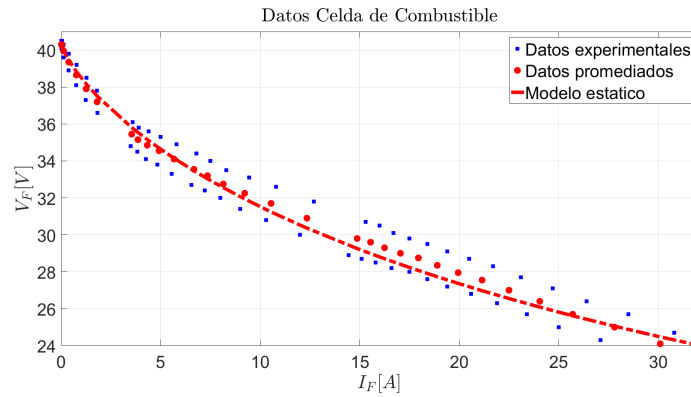


Figura 2.4: Curva de polarización de la celda de combustible.

### 2.2.2. Modelo combinado de la CC y el convertidor elevador

Para poder diseñar un esquema de regulación de voltaje se tiene que establecer primeramente el dispositivo de regulación de energía que se debe de utilizar, en nuestro caso como la fuente de entrada (Celda de combustible) entrega un voltaje contante de DC, se necesita un convertidor de DC-DC. Adicionalmente, es importante considerar que el voltaje entregado por la CC es relativamente bajo, por lo que se requiere de un convertidor que eleve este voltaje a un valor que pueda ser utilizado para su operación. Dicho lo anterior, el convertidor Boost es una de los convertidores de CD-CD más utilizados en la regulación de voltaje, principalmente debido a que eleva el voltaje de salida en comparación con el voltaje de entrada con una relación de conversión de  $V_o/V_i = 1/(1 - D)$ , donde  $D$  representa el ciclo de trabajo al que opera el convertidor [31, 32].

El convertidor Boost, ha sido ampliamente estudiado en la literatura y presenta las siguientes ventajas: la forma de onda de la corriente de entrada es continua y no pulsante; el MOSFET puede ser disparado de manera sencilla debido a que la compuerta del mismo esta referenciada a la tierra del circuito; para ciclos útiles menores a 1, la eficiencia de un circuito real se puede aproximar al modelo ideal, no obstante, se debe evitar que el ciclo útil este cerca a la unidad ya que la eficiencia sera muy baja.

Dentro de las desventajas a considerar para trabajar con este convertidor recaen que posee una baja capacidad para evitar fallas y transitorios peligrosos. Si existe una sobre tensión a la entrada del convertidor que supere la tensión de salida, puede ocasionar que el diodo conduzca durante muchos ciclos debido a los saltos del ciclo, haciendo que circulen grandes picos de corriente a través del diodo llevándolo a su destrucción. Adicionalmente, la corriente pico a pico a través del diodo y del capacitor son consideradas altas. Una de las principales aplicaciones que se tiene para este tipo de convertidores es en los vehículos híbridos y sistemas de alumbrado. Ya que generalmente los sistemas alimentados por baterías necesitan apilar varias baterías en serie para aumentar el voltaje. Sin embargo, a veces no es posible conectar varias baterías en serie por razones de peso o espacio. En este caso, los convertidores Boost pueden incrementar el voltaje y reducir el número de baterías utilizadas.



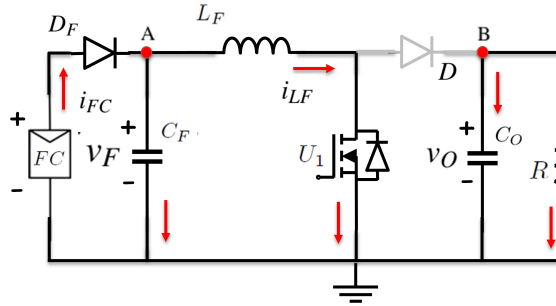


Figura 2.5: Sistema resultante con el interruptor encendido.

El convertidor elevador tiene dos modos de operación los cuales se presentan cuando el MOSFET se encuentra encendido (modo 1) o apagado (modo 2). En el modo 1, el MOSFET se comporta como un corto circuito, además el diodo está abierto o polarizado inversamente. Dando como resultado el circuito equivalente que se ilustra en la figura 2.5. Consecuentemente, al utilizar el análisis tradicional de leyes de voltajes y corrientes de Kirchoff para este modo, por lo cual, definiendo como fijas las direcciones de las corrientes, aún que en la practica se sabe que el voltaje en los capacitores no invierte su polaridad mas sin embargo si su corriente para poder cargarse y descargarse, por lo cual, si consideramos las corrientes que entran y salen del nodo A, los voltajes en la malla del inductor y las corrientes que entran y salen del nodo B, se obtienen respectivamente las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
 i_F &= C_F \frac{dv_F}{dt} + i_{LF}, \\
 v_F &= L_F \frac{di_{LF}}{dt}, \\
 C_O \frac{dv_O}{dt} &= -\frac{v_O}{R}.
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Por lo cual, al despejar las derivadas, las ecuaciones de estado para este modo quedan reescritas como

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_F}{dt} &= \frac{i_F - i_{LF}}{C_F}, \\
 \frac{di_{LF}}{dt} &= \frac{v_F}{L_F}, \\
 \frac{dv_O}{dt} &= -\frac{v_O}{RC_O}.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Por otra parte, en el modo 2 se presenta cuando el MOSFET se encuentra apagado (circuito abierto), y caso contrario, el diodo  $D$  se encuentra en modo de conducción, la figura 2.6 muestra el circuito resultante.

De igual manera que en el modo anterior, utilizando el análisis de leyes de voltaje y corriente de Kirchoff se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales que relacionan las corrientes que entran y salen del nodo A, los voltajes en la malla del inductor y las corrientes

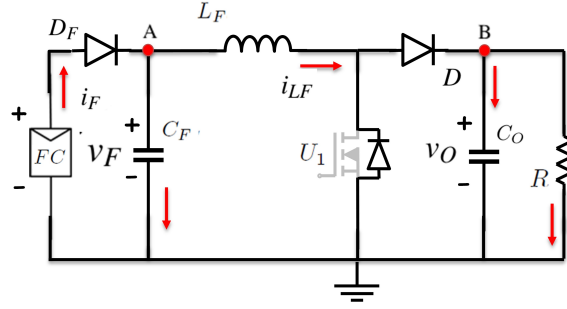


Figura 2.6: Sistema resultante con el interruptor apagado.

que entran y salen del nodo B, de tal forma se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 i_F &= C_F \frac{dv_F}{dt} + i_{LF}, \\
 v_F &= L_F \frac{di_{LF}}{dt} + v_O, \\
 i_{LF} &= C_O \frac{dv_O}{dt} + \frac{v_O}{R}.
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

las cuales se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_F}{dt} &= \frac{i_F - i_{LF}}{C_F}, \\
 \frac{di_{LF}}{dt} &= \frac{v_F - v_O}{L_F}, \\
 \frac{dv_O}{dt} &= \frac{i_{LF}}{C_O} - \frac{v_O}{RC_O}.
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Al considerar las ecuaciones (2.10) y (2.12) se obtiene el modelo conmutado del sistema con la siguiente representación matemática

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_F &= \frac{1}{C_F} (i_F - i_{LF}), \\
 \dot{i}_{LF} &= \frac{1}{L_F} (v_F - (1 - \mu)v_O), \\
 \dot{v}_O &= \frac{1}{C_O} \left( (1 - \mu)i_{LF} - \frac{v_O}{R} \right),
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

en donde  $\mu \in \{0, 1\}$  es una variable de conmutación que toma valores de 1 en el modo de encendido del MOSFET y 0 en el modo apagado, es decir,  $\mu \in \{0, 1\}$ . Además, al considerar la ecuación de la celda de combustible (2.1) y despejar el término de la corriente, se obtiene el modelo no-lineal conmutado como

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_F &= \frac{1}{C_F} \left( I_h \left( \frac{E_O}{v_F} - 1 \right)^{\frac{1}{8}} - i_{LF} \right), \\
 \dot{i}_{LF} &= \frac{1}{L_F} (v_F - (1 - \mu)v_O), \\
 \dot{v}_O &= \frac{1}{C_O} \left( (1 - \mu)i_{LF} - \frac{v_O}{R} \right),
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

donde  $v_F$ ,  $i_{LF}$  y  $v_O$  son las variables de estado, y  $\mu$  la señal de conmutación.

Por otra parte, para propósitos de retroalimentación es necesario obtener la representación promediada del modelo conmutado (2.14). Dicho modelo promediado preserva la misma estructura que el modelo conmutado (2.14), sin embargo, se sustituye la variable de conmutación  $\mu$ , por un señal continua  $U$ , la cual toma valores en el intervalo abierto  $(0, 1)$  y representa la señal de control (Ciclo de trabajo). De esta manera, se sustituyen las variables de estado conmutadas  $v_F$ ,  $i_{LF}$  y  $v_O$  por las variables de estado promediadas  $V_F$ ,  $I_{LF}$  y  $V_O$ , respectivamente. En base a lo anterior, se obtiene el siguiente modelo promediado del sistema conformado por la CC y el convertidor elevador

$$\begin{aligned}\dot{V}_F &= \frac{1}{C_F} \left( I_h \left( \frac{E_O}{V_F} - 1 \right)^{\frac{1}{\delta}} - I_{LF} \right), \\ \dot{I}_{LF} &= \frac{1}{L_F} \left( V_F - (1 - U)V_O \right), \\ \dot{V}_O &= \frac{1}{C_O} \left( (1 - U)I_{LF} - \frac{V_O}{R} \right).\end{aligned}\tag{2.15}$$

Nótese que cada variable de estado promediada y señal de control de (2.15) están físicamente acotada por

$$\begin{aligned}V_F &\in \mathbb{V}_F := (v_{fmin}, E_O) \subset \mathbb{R}_+, \\ I_{LF} &\in \mathbb{I} := (i_{min}, i_{max}) \subset \mathbb{R}_+, \\ V_O &\in \mathbb{V}_O := (v_{Omin}, v_{Omax}) \subset \mathbb{R}_+, \\ U &\in \mathbb{U} := (0, U_{max}) \subset \mathbb{R}_+.\end{aligned}\tag{2.16}$$

donde  $U_{max} < 1$ . Además, en aplicaciones reales, el voltaje de salida máximo es obtenido cuando  $U = U_{max}$ ; sin embargo,  $U$  es considerada menor que  $U_{max}$ , debido a que no es conveniente operar el convertidor a estos valores ya que se generan problemas en el convertidor.

De forma práctica, mediante el uso de un amplificador operacional, la señal promediada  $U$  se relaciona con la señal conmutada  $\mu$  como lo muestra la figura 2.7 a), donde  $U$  es comparada con una señal triangular  $s_t$  (cuya frecuencia rige la operación del convertidor) y el resultado de la comparación es  $\mu$ . En otras palabras, cuando se presenta que  $U \geq s_t$  se tiene que  $\mu$  es 1 y cuando  $U < s_t$  se tiene que  $\mu$  es 0, como se muestra en la figura 2.7 b). Esto se le conoce comúnmente como modulación por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés).

Es necesario mencionar que el modelo (2.15) fue obtenido bajo las siguientes suposiciones:

**Suposición 2.1** *Todas las variables de estado se encuentran disponibles para medición y todos los parámetros del sistema son conocidos con excepción de la carga  $R$ .*

**Suposición 2.2** *El sistema está operando en modo de conducción continua (CCM, por sus siglas en inglés). Este modo se define por tener una corriente en el inductor diferente de cero*

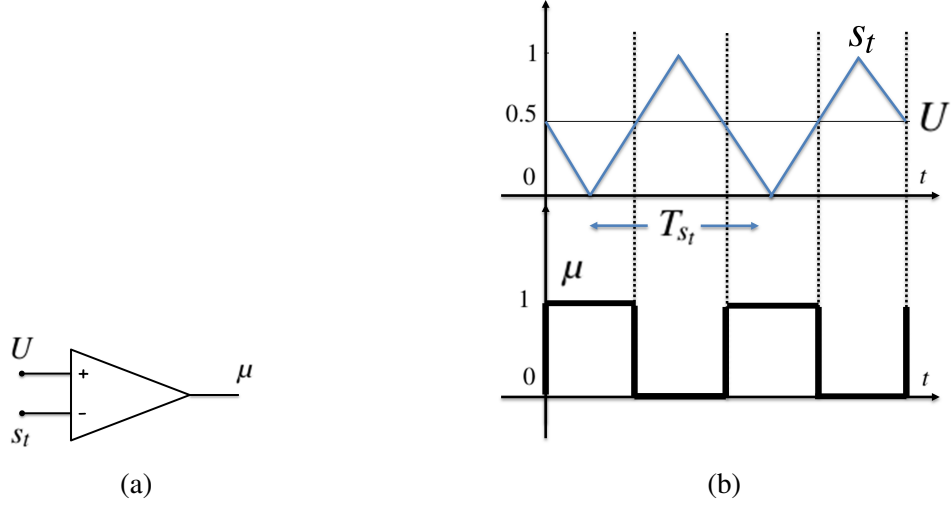


Figura 2.7: Modulación por ancho de pulso. (a) Comparador, (b) Relación entre  $U$ ,  $s_t$  y  $\mu$ .

durante todo el periodo de conmutación del MOSFET. Mientras que, el modo discontinuo de conducción (DCM, por sus siglas en inglés) es definido por tener una corriente en el inductor igual a cero durante algún instante en el periodo de conmutación del MOSFET [33]. Esto último no se considera en el trabajo.

**Suposición 2.3** Todos los elementos semiconductores son ideales, es decir, las resistencias parásitas son consideradas cero cuando estos se encuentran polarizados de forma directa y presentan una resistencia infinita cuando se encuentran polarizados de forma inversa.

**Suposición 2.4** Los elementos pasivos son considerados lineales, invariantes en el tiempo y sin presentar resistencia parásita en las conexiones.

**Observación 2.2** En la práctica, las suposiciones 2.2-2.4 no son realistas, sin embargo estas suposiciones son ampliamente utilizadas para simplificar la etapa de diseño de control.

En estado estacionario, y manteniendo la señal de control constante, por ejemplo,  $U(t) = \bar{U}$ , el equilibrio del voltaje de salida promedio  $\bar{V}_O$  es mayor que el equilibrio del voltaje de entrada  $\bar{V}_F$ , por lo tanto el equilibrio de la corriente del inductor  $\bar{I}_{LF}$  es igual a la corriente suministrada por al celda de combustible  $\bar{I}_F$ , en consecuencia, el punto de operación de (2.14) se obtiene como

$$\bar{V}_O = \frac{\bar{V}_F}{(1 - \bar{U})}, \quad (2.17)$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_O}{R(1 - \bar{U})} = I_h \left( \frac{E_O}{\bar{V}_F} - 1 \right)^{\frac{1}{\delta}}, \quad (2.18)$$

y una vez que el voltaje de salida nominal  $\bar{V}_O$ , la carga resistiva  $R$  y el ciclo de trabajo  $\bar{U}$  son definidos,  $\bar{V}_F$  puede ser calculada mediante la solución numérica de

$$\bar{V}_F(\bar{V}_O) = \frac{E_O}{1 + \left( \frac{\bar{V}_O}{R(1-\bar{U})L_h} \right) \delta}, \quad (2.19)$$

**Observación 2.3** *La obtención en estado estable de  $\bar{V}_F$  no es factible mediante el cálculo de (2.18) y (2.19); por lo tanto, se requiere que la etapa de diseño del controlador evite la consideración de este parámetro.*

Debido a la acción de conmutación, el rizo voltaje  $\Delta V_O$  y de corriente  $\Delta I_{LF}$  en el CCM para el convertidor elevador de potencia se definen como [34]

$$\Delta V_O = \frac{\bar{I}_O \bar{U}}{C_O f_s}, \quad \Delta I_{LF} = \frac{\bar{V}_F \bar{U}}{L f_s}, \quad (2.20)$$

donde en la práctica, la frecuencia de conmutación  $f_s$  es usada para minimizar estos rizados a valores adecuados. Nótese que la corriente de salida promedio en estado estacionario es  $\bar{I}_O = \frac{\bar{V}_F}{R(1-\bar{U})}$ . Cabe mencionar que con la intención de cumplir con estándares industriales,  $\Delta V_O$  debe tomar un valor entre 1% y 2% de  $\bar{V}_O$  y  $\Delta I_{LF}$  debe tomar un valor entre 10% y el 20% de  $\bar{I}_{LF}$ . Además, para asegurar el CCM, el valor del inductor debe cumplir con

$$L > \frac{\bar{U}(1-\bar{U})^2 R}{2f_s}. \quad (2.21)$$

**Formulación del problema.** Considerando que el sistema de celda de combustible con convertidor elevador (2.15) cumple con las suposiciones 2.1-2.3 y las variables de estado y señal de control son acotadas como se indica en (2.16). Diseñar, una ley de control dinámica de retroalimentación de estados tal que el equilibrio del sistema completo en lazo cerrado

$$\mathcal{E} := (\bar{V}_F, \bar{I}_{LF}, \bar{V}_O, \bar{U}) \in \mathbb{V}_F \times \mathbb{I} \times \mathbb{V}_O \times \mathbb{U} \quad (2.22)$$

sea asintóticamente estable. Adicionalmente, se requiere una ley de adaptación para la carga  $R$  para mejorar la robustez del esquema de control resultante.

### 2.2.3. Diseño de control

Con base en el Anexo 6.2, donde se presenta la estrategia de control iterativo por retroceso, se observa que (2.15) no posee una estructura estricta de retroalimentación [19, 20]; por lo tanto, el procedimiento convencional por retroceso necesita ser modificado con el objetivo de diseñar la ley de control de retroalimentación de estados. De esta manera, el esquema propuesto tiene dos lazos de control (ver figura 2.8). Un lazo externo, utilizado para generar la corriente de referencia adecuada, y que asegura una compensación de error de estado estable empleando una acción de control PI, y un lazo interno, para asegurar un correcto seguimiento de la corriente de referencia. Este esquema está diseñado desde un enfoque recursivo que resulta en un controlador de retroalimentación de estados dinámico, donde la dinámica cero es asintóticamente estable en el dominio de interés. Adicionalmente, el esquema propuesto emplea una ley de adaptación basada en la teoría inmersión e invarianza (I&I) para estimar el valor de la carga resistiva  $R$ . Con base a lo anterior, la etapa de diseño se detalla en las siguientes 3 subsecciones.

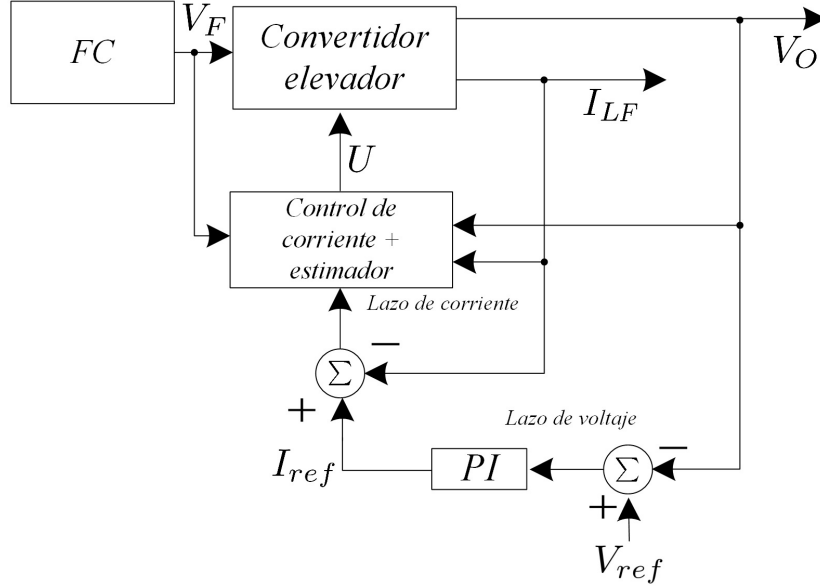


Figura 2.8: Diagrama a bloques del sistema celda de combustible con convertidor elevador en lazo cerrado.

### A. Lazo de corriente

Como primer paso, se consideran las primeras dos ecuaciones de estado de (2.15). De esta manera, se define el error de voltaje de la celda de combustible y de la corriente del inductor como

$$x_1 := V_F - \bar{V}_F, \quad x_2 := I_{LF} - I_{ref}, \quad (2.23)$$

donde  $\bar{V}_F \in \mathbb{V}_F$  y  $I_{ref} \in \mathbb{I}$ . Los errores  $x_1$  y  $x_2$  son consecuentemente contenidos en el conjunto  $\mathbb{X}_1 := (V_{Fmin} - E_O, E_O - V_{Fmin}) \subset \mathbb{R}$  y  $\mathbb{X}_2 := (I_{min} - I_{max}, I_{max} - I_{min}) \subset \mathbb{R}$ , respectivamente. Como consecuencia, considerando las definiciones de error anteriores, la dinámica del voltaje de la celda de combustible en (2.15) puede ser reescrita como

$$\dot{x}_1 = -h(x_1) - \frac{x_2}{C_F} \quad (2.24)$$

donde  $x_2$  puede ser considerada como una entrada de control virtual y la función  $h : \mathbb{X}_1 \rightarrow \mathbb{R}$  queda definida como

$$h(x_1) = \frac{1}{C_F} \left[ -I_h \left( \frac{E_O}{x_1 + \bar{V}_F} - 1 \right)^{1/\delta} + I_{ref} \right]. \quad (2.25)$$

Dado que en estado estable  $x_1 = 0$  y  $I_{ref} = \bar{I}_{LF}$ ; por lo tanto, de (2.17) es fácil de observar que  $h(0) = 0$ . Adicionalmente, la figura 2.9 muestra la función  $h(x_1)$  cuando  $x_1$  toma valores dentro de la región  $\mathbb{X}_1$ , donde es posible asegurar que  $h(x_1)x_1 > 0$ , cuando  $x_1 \neq 0$ . Motivo por el cual se dice que  $h(\cdot)$  es una función impar.

A continuación, se propone una función candidata de Lyapunov continuamente diferenciable  $V_1 : \mathbb{X}_1 \rightarrow \mathbb{R}$  de la forma [19]

$$V_1(x_1) = \int_0^{x_1} h(y) dy. \quad (2.26)$$

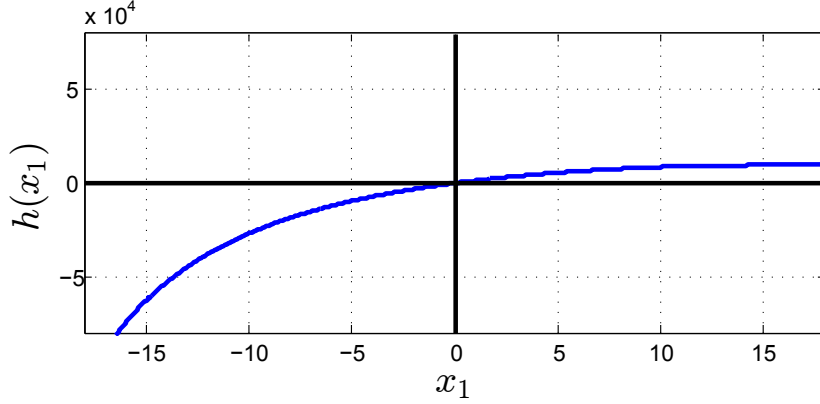


Figura 2.9: Función  $h(x_1)$  de (2.25);  $I_{ref} = 17.5$  A y  $\bar{V}_F = 28.234$  V.

Observe que (2.26) cumple con los requerimientos para una función de Lyapunov, es decir,  $V_1(0) = 0$  y  $V_1(x_1) > 0$  cuando  $x_1 \neq 0$ . Consecuentemente, la derivada en el tiempo correspondiente de  $V_1$  a través de las trayectorias del sistema (2.24) es calculada como

$$\dot{V}_1 = -h(x_1)^2 - \frac{1}{C_F} h(x_1)x_2. \quad (2.27)$$

Como conclusión, si la entrada de control virtual  $x_2$  es igual a cero, entonces  $\dot{V}_1 < 0$  para todo  $x_1 \neq 0$ , lo cual implica

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0, \quad (2.28)$$

y se cumple que  $V_F(t) = \bar{V}_F$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Como segundo paso, al considerar el segundo objetivo de control

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0, \quad (2.29)$$

se define una segunda función (compuesta) candidata de Lyapunov  $V_2 : \mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2 \rightarrow \mathbb{R}$  como

$$V_2(x_1, x_2) = 2V_1(x_1) + \frac{1}{2}x_2^2, \quad (2.30)$$

donde se observa que (2.30) cumple completamente con los requisitos para una función candidata de Lyapunov, ejemplo,  $V_2(0, 0) = 0$  y  $V_2(x_1, x_2) > 0$  cuando  $x_1$  y  $x_2$  son diferentes de cero. Consecuentemente, la derivada en el tiempo correspondiente de  $V_2$  es calculada como

$$\dot{V}_2 = -2h(x_1)^2 - \frac{2}{C_F} h(x_1)x_2 + x_2 \left[ \frac{V_F}{L} - (1-U) \frac{V_O}{L} - \dot{I}_{ref} \right]. \quad (2.31)$$

Posteriormente, al considerar el termino  $V_O/L$  como una entrada de control virtual en (2.31) de la forma  $V_O/L = \phi$ , por lo cual es posible definir  $\phi$  como la ley de control virtual

$$\phi := \frac{1}{(1-U)} \left[ \frac{V_F}{L} - \dot{I}_{ref} + \alpha x_2 \right], \quad \alpha > 0, \quad (2.32)$$

tal que (2.31) es reescrita como

$$\dot{V}_2 = -2h(x_1)^2 - \frac{2}{C_F}h(x_1)x_2 - \alpha x_2^2. \quad (2.33)$$

Nótese que se debe de asegurar que la señal de control, este contenida en el intervalo  $[0 \ 1]$ , motivo por el cual en la practica se suelen utilizar saturadores para evitar que esta tome valores de 0 u 1. Observe también que  $\phi$  está contenida en el conjunto

$$\phi \in \Phi := (V_{Omin}/L, V_{Omax}/L) \subset \mathbb{R}_{>0}. \quad (2.34)$$

En este sentido, si agregamos los siguientes términos extra  $\pm x_2^2/C_F^2$  en el lado derecho de la ecuación (2.33), es decir

$$\dot{V}_2 = -2h(x_1)^2 - \frac{2}{C_F}h(x_1)x_2 - \alpha x_2^2 \pm \frac{x_2^2}{C_F^2}. \quad (2.35)$$

de tal manera que se reagrupan los términos como

$$\dot{V}_2 = -h(x_1)^2 - \left(h(x_1) + \frac{x_2}{C_F}\right)^2 - \left(\alpha - \frac{1}{C_F^2}\right)x_2^2. \quad (2.36)$$

Más aún, si  $\alpha$  es elegida como

$$\alpha > \frac{1}{C_F^2}, \quad (2.37)$$

se asegura que  $\dot{V}_2$  es una función definida negativa para todo  $x_1$  y  $x_2$  diferentes de cero y  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  es un punto de equilibrio asintóticamente estable, por lo tanto  $V_F(t) = \bar{V}_F$  y  $I_{LF}(t) = \bar{I}_{LF}$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Observe que, (2.32) transforma la derivada en el tiempo del error de corriente como un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo de la forma  $\dot{x}_2 = -\alpha x_2$ , donde  $x_2$  evidentemente converge asintóticamente al origen cuando  $t \rightarrow \infty$ . Por otra parte, por la naturaleza virtual de  $\phi$ , es necesario hacer un paso final, por ejemplo, asegurar que  $V_O/L$  siga a  $\phi$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . De esta manera, definimos el siguiente error como

$$x_3 := \frac{V_O}{L} - \phi, \quad (2.38)$$

donde  $x_3$  reside en el conjunto  $\mathbb{X}_3 := (V_{min}/L - V_{max}/L, V_{max}/L - V_{min}/L) \subset \mathbb{R}$ . Posteriormente, el tercer error  $x_3$  es sustituido en la dinámica del error de corriente  $\dot{x}_2$  incorporando  $V_O/L$  de la expresión en (2.32), esta manipulación se puede expresar como

$$\dot{x}_2 = \dot{I}_{LF} - \dot{I}_{ref} = \frac{V_F}{L} - (1 - U)(x_3 + \phi) - \dot{I}_{ref}, \quad (2.39)$$

y al considerar (2.32), la expresión (2.39) se convierte en

$$\dot{x}_2 = -\alpha x_2 - (1 - U)x_3. \quad (2.40)$$



Después, el comportamiento dinámico de  $x_3$  es calculado como

$$\dot{x}_3 = \frac{\dot{V}_O}{L} - \dot{\phi}, \quad (2.41)$$

donde la derivada en el tiempo de  $\phi$  está dada por

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial U} \dot{U} + \frac{\partial \phi}{\partial V_F} \dot{V}_F + \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{I}_{ref}} \ddot{I}_{ref}. \quad (2.42)$$

Observe que el sistema en (2.15) está ahora expresado en coordenadas de error  $[x_1, x_2, x_3]^T \in \mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2 \times \mathbb{X}_3$  con dinámica como se muestra en (2.24), (2.40) y (2.41). Con el objetivo de sintetizar e implementar la señal de control  $U$ , se requiere definir una función de Lyapunov tal que (2.28), (2.29) y

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_3(t) = 0, \quad (2.43)$$

se cumplan, lo cual implica que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_F(t) = \bar{V}_F, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} I_{LF}(t) = \bar{I}_{LF}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} V_O(t) = \bar{V}_O. \quad (2.44)$$

De esta manera, una última función (compuesta) candidata de Lyapunov de la forma  $V : \mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2 \times \mathbb{X}_3 \rightarrow \mathbb{R}$  es propuesta como  $V(x_1, x_2, x_3) = V_2(x_1, x_2) + \frac{1}{2}x_3^2$ .

Observe que  $V$  no es una función radialmente desacotada en sentido práctico siendo que  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  se encuentran físicamente acotados; entonces, solo se puede asegurar estabilidad asintótica local. La derivada en el tiempo de  $V$  a través de las trayectorias del sistema (2.24), (2.40) y (2.41) se obtienen como

$$\dot{V} = \dot{V}_2 - (1-U)x_2x_3 + x_3\dot{x}_3. \quad (2.45)$$

Después, si agregamos términos adicionales a la ecuación como  $\pm \beta x_3^2$ , con  $\beta > 0$ , se obtiene que  $\dot{V} = \dot{V}_2 - \beta x_3^2 + x_3 \left( -(1-U)x_2 + \beta x_3 + \dot{x}_3 \right)$ , entonces,  $\dot{V}$  resulta negativa definida si y solo si

$$-(1-U)x_2 + \beta x_3 + \dot{x}_3 = 0, \quad (2.46)$$

se mantiene para todo tiempo, por lo que el origen del sistema (2.24), (2.40) y (2.41) es asintóticamente estable, es decir (2.28), (2.29) y (2.43) se cumplen. Esto último puede ser garantizado ampliando (2.46) con  $\dot{x}_3$  dado en (2.41), es decir

$$-(1-U)x_2 + \beta x_3 + \frac{\dot{V}_O}{L} - \frac{\phi}{(1-U)} \dot{U} + \frac{1}{(1-U)} \ddot{I}_{ref} - \frac{1}{L(1-U)} \dot{V}_F - \frac{\alpha}{(1-U)} \dot{x}_2 = 0, \quad (2.47)$$

y resolviendo (2.47) para  $\dot{U}$ , la expresión dinámica para el controlador se obtiene como

$$\begin{aligned} \dot{U} &= f(x_1, x_2, x_3, U, t) \\ &= \frac{1}{\phi} \left( \ddot{I}_{ref} - \frac{\dot{V}_F}{L} + (\alpha^2 - (1-U)^2)x_2 + (\alpha + \beta)(1-U)x_3 + (1-U)^2 \frac{I_{LF}}{LC} - (1-U) \frac{V_O}{RLC} \right). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Esta ultima expresión de  $\dot{U}$  logra que  $\dot{x}_3 = (1 - U)x_2 - \beta x_3$ , tal que (2.46) se mantiene para todo tiempo; así, el sistema en lazo cerrado (2.24), (2.40) y (2.41) se puede expresar como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -h(x_1) - \frac{x_2}{C_F} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\alpha & -(1-U) \\ (1-U) & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.49)$$

con la ley de control  $U = \int_0^t f(x_1, x_2, x_3, U, \tau) d\tau$ .

Ahora, por otra parte, es importante examinar la dinámica cero de (2.48), la cual nos indica si  $U$  converge o no a su equilibrio una vez que las señales de error convergen al origen. Para poder llevar a cabo esto, ajustamos las variables de error  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  a cero y asumimos que  $V_F = \bar{V}_F$ ,  $I_{LF} = I_{ref}$  y  $V_O = V_{ref}$ ; por lo tanto,  $\dot{V}_F = 0$ ,  $\dot{I}_{ref} = \dot{I}_{ref} = 0$ , entonces la dinámica del controlador es

$$\dot{U} = \frac{(1-U)}{\bar{V}_F} \left[ (1-U)^2 \frac{I_{ref}}{C_O} - (1-U) \frac{V_{ref}}{RC_O} \right]. \quad (2.50)$$

donde al utilizar  $V_{ref} = \bar{V}_O$ ,  $I_{ref} = \bar{I}_{LF}$  y (2.17) se pueden observar tres puntos de equilibrio, los cuales son  $\bar{U}_{1,2} = 1 \pm \frac{\bar{V}_F}{\bar{V}_O}$ ,  $\bar{U}_3 = 1$ . Sin embargo se debe notar que, solo uno tiene significado físico como punto de equilibrio, el cual es  $\bar{U}_2 = 1 - \bar{V}_F/\bar{V}_O < 1$ . Adicionalmente, ya que  $(1 - \bar{U}_2)^2 = \bar{V}_F/R\bar{I}_{LF}$ , la ecuación (2.50) puede ser reescrita como

$$\dot{U} = \frac{1}{RC_O} \left[ \frac{(1-U)^3}{(1-\bar{U}_2)^2} - (1-U) \right]. \quad (2.51)$$

Finalmente, alrededor de  $\bar{U}_2$ , la expresión anterior puede ser linealmente aproximada por  $\dot{U} = \frac{-2}{RC}(U - \bar{U}_2)$ , donde es fácil demostrar que  $U$  converge asintóticamente a  $\bar{U}_2$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Adicionalmente, el retrato de fase de la dinámica cero de  $U$  en (2.50) se muestra en la figura 2.10.

Se realizaron múltiples simulaciones, en las cuales las condiciones iniciales para  $U$  se seleccionaron dentro del intervalo  $(0, 2)$ . Los parámetros del convertidor se muestran en la tabla 4.1 y se seleccionó un valor de  $\bar{U}_2 = 0.43$ . Es fácil observar que todas las trayectorias que comienzan en la región  $(0, 1)$  convergen al punto  $(U, \dot{U}) = (\bar{U}_2, 0)$ , lo cual demuestra la naturaleza estable de la dinámica cero de  $U$ . También se puede observar que, todas las trayectorias que comienzan en la región  $(1, 2)$  convergen a  $(U, \dot{U}) = (\bar{U}_1, 0)$ ; sin embargo, este punto de equilibrio no tienen significado físico correspondiente a la generación PWM. Finalmente el punto  $(U, \dot{U}) = (\bar{U}_3, 0)$ , resulta en un punto de equilibrio inestable.

## B. Lazo de voltaje

La corriente de referencia  $I_{ref}$  es generada con base en una acción PI sobre el voltaje de salida  $V_O$  y su referencia  $V_{ref}$  como se muestra a continuación (ver figura 2.8)

$$I_{ref} := K_P(V_{ref} - V_O) + K_I \int_0^t (V_{ref}(\tau) - V_O(\tau)) d\tau, \quad (2.52)$$

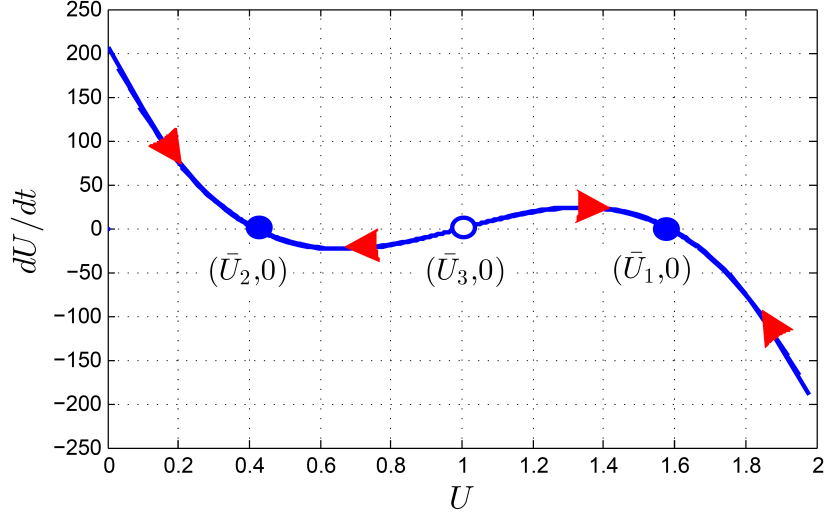


Figura 2.10: Retrato de fase para la dinámica cero de  $U$  dado en (2.50) bajo operación nominal.

donde  $I_{ref} \in \mathbb{I}$ ,  $K_P$  y  $K_I$  son constantes reales positivas a ser seleccionadas por diseño. Además, en vista de que la primera y segunda derivada en el tiempo de  $I_{ref}$  son requeridas por el lazo interno, estas son calculadas como

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ref} &= -K_P \dot{V}_O + K_I (V_{ref} - V_O), \\ \ddot{I}_{ref} &= -K_P \ddot{V}_O - K_I \dot{V}_O. \end{aligned} \quad (2.53)$$

**Observación 2.4** De la expresión anterior,  $\ddot{I}_{ref}$  utiliza a  $\dot{V}_O$  y  $\ddot{V}_O$ . La primera derivada en el tiempo de  $\dot{V}_O$  se obtiene de (2.15), mientras la construcción  $\ddot{V}_O$  requiere del conocimiento de  $\dot{U}$ , es decir,

$$\ddot{V}_O = \frac{1}{C_O} \left[ (1-U) \dot{I}_{LF} - I_{LF} \dot{U} - \frac{\dot{V}_O}{R} \right], \quad (2.54)$$

esto último causa un lazo algebraico en (2.48), el cual se requiere resolver para poder aplicar el controlador propuesto.

Por lo tanto, sustituyendo  $\ddot{I}_{ref}$  de (2.53) y  $\ddot{V}_O$  de (2.54) dentro de (2.48) y despejando para  $\dot{U}$  nos da como resultado la expresión para la dinámica del controlador

$$\begin{aligned} \dot{U} = \frac{1}{\phi - \frac{K_P I_{LF}}{C_O}} & \left[ -\frac{K_P}{C} \left( (1-U) \dot{I}_{LF} - \frac{\dot{V}_O}{R} \right) - K_I \dot{V}_O - \frac{\dot{V}_F}{L} + (\alpha^2 - (1-U)^2) x_2 \right. \\ & \left. + (\alpha + \beta)(1-U) x_3 + (1-U)^2 \frac{I_{LF}}{L C_O} - (1-U) \frac{V_O}{R L C_O} \right]. \end{aligned} \quad (2.55)$$

De la expresión anterior se puede decir que no hay singularidad para todo tiempo, si

$$\phi - \frac{K_P I_{LF}}{C_O} \neq 0. \quad (2.56)$$

Consecuentemente, se requiere que  $K_P \neq \frac{C_O \phi}{I_{LF}}$ , y definiendo  $\phi_C = C_O \phi$ , entonces se tiene que

$$K_P \neq \frac{\phi_C}{I_{LF}} = \gamma(\phi_C, I_{LF}), \quad (2.57)$$

donde  $\phi_C$  se encuentre en el conjunto

$$\Phi_C := (C_O V_{Omin}/L, C_O V_{Omax}/L), \quad (2.58)$$

el cual esta en el conjunto normalizado (2.34) con la capacitancia  $C_O$ . La función  $\gamma: \Phi_C \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$  se encuentra por lo tanto acotada por  $0 < \gamma_{min} < \gamma < \gamma_{max}$  donde  $\gamma_{max} = C_O V_{Omax}/L I_{min}$  y  $\gamma_{min} = C_O V_{Omin}/L I_{max}$ . Así,  $K_P$  necesita ser seleccionada diferente para cada posible valor que la función  $\gamma$  tome. De esta manera,  $K_P$  se selecciona para ser menor que  $\gamma_{min}$ , cumpliendo

$$K_P < \frac{C_O V_{Omin}}{L I_{max}}, \quad (2.59)$$

asegurando que (2.55) sea bien definida. En nuestro caso, como  $I_{max} = 40$  A y  $V_{Omin} = 30$  V, entonces  $K_P < 9.4$  (ver Tabla 4.1). Se puede observar que (2.59) depende del conocimiento de todos los parámetros del sistema y de la cota superior de la corriente de entrada, obtenidos de las consideraciones físicas de la celda de combustible. Para visualizar el análisis final, la figura (2.11) muestra la región (área gris) desde donde  $\gamma$  toma valores y obtiene sus límites correspondientes.

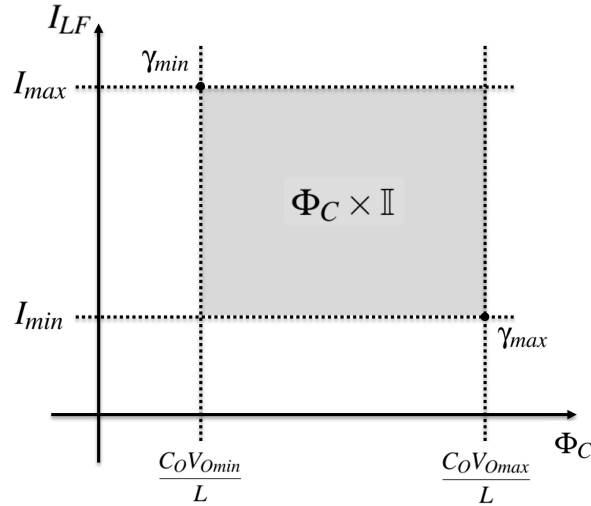


Figura 2.11: Región desde donde  $\gamma$  toma valores (área gris) y sus límites.

### C. Ley de adaptación (I&I)

En las subsecciones previas se detallaron los dos lazos de control; *i*) el lazo de corriente, el cual implica el conocimiento de  $R$  y *ii*) el lazo de voltaje conformado por una acción PI,

el cual por naturaleza es robusto ante cambios en la carga. Ahora, con el fin de hacer mas robusto el lazo de corriente, se propone la adición de una ley de adaptación basada en la teoría de inmersión e invarianza (I&I) para generar la estimación  $\hat{R}$  del de la resistencia de carga  $R$  y usar dicha estimación (bajo el principio de *equivalencia cierta*) en la ley de control (2.55) [26, 27].

Este esquema ha sido ampliamente reportado en la literatura para diseñar leyes control, observadores de estado y estimadores de parámetros para sistemas no-lineales [24, 25, 26, 27]. A continuación, la metodología para el diseño del esquema de adaptación es mostrada a detalle para el caso particular de este trabajo. En primer lugar, se considera que  $\theta = 1/R$  (conductancia de la carga medida en *siemens*) es un parámetro desconocido pero constante de (2.15), por lo cual, la ecuación de voltaje de salida de la misma se reescribe como

$$\dot{V}_O = \frac{1}{C_O}(1-U)I_{LF} - \frac{1}{C_O}\theta V_O. \quad (2.60)$$

Entonces, se define un error de estimación de  $\theta$  como se indica a continuación

$$z = \hat{\theta} - \theta, \quad (2.61)$$

en donde de acuerdo a la teoría de I&I, la estimación de la conductancia de la carga  $\hat{\theta}$  es conformada por dos términos; un termino integral  $\xi$  y otro proporcional  $\eta(V_O)$ , esto es

$$\hat{\theta} = \xi + \eta(V_O), \quad (2.62)$$

donde el la dinámica de  $\xi$  y el término proporcional  $\eta(V_O)$  serán seleccionados mas adelante.

Al asumir que la conductancia de la carga varia muy lento con respecto a las variables de corriente y voltaje del convertidor, se puede decir que  $\theta$  es un parámetro constante, y consecuentemente la derivada en el tiempo del error de estimación (2.61) resulta en

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \dot{V}_O, \quad (2.63)$$

por lo cual al sustituir la ecuación (2.60) obtenemos

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1-U)I_{LF} - \theta V_O \right). \quad (2.64)$$

Al utilizar (2.61) y considerar que  $\theta = \hat{\theta} - z$ , entonces la ecuación (2.64) se puede reescribir como

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1-U)I_{LF} - (\xi + \eta(V_O) - z)V_O \right). \quad (2.65)$$

por lo que, al separar (2.65) con respecto a los términos que involucran la variable de error  $z$  de los que no, se puede observar que

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1-U)I_{LF} - (\xi + \eta(V_O))V_O \right) + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} z V_O, \quad (2.66)$$

Por lo tanto, la ley de adaptación se selecciona como

$$\dot{\xi} = -\frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1-U)I_{LF} - (\xi + \eta(V_O))V_O \right), \quad (2.67)$$

con la intención de cancelar el segundo término del segundo miembro de la igualdad de (2.66). Observe que  $\xi(0) = \bar{\xi}$  (dado más adelante). En este sentido, la dinámica del error de estimación es transformada en

$$\dot{z} = \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} V_O z, \quad (2.68)$$

entonces, si el término proporcional de la estimación es seleccionado como

$$\eta(V_O) = -C_O \sigma V_O, \quad (2.69)$$

con  $\sigma > 0$ , resulta en

$$\partial \eta / \partial V_O = -C_O \sigma, \quad (2.70)$$

y al utilizar esta última expresión en (2.68), se obtiene

$$\dot{z} = -\sigma V_O z. \quad (2.71)$$

De esto último, se propone una función candidata de Lyapunov  $W : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$W(z) = \frac{1}{2} z^2, \quad (2.72)$$

con el objetivo de lograr que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0. \quad (2.73)$$

La derivada en el tiempo de  $W$  alrededor de las trayectorias del error (2.71) es calculada como

$$\dot{W} = -\sigma V_O z^2, \quad (2.74)$$

ya que por definición  $V_O$  es siempre positiva, entonces  $\dot{W}$  es definida negativa y esto asegura el objetivo  $z(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por consecuencia  $\hat{\theta} \rightarrow \theta$ , cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Finalmente, en estado estable, el equilibrio de  $\xi$  del estimador mostrado en (2.67) resulta en  $\bar{\xi} = (1 - \bar{U}) \frac{\bar{I}_{LF}}{\bar{V}_O} + C_O \sigma \bar{V}_O$ , por lo tanto, el equilibrio del estimador de  $\theta$  resulta en

$$\hat{\theta} = (1 - \bar{U}) \frac{\bar{I}_{LF}}{\bar{V}_O}, \quad (2.75)$$

el cual puede ser rescrito en términos de la resistencia como  $\hat{R} = \frac{\bar{V}_O}{\bar{I}_{LF}(1-\bar{U})}$ , el cual corresponde con el equilibrio de la corriente del inductor  $\bar{I}_L$  mostrado en (2.17).

## 2.3. Conclusión del capítulo

En este capítulo se describió el análisis, modelado y diseño un esquema de control adaptable para la regulación del voltaje de salida de un sistema de conversión de energía basada en el uso de una celda de combustible que alimenta a un convertidor elevador tradicional. La metodología se centró en el diseño de dos lazos de retroalimentación; un lazo interno para el seguimiento de la corriente considerando la técnica recursiva por retroceso y un lazo de voltaje para la generación de referencia de corriente mediante una acción PI. Cabe mencionar que la parte proporcional del PI genera un lazo algebraico, que al ser solucionado, impone una restricción (no conservativa) sobre la ganancia proporcional. Además, para mejorar la robustez del lazo de corriente, se diseñó un estimador de carga que utiliza el enfoque I&I. Como resultado, se obtuvo un controlador adaptable dinámico no lineal, que garantiza estabilidad asintótica de las trayectorias en lazo cerrado.

Adicionalmente, para poder apreciar de manera mas sencilla como se aplican las leyes de control presentada en este capítulo, a continuación se presentan todas las ecuaciones utilizadas para cerrar el lazo de control.

$$U = \int_0^t \frac{1}{\phi - \frac{K_P I_{LF}}{C_O}} \left[ -\frac{K_P}{C} \left( (1-U) \dot{I}_{LF} - \frac{\dot{V}_O}{R} \right) - K_I \dot{V}_O - \frac{\dot{V}_F}{L} + (\alpha^2 - (1-U)^2) x_2 + (\alpha + \beta)(1-U)x_3 + (1-U)^2 \frac{I_{LF}}{LC_O} - (1-U) \frac{\hat{\theta} V_O}{LC_O} \right] d\tau. \quad (2.76)$$

Donde  $\hat{\theta}$  queda expresada como

$$\hat{\theta} = -\sigma C_O V_O - \int_0^t \sigma \left( (1-U) I_{LF} - \xi V_O + \sigma C_O V_O^2 \right) d\tau, \quad (2.77)$$

# Capítulo 3

## Estrategia de control no-lineal para un sistema basado en celda de combustible y supercapacitor

### 3.1. Introducción

En este capítulo se presenta el análisis, modelado y control de un sistema de conversión eléctrica. El sistema bajo estudio utiliza una celda de combustible y un supercapacitor para suministrar un voltaje de salida constante a un bus de CD sujeto variaciones en la carga. Como ya se menciona en la introducción, factores como la dependencia no-lineal en la corriente eléctrica, temperatura, presión y humedad de la celda de combustible, esto y que la membrana de la misma puede ser degradada o dañada si los cambios en la corriente demandada suelen ser significativamente grandes en cortos periodos de tiempo, lo cual afecta directamente en la vida útil de la FC, por esta razón, se suelen utilizar dispositivos dinámicamente más rápidos, para así poder absorber o proveer picos de energía impuestos por la carga del sistema. Dichos dispositivos suelen ser bancos de baterías o supercapacitores, los cuales en comparación con la dinámica de la celda son más rápidos (Ver Fig. 3.1). Para este trabajo, se eligió trabajar con un supercapacitor debido a que en comparación con las baterías presentan una respuesta dinámica más rápida.

Además, en esta parte del trabajo, la celda de combustible es modelada como una fuente no-lineal de voltaje dependiente de la corriente mientras que, el supercapacitor es representado como un capacitor ideal. Más aun, el método de control no-lineal por retroalimentación de estados está basado en análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov para asegurar que las señales de error tienden a cero cuando el tiempo tiende a infinito. Además, así como se vio en el capítulo anterior, se diseña un estimador de la carga usando la técnica de inmersión e invarianza en base a parámetros y mediciones del sistema. Cabe mencionar también que se agregaron estimadores no-lineales de incertidumbre, con el fin de compensar las caídas de voltaje que se presentan por parámetros no modelados del sistema. Como resultado, se consigue un control no-lineal asegurando estabilidad asintótica mediante una función de Lyapunov.



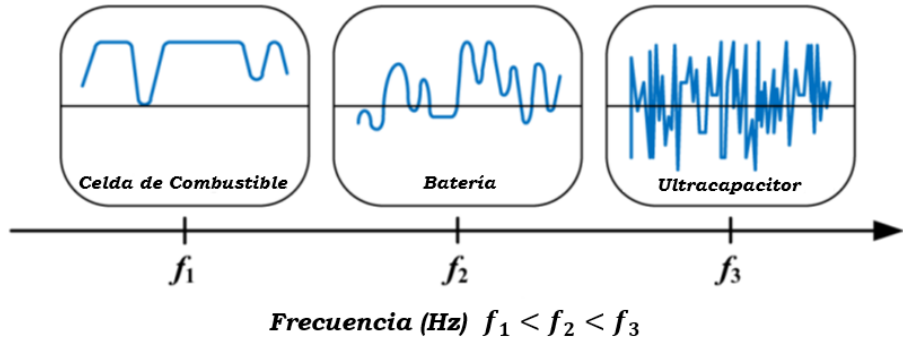


Figura 3.1: Comparación entre las frecuencias de respuesta entre una celda de combustible, batería y supercapacitor .

### 3.2. Modelo de un sistema basado en celda de combustible y supercapacitor

El sistema basado en celda de combustible y supercapacitor (SbFCS) bajo estudio se muestra en la figura 3.2. Cabe mencionar que esta configuración ya ha sido reportada y estudiada en otros trabajos como en [13, 17, 21, 22, 23]. En donde  $I_F$  describe la corriente de la CC,  $I_{LF}$  la corriente que circula en el inductor del convertidor elevador,  $I_{LS}$  la corriente que circula en el inductor del convertidor bidireccional y  $I_O$  como la corriente de salida; Además,  $V_F$  representa el voltaje de la CC,  $V_S$  el voltaje en terminales del supercapacitor y  $V_O$  indica el voltaje de salida que se encuentra en el bus de CD. Adicionalmente,  $C_F$  y  $C_O$  son los capacitores del convertidor. El diodo de protección  $D_F$  es utilizado para prevenir una corriente inversa en la celda de combustible. Las señales de control (ciclos de trabajo) son indicadas con  $U_1$ ,  $U_2$  y  $U_3$ . Más aun, para lograr la conmutación en los drivers de los MOSFET, se utilizan unos limitadores de frecuencia de conmutación (SFL, por sus siglas en inglés). Para el caso de estudio en esta sección, el bus de CD es suministrado por una CC (fuente principal) a través de un convertidor elevador convencional. Mas aún, un SC es usado como fuente auxiliar para suministrar o abastecer las demandas de energía que presentan transitorios rápidos. Con este fin, el supercapacitor está conectado al bus de CD mediante un convertidor bidireccional llamado reductor-elevador.

Donde se dice que el convertidor es bidireccional, ya que, dependiendo cual de sus dos MOSFET este trabajando, es el modo de conversión que tiene, siendo modo elevador cuando el MOSFET  $S_2$  esta conmutando y permitiendo al supercapacitor ayudar a la celda de combustible suministrándole energía al bus de CD, o siendo modo reductor cuando el MOSFET  $S_3$  esta conmutando y permitiendo al supercapacitor cargarse aprovechando la energía sobrante en el bus de CD.

Por último, se asume que el bus de CD alimenta a una carga netamente resistiva  $R$ .

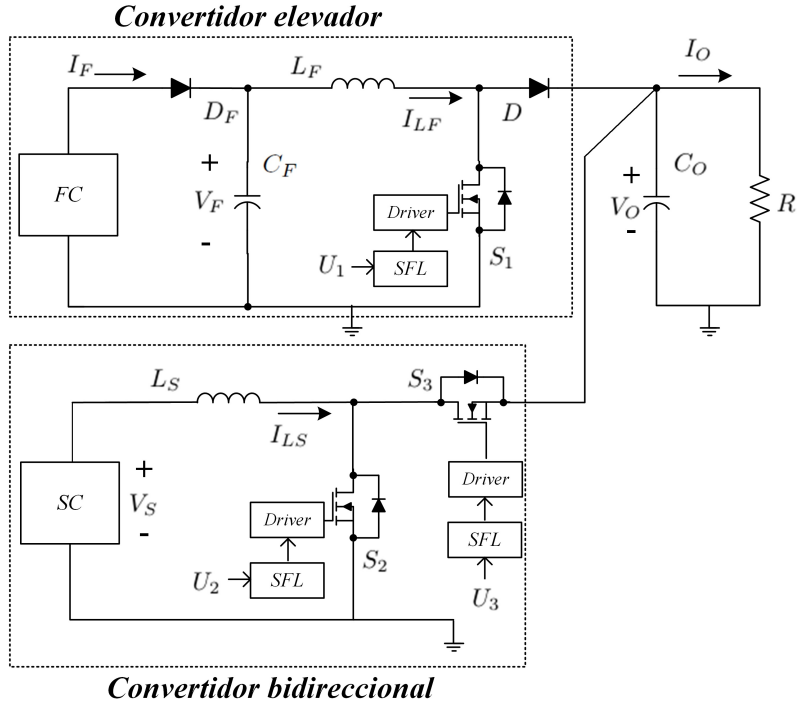


Figura 3.2: Sistema Multi-fuente.

### 3.2.1. Caracterización de la celda de combustible

Como se mencionó anteriormente, el voltaje de salida de la celda de combustible depende de una manera no-lineal de la demanda de corriente. Este comportamiento se puede observar en la figura 2.4, donde la curva característica experimental de una celda de combustible de 1.2 kW de la marca Nexa FC desarrollada por Ballard Power Systems es mostrada. En la literatura del área se han reportado descripciones matemáticas detalladas usando modelos no-lineales de alto orden que consideran los comportamientos térmicos y químicos del sistema [3, 28, 29]. Sin embargo, con el fin de trabajar con un modelo simple que represente las propiedades eléctricas de la celda y que permita su fácil adaptación a modelos de circuitos de electrónica de potencia, a continuación, se presenta una expresión estática para el voltaje de salida  $V_F$  de la celda de combustible dependiente de la corriente  $I_F$  mediante una función de potencia no-lineal de dos términos

$$V_F(I_F) = aI_F^b - c, \quad (3.1)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes a ser calculadas. En particular, basado en datos experimentales, estas constantes pueden ser aproximadas usando una transformación logarítmica y una regresión lineal de los datos experimentales [35]. La expresión (3.1) es utilizada en [36] como una contribución del trabajo de tesis en sustitución a la utilizada en (2.1) del capítulo anterior. En la figura 3.4 se puede observar una comparación entre los datos experimentales, la expresión (2.1) y (3.1), donde es notable que se tiene una mejor aproximación de los datos promediados mediante (3.1), es decir, este modelo estático, provee una caracterización no-lineal que

satisfactoriamente describe el comportamiento de la celda de combustible [21], cubriendo exitosamente el rango de operación de la misma, incluyendo las tres zonas significantes de operación, llamadas, activación, ohmica y transportación (Ver Fig. 3.3).

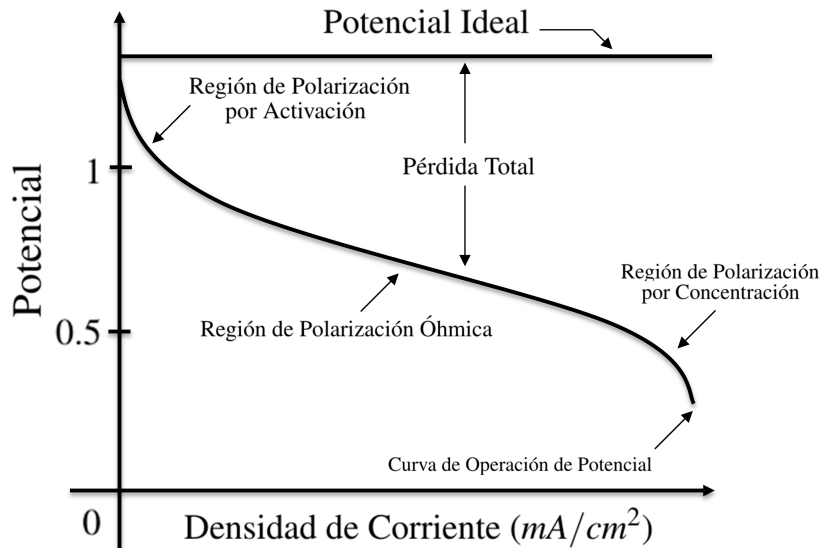


Figura 3.3: Regiones de polarización de la celda de combustible.

Como ya se mencionó, existen otros modelos estáticos que también pueden representar la curva característica, como por ejemplo la interpolación cúbica (o por su nombre en inglés cubic spline); este método proporciona un polinomio de interpolación que es más suave y tiene un error mas pequeño que otros polinomios, como el polinomio de Lagrange y el de Newton. Sin embargo, comparando este ultimo y los que han sido reportados en la literatura [30, 13, 17, 37], el modelo estático (3.1) es más sencillo, considerando que solo requiere de tres parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , los cuales pueden ser obtenidos fácilmente con el método mencionado previamente.

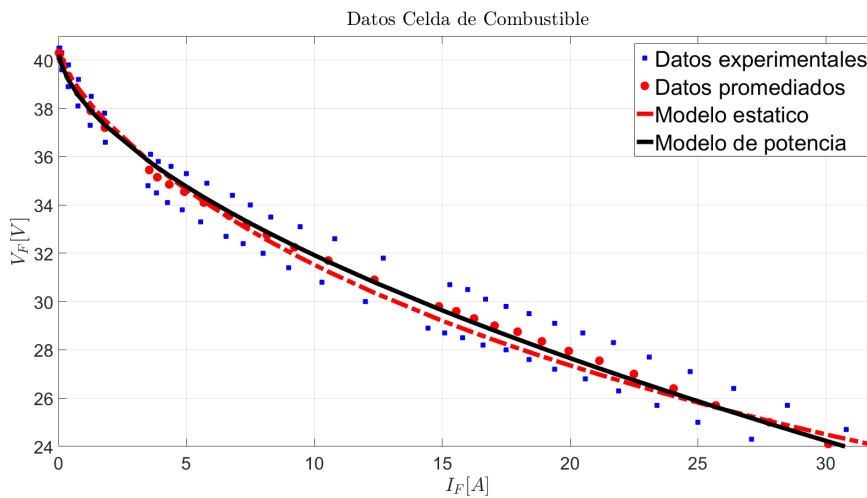


Figura 3.4: Celda de combustible tipo PEM modelo NEXA.

### 3.2.2. Modelado del sistema basado en celda de combustible y supercapacitor

Para poder realizar un modelo que describa de manera completa el funcionamiento del sistema bajo estudio, se debe considerar primero los cuatro modos de operación diferentes que han sido identificados en la literatura [21]. Los cuales pueden ser definidos como:

- **Modo de entrega:** ocurre cuando la CC suministra energía a la carga durante el estado estable del sistema. Por lo cual, las señales de control  $U_2 = U_3 = 0$
- **Modo de apoyo:** se presenta cuando el SC provee energía a la carga durante un transitorio de potencia. Por lo cual,  $U_3 = 0$  (modo elevador).
- **Modo de carga:** aparece cuando el modo apoyo ha finalizado. En este caso, la CC abastece potencia tanto a la carga como al SC, por lo tanto  $U_2 = 0$  (modo reductor).
- **Modo de recuperación:**, toma lugar cuando la carga suministra potencia al SC. EN este caso,  $U_2 = 0$  (modo reductor).

Como se puede observar, los modos de carga y recuperación, pueden ser definidos como equivalentes, motivo por el cual, a la hora de generar el modelo del sistema solo se contemplan los tres modos principales (entrega, apoyo y carga). A continuación en la Fig. 3.5 (a), se puede observar el modo de entrega, en donde los dos MOSFET del convertidor bidireccional ( $S_2$  y  $S_3$ ) se encuentran apagados, de tal manera que solo tenemos el convertidor elevador de la FC operando. Para el modo de apoyo (Fig. 3.5 (b)), el MOSFET  $S_2$  del convertidor bidireccional se encuentra conmutando mientras el MOSFET  $S_3$  se encuentra apagado, de esta manera el convertidor bidireccional funciona como un convertidor *boost*, ya que cumple con la función de *eleva*r el voltaje del SC al voltaje deseado del bus de CD. Por último, en el modo de carga (Fig. 3.5 (c)), el MOSFET  $S_3$  se encuentra conmutando, mientras que el MOSFET  $S_2$  se encuentra apagado, de tal manera que el convertidor bidireccional opera en modo *buck*, ya que el voltaje del bus de CD es *reducido* para cargar a un valor deseado el voltaje del SC.

Por lo tanto, al considerar los modos de operación del sistema multi-fuente, y utilizando las leyes de Kirchhoff cuando los MOSFET se encuentran conmutado, el cálculo del modelo del sistema se puede realizar de la siguiente manera.

#### Modelado del modo de entrega

De forma inicial, se considera el convertidor elevador que está alimentado por la celda de combustible, dado que el sistema bajo estudio se encuentra operando en modo de entrega. El siguiente análisis es equivalente al realizado en el capítulo anterior. Nótese que cuando el MOSFET  $S_1$  se encuentra encendido, las corrientes que fluyen a través del nodo A, los voltajes en la malla del inductor y las corrientes que fluyen a través del nodo B, tenemos

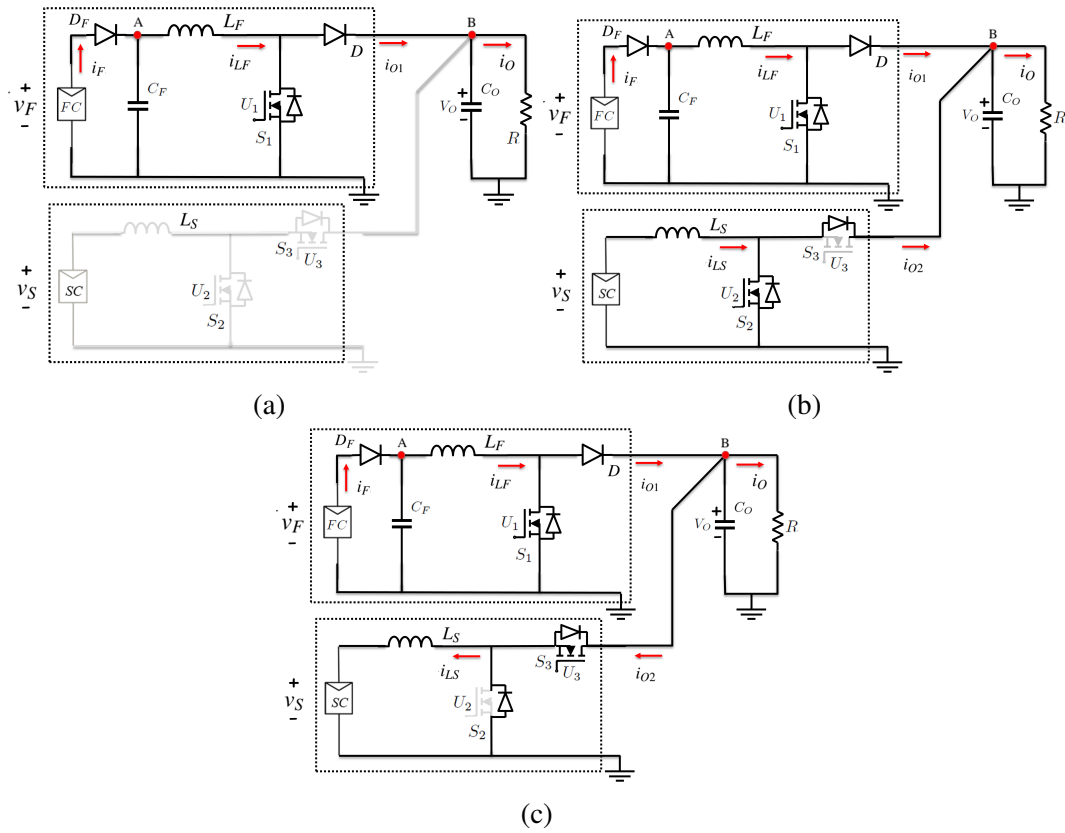


Figura 3.5: Modos de operación sistema multifuente con carga puramente resistiva. (a) Modo de entrega ( $U_2 = U_3 = 0$ ). (b) Modo de apoyo ( $U_3 = 0$ ). (c) Modo de carga ( $U_2 = 0$ ).

respectivamente las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
 i_F &= C_F \frac{dv_F}{dt} + i_{LF}, \\
 v_F &= L_F \frac{di_{LF}}{dt}, \\
 C_o \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{v_o}{R}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Por lo cual, al despejar las derivadas, las ecuaciones de estado para este caso quedan reescritas como

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_F}{dt} &= \frac{i_F - i_{LF}}{C_F}, \\
 \frac{di_{LF}}{dt} &= \frac{v_F}{L_F}, \\
 \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{v_o}{C_o R}.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Por otra parte, al considerar que el MOSFET  $S_1$  se encuentra apagado, entonces el diodo  $D_1$  se encuentra en modo de conducción, e igual que en el caso anterior, utilizando las leyes

de Kirchoff se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales para este caso como

$$\begin{aligned} i_F &= C_F \frac{dv_F}{dt} i_{LF}, \\ v_F &= L_F \frac{di_{LF}}{dt} + v_O, \\ i_{LF} &= C_O \frac{dv_O}{dt} + \frac{v_O}{R}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

y despejando de igual manera las derivadas, las ecuaciones de estado del sistema quedan reescritas como

$$\begin{aligned} \frac{dv_F}{dt} &= \frac{i_F - i_{LF}}{C_F}, \\ \frac{di_{LF}}{dt} &= \frac{v_F - v_O}{L_F}, \\ \frac{dv_O}{dt} &= \frac{i_{LF}}{C_O} - \frac{v_O}{C_O R}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

Al utilizar las ecuaciones (3.3) y (3.5) y al asumir que el convertidor elevador funciona en modo de conducción continua, además considerando que la corriente que aporta este convertidor es  $i_{O1} = i_{LF}(1 - \mu_1)$  la cual utilizaremos más adelante, obtenemos el modelo conmutado del convertidor elevador, donde  $\mu_1$  toma valores de 0 y 1 dependiendo el modo de funcionamiento del MOSFET  $S_1$ .

$$\begin{aligned} \frac{dv_F}{dt} &= \frac{i_F - i_{LF}}{C_F}, \\ \frac{di_{LF}}{dt} &= \frac{v_F - v_O(1 - \mu_1)}{L_F}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

### Modelado del modo de apoyo

Para continuar con el modelado del sistema completo, ahora se analiza el convertidor bidireccional, considerando sus dos modos de operación (elevador/reductor) por separado. Primeramente, el modelo del convertidor bidireccional en modo apoyo (Ver Fig. 3.5 (b)), que sucede cuando el MOSFET  $S_2$  se encuentra conmutando, por lo cual se realizan dos análisis, uno cuando el MOSFET  $S_2$  se encuentra encendido (Ver Fig. 3.6 (a)) y otro cuando se encuentra apagado (Ver Fig. 3.6 (b)).

A continuación se muestran las ecuaciones correspondientes al convertidor bidireccional en su modo apoyo con  $S_2$  encendido, por lo cual obtenemos

$$\begin{aligned} -v_S + v_{LS} &= 0, \\ i_{SC} + i_{LS} &= 0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Considerando

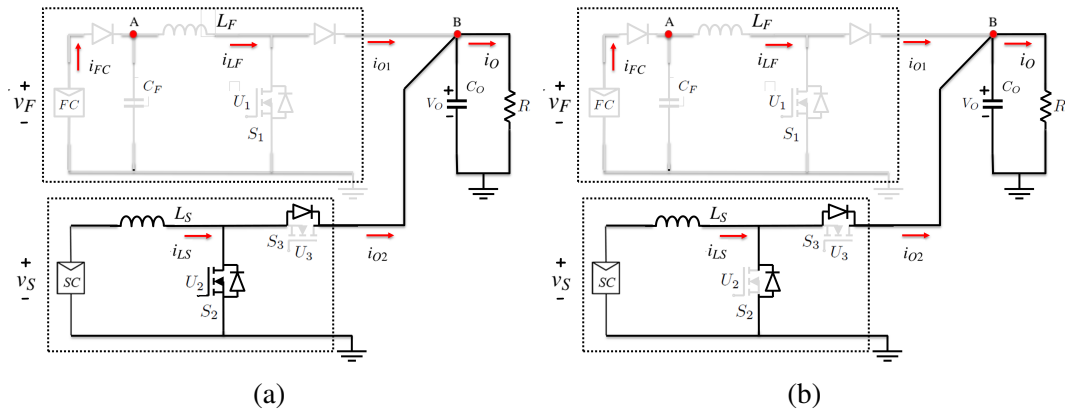


Figura 3.6: Convertidor bidireccional en modo de apoyo . (a) MOSFET  $S_2$  encendido. (b) MOSFET  $S_2$  apagado.

$$\begin{aligned} v_{LS} &= L_S \frac{di_{LS}}{dt} \\ i_{LS} &= C_{SC} \frac{dv_S}{dt} \end{aligned} \quad (3.8)$$

en las ecuaciones de (3.7) y despejando las derivadas, las ecuaciones de estado quedan reescritas como

$$\begin{aligned} \frac{di_{LS}}{dt} &= \frac{v_S}{L_S}, \\ \frac{dv_S}{dt} &= \frac{-i_{LS}}{C_{SC}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ahora, de igual manera en el convertidor bidireccional pero al considerar que el MOSFET  $S_2$  se encuentra apagado, se obtiene

$$\begin{aligned} -v_S + v_{LS} + v_O &= 0, \\ i_{SC} + i_{LS} &= 0, \end{aligned} \quad (3.10)$$

y consecuentemente, utilizando las ecuaciones (3.8) y al despejar las derivadas de (3.10), las ecuaciones de estado resultan en

$$\begin{aligned} \frac{di_{LS}}{dt} &= \frac{v_S - v_O}{L_S}, \\ \frac{dv_S}{dt} &= \frac{-i_{LS}}{C_{SC}}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Al considerar las ecuaciones (3.9) y (3.11), y además al considerar la corriente que aporta a la carga este convertidor como  $i_{O2} = i_{LS}(1 - \mu_2)$ , la cual utilizaremos más adelante, obtenemos el modelo del convertidor bidireccional en su modo elevador

$$\begin{aligned}\frac{di_{LS}}{dt} &= \frac{v_S - v_O(1 - \mu_2)}{L_S}, \\ \frac{dv_S}{dt} &= \frac{-i_{LS}}{C_{SC}}.\end{aligned}\quad (3.12)$$

### Modelado del modo de carga

Por otro lado, cuando el convertidor bidireccional se encuentra operando en modo de carga (Ver Fig. 3.5 (c)), el MOSFET  $S_3$  está conmutando y el MOSFET  $S_2$  está desactivado, por lo que haciendo lo mismo que en el modo de carga, primero obtenemos el modelo del convertidor considerando el MOSFET  $S_3$  cuando se encuentra encendido (Ver Fig. 3.7 (a)).

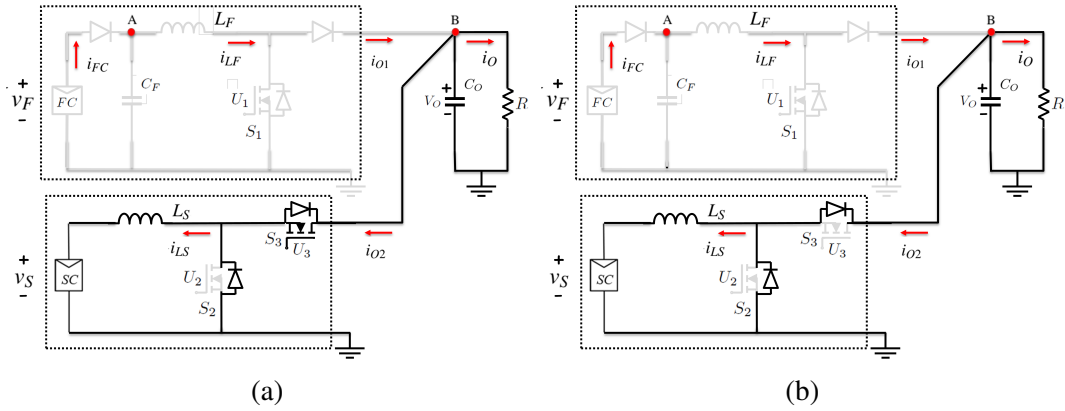


Figura 3.7: Convertidor bidireccional en modo de carga . (a) MOSFET  $S_3$  encendido. (b) MOSFET  $S_3$  apagado.

$$-v_S + v_{LS} + v_O = 0, \quad (3.13)$$

por lo cual, al utilizar las ecuaciones (3.8) y al despejar la derivada de las ecuaciones resultantes, las ecuaciones de estado quedan reescritas como

$$\frac{di_{LS}}{dt} = \frac{v_S - v_O}{L_S}. \quad (3.14)$$

Ahora considerando que el MOSFET  $S_3$  se encuentra apagado (Ver Fig. 3.7 (b)), se obtiene la ecuación

$$-v_S + v_{LS} = 0, \quad (3.15)$$

y de igual manera utilizando (3.8) y al despejar la derivada de las ecuaciones resultantes, las ecuaciones de estado pueden ser reescritas como



$$\frac{di_{LS}}{dt} = \frac{v_S}{L_S} \quad (3.16)$$

Por lo que, al utilizar las ecuaciones (3.14) y (3.16), y además al considerar que la corriente que se aporta a la carga por parte de este modo es  $i_{O2} = i_{LS}\mu_3$  el modelo conmutado del convertidor bidireccional en su modo reductor queda representado por

$$\frac{di_{LS}}{dt} = \frac{v_S - v_O\mu_3}{L_S}. \quad (3.17)$$

De esta manera el modelo conmutado del convertidor bidireccional, utilizando las ecuaciones (3.12) y (3.17), puede ser descrito como

$$\begin{aligned} \frac{di_{LS}}{dt} &= \frac{v_S - (1 - \mu_2)v_Ok - v_O\mu_3(1 - k)}{L_S}, \\ \frac{dv_S}{dt} &= -\frac{i_{LS}}{C_S}, \\ i_{O2} &= i_{LS}(1 - \mu_2)k + i_{LS}\mu_3(1 - k), \end{aligned} \quad (3.18)$$

por último, al considerar las ecuaciones (3.6) y (3.18) y al reformular  $i_{O1}$  y  $i_{O2}$  obtenemos el comportamiento dinámico del sistema, el cual está dado por

$$\begin{aligned} \dot{v}_F &= \frac{1}{C_F} \left( \left( \frac{v_F - c}{a} \right)^{1/b} - i_{LF} \right), \\ \dot{i}_{LF} &= \frac{1}{L_F} (v_F - v_O(1 - \mu_1)), \\ \dot{v}_S &= -\frac{i_{LS}}{C_S}, \\ \dot{i}_{LS} &= \frac{1}{L_S} (v_S - v_O\mu_{23}), \\ \dot{v}_O &= \frac{1}{C_O} (i_{LF}(1 - \mu_1) + i_{LS}\mu_{23} - i_O), \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde  $v_F$ ,  $i_{LF}$ ,  $v_S$ ,  $i_{LS}$  y  $v_O$  son las variables de estado, y  $\mu_{23}$  definida por

$$\mu_{23} = (1 - \mu_2)k + \mu_3(1 - k) \quad (3.20)$$

representa una señal de control auxiliar a diseñar. Observe que,  $k$  es una señal binaria que define el modo elevador del convertidor bidireccional cuando  $k = 1$  y modo reductor cuando  $k = 0$ . En este trabajo, el modelo matemático (3.19) fue obtenido con base en las suposiciones 2.2-2.4.

Además, para poder trabajar con el modelo del sistema, de igual manera que en el capítulo anterior, debemos pasar del modelo conmutado al modelo promediado con el objetivo de sintetizar las señales de control como señales continuas en el intervalo cerrado  $[0, 1]$ . De tal manera que al relacionar los ciclos de trabajo  $U_1$  y  $U_{23}$  con las señales de conmutación  $\mu_1$  y  $\mu_{23}$ , mediante el concepto de PWM dado en el capítulo anterior, el modelo promediado del sistema (3.19) queda reescrito de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}
\dot{V}_F &= \frac{1}{C_F} \left( \left( \frac{V_F - c}{a} \right)^{1/b} - I_{LF} \right), \\
\dot{I}_{LF} &= \frac{1}{L_F} (V_F - V_O(1 - U_1)), \\
\dot{V}_S &= -\frac{I_{LS}}{C_S}, \\
\dot{I}_{LS} &= \frac{1}{L_S} (V_S - V_O U_{23}), \\
\dot{V}_O &= \frac{1}{C_O} (I_{LF}(1 - U_1) + I_{LS} U_{23} - I_O),
\end{aligned} \tag{3.21}$$

donde las variables de estado conmutadas  $v_F$ ,  $i_{LF}$ ,  $v_S$ ,  $i_{LS}$ , y  $v_O$  son sustituidas por su valor promediado  $V_F$ ,  $I_{LF}$ ,  $V_S$ ,  $I_{LS}$ , y  $V_O$ , respectivamente.

Por otra parte, en estado estacionario, siempre que las señales de control se mantengan constantes, por ejemplo,  $U_1 = \bar{U}_1$  y  $U_{23} = \bar{U}_{23}$ , el voltaje de salida promedio  $\bar{V}_O$  es mayor que el de entrada  $\bar{V}_F$  y  $\bar{V}_S$ , por lo que la corriente del inductor  $\bar{I}_{LF}$  es igual a la corriente de la celda de combustible  $\bar{I}_F$ , por lo tanto, el punto de operación de (3.21) es

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{LF} &= \frac{\bar{V}_O}{R(1 - \bar{U}_1)} = \left( \frac{\bar{V}_F - c}{a} \right)^{\frac{1}{b}}, \\
\bar{V}_S &= \bar{U}_{23} \bar{V}_O, \\
\bar{I}_{LS} &= 0, \\
\bar{V}_O &= \frac{\bar{V}_F}{(1 - \bar{U}_1)},
\end{aligned} \tag{3.22}$$

y una vez que el voltaje de salida nominal  $\bar{V}_O$ , la carga resistiva  $R$  y el ciclo de trabajo  $\bar{U}_1$  son definidos,  $\bar{V}_F$  es calculado de la solución numérica de

$$\bar{V}_F(\bar{V}_O, \bar{U}_1) = a \left( \frac{\bar{V}_O}{R(1 - \bar{U}_1)} \right)^b + c. \tag{3.23}$$

Observe que, en la práctica, el valor de  $\bar{V}_F$  es difícil de obtener; por lo tanto, el esquema de control debe de ser diseñado de tal manera que se evite el uso de  $\bar{V}_F$ .

Como ya se mencionó, el objetivo del sistema bajo estudio es suministrar una regulación precisa de voltaje en el bus de CD, a pesar de presentar cambios en la resistencia de carga y

en el voltaje de la FC, así también se deben asegurar variaciones suaves de la corriente de la FC para así evitar una degradación en la vida útil de la misma.

### 3.2.3. Diseño de control

A continuación, se detalla el diseño del controlador propuesto para el sistema conformado por la celda de combustible y el supercapacitor. Dicho sistema consta de dos lazos de control (ver figura 3.8). Un lazo interno utilizado para generar las señales de control  $U_1$  y  $U_{23}$ , y mantener el correcto seguimiento de las corrientes de referencia y por otro lado, un lazo externo usado para generar dichas corrientes de referencia  $I_{LF}^*$  y  $I_{LS}^*$  diseñadas para llevar al sistema a los valores deseados de voltaje. Ambos lazos de control están inspirados en la técnica por retroceso y el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov. Adicionalmente, el esquema propuesto utiliza una ley de adaptación basado en la teoría I&I para estimar el valor de  $R$  donde la razón de convergencia del estimador se relaciona con la razón de cambio de  $I_{LF}^*$ . Nótese que se pueden evitar daños en la celda de combustible si los cambios en la pendiente de  $I_{LF}^*$  son lentos.

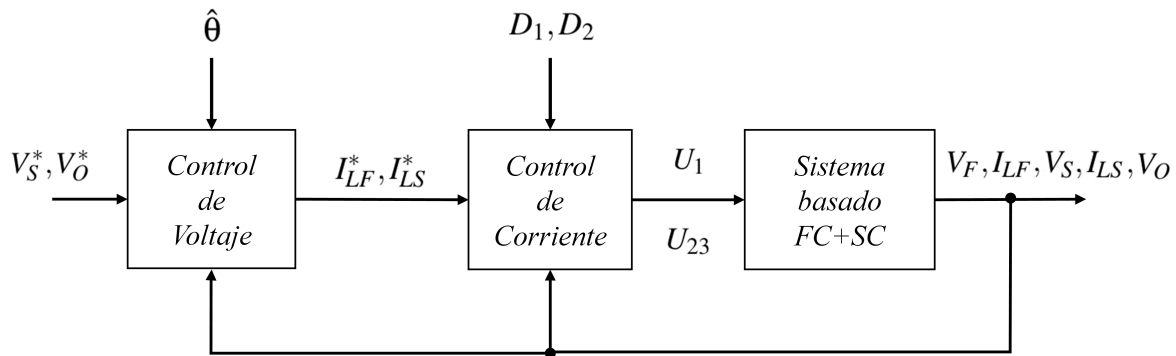


Figura 3.8: Diagrama a bloques del sistema en lazo cerrado.

En la literatura se puede observar, que es posible asumir que la escala del tiempo de respuesta entre la corriente en un inductor y el voltaje en un capacitor es significativamente grande; Por lo tanto, la teoría de perturbación singular puede ser aplicada para lograr una posible separación entre ambas dinámicas [22]. Gracias a esto, la etapa de diseño para este esquema de control puede ser dividido en dos partes, las cuales se describen a continuación.

#### A. Control de corriente

De forma inicial, y debido a las diferencias en las escalas de tiempo, se asume una separación entre las dinámicas de la corriente y el voltaje. De esta manera, la dinámica rápida de (3.19) es

$$\begin{aligned} L_F \dot{I}_{LF} &= V_F - V_O(1 - U_1) + D_1, \\ L_S \dot{I}_{LS} &= V_S - V_O U_{23} + D_2, \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde el voltaje  $V_F$  y  $V_S$  son considerados constantes, mientras que  $D_1$  y  $D_2$  son considerados términos que representan errores de modelado e incertidumbre paramétrica, como el efecto

de las resistencias parásitas en el circuito. En la siguiente sección se detalla el procedimiento para estimar estos términos de incertidumbre mediante la técnica I&I. Nótese que en la etapa de diseño del controlador de corriente,  $D_1$  y  $D_2$  son considerados conocidos.

Para comenzar el diseño, se definen las señales de error de corriente de los dos inductores como

$$\begin{aligned} x_1 &:= I_{LF} - I_{LF}^*, \\ x_2 &:= I_{LS} - I_{LS}^*. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Por lo cual, la dinámica del error de (3.25) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{V_F}{L_F} - (1 - U_1) \frac{V_O}{L_F} + \frac{D_1}{L_F} - \dot{I}_{LF}^*, \\ \dot{x}_2 &= \frac{V_S}{L_S} - U_{23} \frac{V_O}{L_S} + \frac{D_2}{L_S} - \dot{I}_{LS}^*. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Observe que si las señales de control son elegidas de la siguiente manera

$$\begin{aligned} U_1 &= 1 + \frac{1}{V_O} [L_F(-\alpha_1 x_1 + \beta x_2 + \dot{I}_{LF}^*) - V_F - D_1], \\ U_{23} &= -\frac{1}{V_O} [L_S(-\beta x_1 - \alpha_2 x_2 + \dot{I}_{LS}^*) - V_S - D_2], \end{aligned} \quad (3.27)$$

las dinámicas de los errores de corriente pueden ser reescritas como un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo (LTI, por sus siglas en inglés) de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & \beta \\ -\beta & -\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Nótese que, si  $\beta = 0$ , el sistema (3.28) resulta en un sistema LTI desacoplado, donde  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  corresponden a los polos del lazo de corriente y requieren ser constantes positivas para asegurar estabilidad asintótica del origen. Además, la estabilidad de (3.28) puede ser asegurada por dos métodos.

Uno de ellos, mediante la obtención del polinomio característico,  $P_x(\lambda) = \lambda^2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\lambda + (\beta^2 + \alpha_1\alpha_2)$ , donde se puede asignar el lugar de las raíces deseado eligiendo apropiadamente valores para las ganancias  $\alpha_1 + \alpha_2$  y  $\beta^2 + \alpha_1\alpha_2$ .

Por otro lado, dado que los objetivos de control del lazo interno son

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0, \quad (3.29)$$

entonces, se puede proponer un a función candidata de Lyapunov  $V_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  de la forma

$$V_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2). \quad (3.30)$$

Después de algunos despejes, la derivada de  $V_1$  a través de las trayectorias de (3.28) es

$$\dot{V}_1 = -\alpha_1 x_1^2 - \alpha_2 x_2^2, \quad (3.31)$$

la cual es una función definida negativa, lo que asegura la estabilidad asintótica del origen de (3.28); por consecuencia  $I_{LF}(t) \rightarrow I_{LF}^*(t)$  e  $I_{LS}(t) \rightarrow I_{LS}^*(t)$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Se puede observar, que la ley de control en (3.27) depende de que el voltaje de salida  $V_O$  sea diferente de cero para todo tiempo. Esta restricción es no-conservativa, ya que, para el interés de esta investigación  $V_O$  es siempre positiva y mayor que el voltaje que entrega la celda de combustible. Se puede observar que no se tienen restricciones sobre  $\beta$ ; sin embargo, se selecciona como una constante positiva. Además,  $\beta$  mejora el rendimiento del lazo, ya que si se selecciona correctamente, establece un nivel de interconexión entre ambas señales de control.

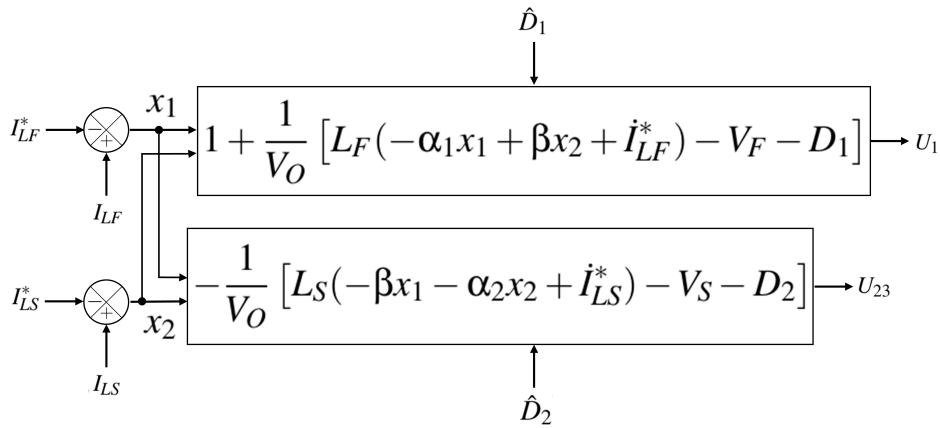


Figura 3.9: Control de corriente (Generación de señales de control).

En la Fig. 3.9 se puede apreciar de manera de diagrama a bloques la estructura del lazo interno, para la generación de las señales de control utilizando las ecuaciones (3.25) y (3.27).

## B. Diseño del estimador no-lineal de incertidumbre

Normalmente, fenómenos como perturbaciones exógenas al sistema y/o incertidumbre paramétrica de los componentes del sistema, no se pueden conocer de forma exacta, por lo que si estos efectos no son compensados adecuadamente suelen generar problemas de error en estado estacionario e incluso inestabilidad cuando el sistema opera en lazo cerrado.

Debido a que el objetivo de control es regular el voltaje de salida de manera indirecta, y que por lo cual, primero se debe de regular el seguimiento de corriente, para este trabajo, consideramos que el lazo de corriente, es el más crítico a la hora de considerar las incertidumbres del sistema. Motivo por el cual, para solucionar este problema, se diseñó y agregó un estimador no-lineal de incertidumbre el cual estará considerado unicamente en la dinámica rápida del sistema, ya que es en esta, donde afectan mayormente la incertidumbre paramétrica.

Para el diseño de estos estimador de incertidumbre utilizamos de igual manera la técnica de I&I como en el caso del estimador de la carga de la sección 2.2.3. Por ello, al considerar

el sistema (3.24), repetido aquí

$$\begin{aligned} L_F \dot{I}_{LF} &= V_F - V_O(1 - U_1) + D_1, \\ L_S \dot{I}_{LS} &= V_S - V_O U_{23} + D_2, \end{aligned}$$

donde  $D_1$  y  $D_2$  representan errores de modelado e incertidumbre paramétrica del sistema, definimos primero el error de observación como

$$z = \hat{D} - D, \quad (3.32)$$

donde  $D = [D_1 \quad D_2]^\top$  y  $\hat{D} = [\hat{D}_1 \quad \hat{D}_2]^\top$ . De acuerdo a la técnica de I&I, se considera que la estimación  $\hat{D}$  se conforma por dos términos: un término integral  $\vartheta$  y un término proporcional  $\varphi(\cdot)$ , tal que  $\hat{D} = [\vartheta_1 + \varphi_1(I_{LF}), \vartheta_2 + \varphi_2(I_{LS})]^\top$ . Observe que los términos proporcionales serán definidos por diseño más adelante así como la dinámica de los términos integrales. Al asumir que el vector de incertidumbre  $D$  es constante pero desconocido, entonces la derivada en el tiempo del error de observación (3.32) resulta en

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\vartheta}_1 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} \dot{I}_{LF} \\ \dot{z}_2 &= \dot{\vartheta}_2 + \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} \dot{I}_{LS} \end{aligned} \quad (3.33)$$

por lo cual al sustituir las ecuaciones correspondientes a la dinámica rápida (3.24) en (3.33) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\vartheta}_1 + \frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} (V_F - V_O(1 - U_1) + D_1) \\ \dot{z}_2 &= \dot{\vartheta}_2 + \frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} (V_S - V_O U_{23} + D_2) \end{aligned} \quad (3.34)$$

De la ecuación (3.32), se sabe que  $D = \hat{D} - z$ , por lo cual, (3.34) se reescribe como

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\vartheta}_1 + \frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} (V_F - V_O(1 - U_1) + (\vartheta_1 + \varphi_1(I_{LF}) - z)) \\ \dot{z}_2 &= \dot{\vartheta}_2 + \frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} (V_S - V_O U_{23} + (\vartheta_2 + \varphi_2(I_{LS}) - z)) \end{aligned} \quad (3.35)$$

y separando las ecuaciones anteriores con respecto a la variable de error  $z$ , tenemos que

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\vartheta}_1 + \frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} (V_F - V_O(1 - U_1) + \vartheta_1 + \varphi_1(I_{LF})) - \frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} z \\ \dot{z}_2 &= \dot{\vartheta}_2 + \frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} (V_S - V_O U_{23} + \vartheta_2 + \varphi_2(I_{LS})) - \frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} z \end{aligned} \quad (3.36)$$

por lo cual, el estimador no lineal de la incertidumbre se selecciona de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{\vartheta}_1 &= -\frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} (V_F - V_O(1 - U_1) + \vartheta_1 + \varphi_1(I_{LF})) \\ \dot{\vartheta}_2 &= -\frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} (V_S - V_O U_{23} + \vartheta_2 + \varphi_2(I_{LS}))\end{aligned}\tag{3.37}$$

tal que la dinámica del error de estimación se transforma en

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= -\frac{1}{L_F} \frac{\partial \varphi_1}{\partial I_{LF}} z \\ \dot{z}_2 &= -\frac{1}{L_S} \frac{\partial \varphi_2}{\partial I_{LS}} z\end{aligned}\tag{3.38}$$

por lo que, si  $\varphi_1(I_{LF}) = L_F \sigma_1 I_{LF}$ , con  $\sigma_1 > 0$  resulta en  $\partial \varphi_1 / \partial I_{LF} = L_F \sigma_1$  y  $\varphi_2(I_{LS}) = L_S \sigma_2 I_{LS}$ , con  $\sigma_2 > 0$  resulta en  $\partial \varphi_2 / \partial I_{LS} = L_S \sigma_2$ , por lo que las expresiones anteriores para  $\dot{z}$  se simplifican como

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= -\sigma_1 z_1 \\ \dot{z}_2 &= -\sigma_2 z_2\end{aligned}\tag{3.39}$$

De esto último, y al igual que en el caso del estimador de la carga del capítulo anterior, se pueden proponer unas funciones candidatas de Lyapunov  $W : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$W(z) = \frac{1}{2} z^\top z,\tag{3.40}$$

con el objetivo de lograr que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0.\tag{3.41}$$

La derivada en el tiempo de  $W$  alrededor de las trayectorias del error (3.39) es calculada como

$$\dot{W} = -\sigma_1 z_1^2 - \sigma_2 z_2^2\tag{3.42}$$

por lo cual si elegimos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  como valores positivos, entonces  $\dot{W}$  es definida negativa para toda  $z \neq 0$  y esto asegura el objetivo  $z(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Lo cual asegura que el estimador no-lineal de incertidumbre compensará las perturbaciones exógenas al sistema y/o incertidumbre paramétrica de los componentes del sistema que no se pueden conocer de forma exacta.

### C. Controlador de voltaje

A continuación se prosigue con el lazo de voltaje, por lo cual, asumiendo que, los errores de corriente  $x_1$  y  $x_2$  son iguales a cero, entonces  $I_{LF} = I_{LF}^*$  y  $I_{LS} = I_{LS}^*$ , por lo tanto la dinámica lenta de (3.21) está dada por

$$\begin{aligned} C_F \dot{V}_F &= \left( \frac{V_F - c}{a} \right)^{1/b} - I_{LF}^*, \\ C_S \dot{V}_S &= -I_{LS}^*, \\ C_O \dot{V}_O &= I_{LF}^* \frac{V_F}{V_O} + I_{LS}^* \frac{V_S}{V_O} - I_O, \end{aligned} \quad (3.43)$$

donde  $I_{LF}^*$  y  $I_{LS}^*$  son corrientes de referencia a ser diseñadas y se consideran como entradas a la dinámica lenta del sistema. Consecuentemente, se procede a definir los errores de voltaje de la celda de combustible, del supercapacitor y del voltaje de salida, respectivamente como

$$\begin{aligned} x_0 &:= V_F - V_F^*, \\ x_3 &:= V_S - V_S^*, \\ x_4 &:= V_O - V_O^*. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Al considerar que las referencias de voltaje  $V_F^*$ ,  $V_S^*$  y  $V_O^*$  son constantes, entonces la dinámica de los errores de voltaje (3.43) se reescribe como

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= -h(x_0), \\ \dot{x}_3 &= -\frac{I_{LS}^*}{C_S}, \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{C_O} \left[ I_{LF}^* \frac{V_F}{V_O} + I_{LS}^* \frac{V_S}{V_O} - I_O \right], \end{aligned} \quad (3.45)$$

donde

$$h(x_0) = \frac{1}{C_F} \left[ - \left( \frac{x_0 + V_F^* - c}{a} \right)^{1/b} + I_{LF}^* \right]. \quad (3.46)$$

Nótese que  $h(x_0)$  es una función impar que satisface  $h(0) = 0$  y  $h(x_0)x_0 > 0$  cuando  $x_0 \neq 0$ . Esta última característica se explotará mas adelante en el análisis de estabilidad [19]. Ahora, similar al diseño del lazo interno, si las corrientes de referencia son seleccionadas de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} I_{LS}^* &= C_S [\gamma_1 x_3 - \delta x_4], \\ I_{LF}^* &= \frac{V_O}{V_F} \left[ C_O (-\delta x_3 - \gamma_2 x_4) - I_{LS}^* \frac{V_S}{V_O} + \frac{V_O}{R} \right], \end{aligned} \quad (3.47)$$

entonces, la dinámica del error de voltaje se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= -h(x_0), \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\gamma_1 & \delta \\ -\delta & -\gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.48)$$



Ahora, para analizar la estabilidad de la dinámica de (3.48) y cumplir los objetivos de control del lazo de voltaje, los cuales se definen como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_0(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_3(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_4(t) = 0, \quad (3.49)$$

se propone una función candidata de Lyapunov continuamente diferenciable de la forma

$$V_2(x_0, x_3, x_4) = \int_0^{x_0} h(y) dy + \frac{1}{2}(x_3^2 + x_4^2), \quad (3.50)$$

la cual tiene como derivada en el tiempo a lo largo de las trayectorias de (3.48), la representación

$$\dot{V}_2 = -h(x_0)^2 - \gamma_1 x_3^2 - \gamma_2 x_4^2, \quad (3.51)$$

donde resulta evidente que  $\dot{V}_2$  una función definida negativa si  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son elegidas como constantes positivas; consecuentemente, se asegura la estabilidad asintótica del origen de (3.48), y además se cumple que  $V_F(t) \rightarrow V_F^*$ ,  $V_S(t) \rightarrow V_S^*$  y  $V_O(t) \rightarrow V_O^*$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

La ganancia  $\delta$  se selecciona como una constante positiva para propósitos prácticos. Observe que, esta ganancia  $\delta$  introduce una interconexión de los errores  $x_3$  y  $x_4$  entre las corrientes de referencia para mejorar el desempeño del lazo. Además, el cálculo de las corrientes de referencia (3.47) no requieren el conocimiento de  $V_F^*$  (la cual coincide con  $\bar{V}_F$ , cuyo valor no se conoce en la práctica), dado que la dinámica de  $x_0$  no necesita ser controlada. Por otra parte, con respecto a  $I_{LF}^*$ , se requiere el conocimiento de la corriente  $I_O = V_O/R$ , la cual es desconocida, ya que la carga  $R$  es desconocida a su vez. Para resolver este problema, se diseña un estimador de carga como se muestra a continuación.

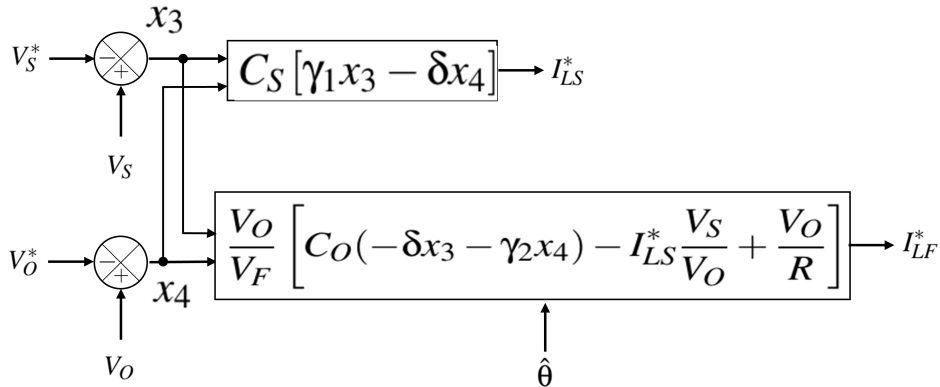


Figura 3.10: Control de voltaje (Generación de referencias de corriente).

En la Fig. 3.10 se puede apreciar de manera de diagrama a bloques la estructura del lazo interno, para la generación de las señales de control utilizando las ecuaciones (3.44) y (3.47).

#### D. Ley de adaptación

En esta subsección, se describe una ley de adaptación basada en la teoría de inmersión e invarianza (I&I) para el sistema con multifuente. El procedimiento de diseño es el mismo

que el utilizado en el controlador del capítulo anterior, sin embargo en este caso se considera la dinámica del sistema multifuente. Como ya se mencionó anteriormente, el objetivo es generar la estimación de la carga  $R$ , para usar esta estimación en la corriente de referencia  $I_{LF}^*$  en (3.47). A continuación, se muestra en detalle la metodología utilizada para diseñar el esquema de adaptación. Empezando con la consideración de que  $\theta = 1/R$  (conductancia de la carga medida en *siemens*) es un parámetro desconocido de (3.19), por lo tanto la ecuación de estado del voltaje de salida queda reescrita como

$$\dot{V}_O = \frac{1}{C_O}(1 - U_1)I_L + \frac{1}{C_O}I_{LS}U_{23} - \frac{1}{C_O}\theta V_O. \quad (3.52)$$

A continuación se define el error de estimación de  $\theta$  como

$$z = \hat{\theta} - \theta, \quad (3.53)$$

donde, de acuerdo a la teoría de I&I, la estimación  $\hat{\theta}$  está conformada por dos términos: un término integral  $\xi$  y un término proporcional  $\eta(V_O)$ , de tal forma que

$$\hat{\theta} = \xi + \eta(V_O). \quad (3.54)$$

Al asumir que  $\theta$  es un parámetro desconocido pero constante, la derivada en el tiempo del error de estimación (3.53) resulta en

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \dot{V}_O \quad (3.55)$$

por lo cual al sustituir la ecuación (3.52) en (3.55) obtenemos

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1 - U_1)I_{LF} + I_{LS}U_{23} - \theta V_O \right). \quad (3.56)$$

De la ecuación (3.53), se sabe que  $\theta = \hat{\theta} - z$ , por lo cual (3.56) se reescribe como

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1 - U_1)I_{LF} + I_{LS}U_{23} - (\xi + \eta(V_O) - z)V_O \right). \quad (3.57)$$

Al separar la ecuación anterior con respecto a la variable de error  $z$ , se tiene

$$\dot{z} = \dot{\xi} + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1 - U_1)I_{LF} + I_{LS}U_{23} - (\xi + \eta(V_O))V_O \right) + \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} V_O z, \quad (3.58)$$

por lo cual, si la ley de adaptación se selecciona de la siguiente manera

$$\dot{\xi} = - \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} \left( (1 - U_1)I_{LF} + I_{LS}U_{23} - (\xi + \eta(V_O))V_O \right), \quad (3.59)$$

entonces la dinámica del error de estimación se transforma en

$$\dot{z} = \frac{1}{C_O} \frac{\partial \eta}{\partial V_O} V_O z. \quad (3.60)$$

Por lo que, si  $\eta(V_O) = -C_O \sigma V_O$ , con  $\sigma > 0$ , resulta en  $\partial \eta / \partial V_O = -C_O \sigma$ , y la expresión anterior para  $\dot{z}$  se simplifica como

$$\dot{z} = -\sigma V_O z. \quad (3.61)$$

De tal manera, que si se propone una función candidata de Lyapunov, para esta última expresión de la forma  $W(z) = \frac{1}{2} z^2$ . La derivada en el tiempo de  $W$  a lo largo de las trayectorias del error resulta en  $\dot{W} = -\sigma V_O z^2$ , y debido a que  $V_O$  por definición siempre es positivo, entonces  $\dot{W}$  es definida negativa y es posible asegurar que  $z(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por lo que  $\hat{\theta}(t) \rightarrow \theta$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Por ultimo, sustituyendo la ecuación (3.59) además de  $\eta(V_O) = -C_O \sigma V_O$  en (3.54) y utilizándolas en (3.47) se logra incorporar el estimador de la carga, a la ley de control en el lazo de voltaje sustituyendo  $R$  por  $1/\theta$ .

### 3.3. Conclusión del capítulo

En este capítulo se describió el análisis, modelado y diseño de etapa de control de un esquema de control adaptable para la regulación del voltaje de salida de un sistema de conversión de energía basada en el uso de una celda de combustible y un supercapacitor los cuales están conectados a un convertidor elevador y un convertidor bidireccional respectivamente, considerando además cambios en la carga los cuales son netamente resistivos. La metodología se centró en el diseño de dos lazos de retroalimentación; en donde el lazo interno se utiliza para la generación de señales de control con base al seguimiento de unas referencias de corriente y el lazo externo utilizado para la generación de dichas referencias de corriente considerando en ambos casos la técnica recursiva de retroalimentación de estados. Además, para mejorar la robustez del lazo de control, se diseño un estimador de carga (el cual en el capítulo siguiente sera ajustado para permitir al supercapacitor absorber o abastecer los picos de corrientes generados por los cambios en la carga) y unos estimadores no-lineales de incertidumbre (diseñado para compensar perturbaciones e incertidumbre que se presenten en el sistema) los cuales utilizan el enfoque I&I. Como resultado, se obtuvo un controlador adaptativo dinámico no lineal, que garantiza una estabilidad asintótica a través de funciones candidatas de Lyapunov.

Adicionalmente, al igual que en capítulo anterior, para poder apreciar de manera mas sencilla como se aplican las leyes de control presentada en este capítulo, a continuación se presentan todas las ecuaciones utilizadas para cerrar el lazo de control.

$$\begin{aligned}
U_1 &= 1 + \frac{1}{V_O} [L_F(-\alpha_1 x_1 + \beta x_2 + \dot{I}_{LF}^*) - V_F - \hat{D}_1], \\
U_{23} &= -\frac{1}{V_O} [L_S(-\beta x_1 - \alpha_2 x_2 + \dot{I}_{LS}^*) - V_S - \hat{D}_2],
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Observe que tanto  $U_1$  como  $U_{23}$  necesita del conocimiento de las derivadas de  $I_{LF}^*$  y de  $I_{LS}^*$ ; motivo por lo cual para hacer este calculo más sencillo, se suelen usar filtros derivativos [38] de las expresiones

$$\begin{aligned}
I_{LF}^* &= \frac{V_O}{V_F} \left[ C_O(-\delta x_3 - \gamma_2 x_4) - I_{LS}^* \frac{V_S}{V_O} + \hat{\theta} V_O \right], \\
I_{LS}^* &= C_S [\gamma_1 x_3 - \delta x_4],
\end{aligned} \tag{3.63}$$

Observe también que  $\hat{D}_1$  y  $\hat{D}_2$  se encuentran descritas por

$$\begin{aligned}
\hat{D}_1 &= \sigma_1 L_F I_{LF} - \int_0^t \sigma_1 (V_F - V_O(1 - U_1) + \vartheta_1 + \sigma_1 L_F I_{LF}) d\tau \\
\hat{D}_2 &= \sigma_2 L_S I_{LS} - \int_0^t \sigma_2 (V_S - V_O U_{23} + \vartheta_2 + \sigma_2 L_S I_{LS}) d\tau
\end{aligned} \tag{3.64}$$

Además  $\hat{\theta}$  queda expresada como

$$\hat{\theta} = -\sigma C_O V_O - \int_0^t \sigma \left( (1 - U) I_{LF} + I_{LS} U_{23} - \xi V_O + \sigma C_O V_O^2 \right) d\tau, \tag{3.65}$$

Adicionalmente, como ya se menciona anteriormente en este capítulo, para poder implementar la señal de control  $U_{23}$  en el convertidor bidireccional es necesario separar la señal de control mediante la ecuación:

$$U_{23} = (1 - U_2)k + U_3(1 - k) \tag{3.66}$$

donde  $k$ , define el comportamiento del convertidor bidireccional y es una señal binaria la cual es generada mediante

$$k = \begin{cases} 1, & \text{si } I_{LS}^* > 0 \text{ (Modo elevador)} \\ 0, & \text{si } I_{LS}^* < 0 \text{ (Modo reductor)} \end{cases} \tag{3.67}$$

# Capítulo 4

## Resultados experimentales y numéricos

### 4.1. Introducción

En este capítulo se presentan las simulaciones y resultados experimentales de los lazos de control presentados en los capítulos anteriores. Dicho esto, para la correcta presentación de estos resultados, este capítulo está dividido en 2 secciones, la primera de ellas, conformada por los resultados experimentales utilizando la ley de control diseñada en el capítulo 2 en donde dicha ley se implementa en una DSPACE para realizar pruebas en laboratorio con un prototipo físico del convertidor y una celda de combustible, esta sección a su vez está dividida en tres sub-secciones en donde se presentan diferentes escenarios del sistema, la primera sub-sección conformada por los resultados en lazo abierto del sistema, donde podemos ver como responde el sistema ante cambios en la carga solo para considerar la importancia de la ley de control; la segunda sub-sección conformada por la prueba principal del sistema en donde se somete este a cambios en la resistencia de carga y por último en esta sección, la tercera sub-sección en donde se realizan cambios en el voltaje de referencia para probar la robustez del método de control. La segunda sección de este capítulo, está confirmada por las simulaciones numéricas de las leyes de control en lazo cerrado del capítulo 3 las cuales están realizadas en el software MATLAB/Simulink e incluyen los dos lazos de control (lazo de corriente y lazo de voltaje) así como los estimadores (estimador no-lineal de incertidumbre y estimador de la carga) cumpliendo el objetivo de regular el voltaje de salida del bus de CD a un voltaje constante de referencia ante cambios en la carga.

### 4.2. Celda de combustible y convertidor elevador

Para el sistema conformado por la celda de combustible y el convertidor elevador (mostrado en la figura 4.1), el desempeño del controlador (2.55)-(3.59) propuesto en el capítulo 2, es probado en tiempo real usando una plataforma de adquisición de datos DSPACE-DS1104. El tiempo de muestreo seleccionado es de  $50 \mu s$  (frecuencia de muestreo de 20 kHz), el cual es fijado con el objetivo de dar suficiente tiempo al procesador digital para el cálculo completo de las expresiones del controlador (2.55) y (3.59). Nótese que un periodo de muestreo menor resulta insuficiente para el cálculo del ciclo del trabajo del convertidor. Además, la frecuencia de conmutación  $f_s$  es seleccionada de 75 kHz con una señal triangular de 10 V

pico a pico para la generación del PWM. Basado en las consideraciones físicas de (2.20)-(2.21), la selección de la frecuencia de conmutación y el valor del inductor  $L = 135 \mu\text{H}$  fueron realizados para reducir el rizo de corriente a un valor adecuado y asegurar el MCC.

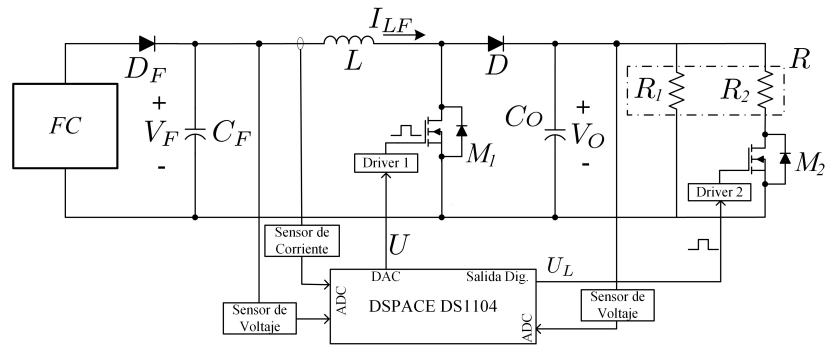


Figura 4.1: Esquema del circuito experimental.

Cada sensor del sistema es equipado con un filtro pasa-bajas para eliminar ruido y/o rizo de corriente o voltaje. En consecuencia, se puede decir, que el controlador es provisto de mediciones promediadas, lo cual concuerda con la teoría mostrada en este trabajo.

Para evaluar el rendimiento del controlador en una tarea de regulacion, se analizaron tres diferentes escenarios: *i)* operacion en lazo abierto para mostrar la respuesta del sistema, *ii)* operacion en lazo cerrado bajo cambios en la carga y *iii)* operacion en lazo cerrado bajo cambios en l voltaje. Para poder entrar de lleno al lazo cerrado, primero se mostraran los resultados del sistema en lazo abierto ante cambios de carga, esto para poder apreciar con mayor facilidad las ventajas del controlador propuesto. A continuación se muestra en la Fig. 4.2 el prototipo de laboratorio con el cual se trabajo.



Figura 4.2: Prototipo experimental de laboratorio conformado por celda de combustible, convertidor elevador, DSPACE y carga resistiva.

### 4.2.1. Operación en lazo abierto del sistema

En la figura 4.3, se observa la respuesta experimental en lazo abierto del sistema (en estado estable) bajo una carga nominal. Primeramente, en el canal 1, se puede observar la corriente que suministra la celda de combustible, la cual se encuentra alrededor de 17.5 A y no presenta rizado alguno. La corriente del inductor se muestra en el canal 2, donde el rizo de corriente presenta ser de un aproximado de 2 A (11 % de la corriente promedio de 17.5 A). Observe que este valor de rizo difiere ligeramente de la expresión ideal obtenida en (2.20), la cual es 1.23 A, cuando  $\bar{U} = 0,43$ . El canal 3 muestra el voltaje de la celda de combustible el cual es 28 V y por último el canal 4 muestra el voltaje de salida del convertidor en 48 V. Ambos voltajes no presentan rizados que puedan ser considerados. Por último, el capacitor de entrada  $C_F$  es elegido lo suficientemente grande para asegurar una respuesta lenta de la corriente de la celda de combustible ante los cambios en la carga y además eliminar el rizo de corriente de la misma. Mientras que el capacitor de salida  $C$  es seleccionado con la intención de minimizar el rizo del voltaje de salida. Todos los componentes del convertidor se encuentran listados en la Tabla 4.1.

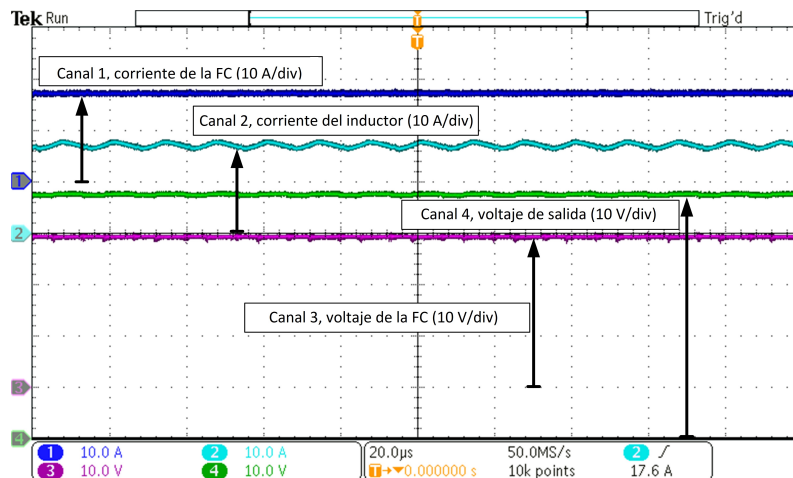


Figura 4.3: Resultados experimentales en estado estacionario a carga nominal.

La eficiencia del convertidor está dada por la relación  $\eta = P_O/P_I$ , donde  $P_O$  es la potencia de salida y  $P_I$  la potencia de entrada del convertidor, la cual se puede observar en la figura 4.4. Nótese que la eficiencia de energía se reduce cuando la potencia de salida aumenta. Observe que para el punto nominal de operación de 460 W la eficiencia del convertidor se encuentra alrededor del 95 %.

Observe que las variaciones en la carga (tanto para lazo abierto como para lazo cerrado) son inducidos en el sistema con una frecuencia de 1 Hz mediante la activación de un MOSFET  $M_2$ , lo cual afecta directamente a la carga, por ejemplo:

$$R = \begin{cases} R_1 || R_2 = 5 \Omega, & \text{cuando } M_2 \text{ está encendido, carga nominal.} \\ R_1 = 10 \Omega, & \text{cuando } M_2 \text{ está apagado.} \end{cases}$$

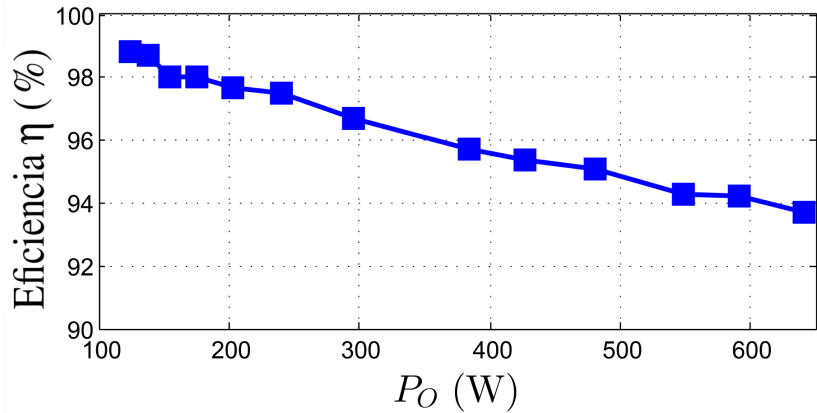


Figura 4.4: Eficiencia del convertidor elevador.

Tabla 4.1: Parámetros del sistema y ganancias de control.

$V_{ref}$	48 V	$C$	1.88 mF
$f_s$	75 kHz	$C_F$	11.2 mF
$R_1$	10 $\Omega$	$E_O$	40.4 V
$R_2$	10 $\Omega$	$\delta$	0.76
$L$	135 $\mu$ H	$I_h$	52.9812
$\alpha$	$15 \times 10^3$	$\beta$	$15 \times 10^3$
$\sigma$	10	$M_1$	IRFP4568
$M_2$	IRFP4468	$D$	DSA120C150QB

La operación del sistema en lazo abierto cuando se presentan cambios en la carga se muestra en la figura 4.5. Se puede observar que bajo un valor nominal de la carga ( $R = 5 \Omega$ ) el voltaje de salida en el canal 4 es de  $V_O = 48$  V y el voltaje de la celda de combustible en el canal 3 es de  $V_F = 28$  V, después, ambos voltajes incrementan a  $V_O = 56$  V y  $V_F = 32$  V cuando la carga cambia a  $R = 10 \Omega$ . En el canal 2, se observa la corriente en el inductor  $I_L$  donde 17.5 A corresponden a la carga nominal y 10 A cuando la carga cambia. Por último, en el canal 4 se puede observar el ciclo de trabajo del convertidor, el cual es fijado a un valor de  $U = 0.43$ .

#### 4.2.2. Operación en lazo cerrado bajo cambios en la carga

La regulación del voltaje de salida bajo cambios en la carga se muestran en la Figura 4.6. Para este escenario, las ganancias de control fueron elegidas como  $K_P = 3.7$  y  $K_I = 550$ . Observe que el controlador propuesto asegura la regulación de voltaje a un valor de 48 V a pesar de tener cambios en la carga (Figura 4.6(a), canal 4). Se puede observar que, en menos de 0.05 s después de la variación en la carga,  $V_O$  regresa a su valor nominal. Debido a los cambios en la carga, existen pequeños sobretiros alrededor de 48 V. Esto último demuestra experimentalmente la robustez de la estrategia de control ante variaciones de carga desconocidas y dinámica no-lineal del voltaje de entrada  $V_F$ , el cual varía de 28 V a 34.5 V (Figura



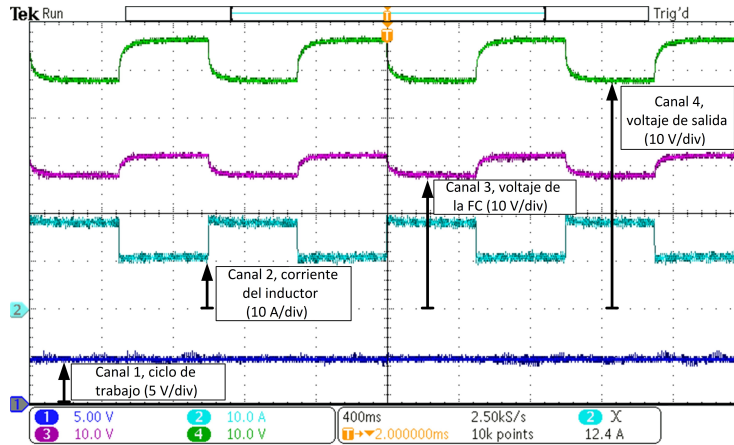


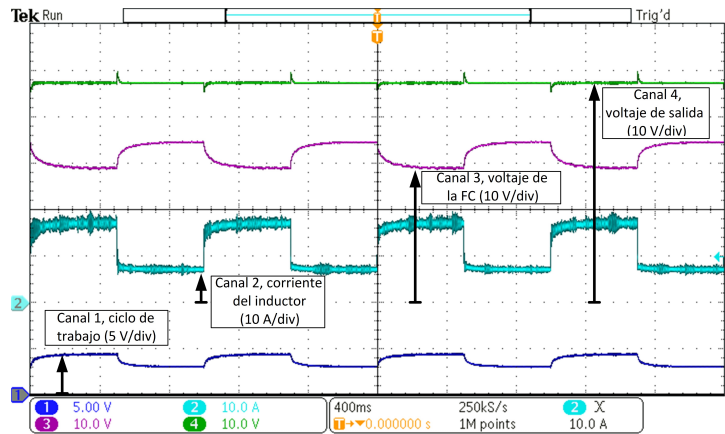
Figura 4.5: Respuesta del sistema en lazo abierto bajo cambios de carga entre 5 y 10  $\Omega$ .

4.6(a), canal 3). Bajo carga nominal ( $R = 5 \Omega$ ) el sistema de potencia entrega 460 W. Consecuentemente, cuando  $R = 10 \Omega$ , la potencia de salida se encuentra alrededor de 230 W. Adicionalmente, la figura 4.6(a), canal 2, muestra la corriente del inductor  $I_L$ . Observe que  $I_L = 17,5 \text{ A}$  bajo carga nominal, luego la corriente decrece a 10 A cuando la carga cambia. Las señales de control se muestran en la figura 4.6(a), canal 1, la cual cambia suavemente de 43 % (operación nominal) a 30 % en cada cambio en la carga. Por último, la figura 4.6(b) muestra el valor de la carga estimada  $\hat{R} = 1/\hat{\theta}$ , donde se puede observar que la estimación es precisa.

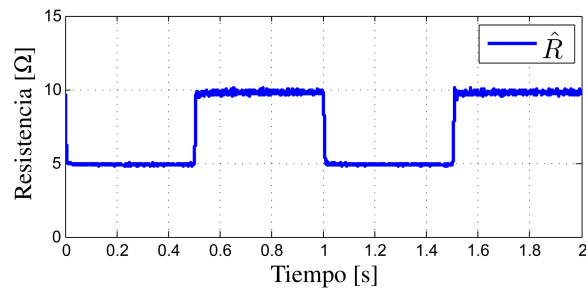
Después de diversas simulaciones y pruebas experimentales, las ganancias del controlador propuestos fueron elegidas en función de su efecto en el comportamiento de la ley de control en lazo cerrado. Por ejemplo, la generación de  $I_{ref}$  por el lazo externo es mejorada si  $K_P$  y  $K_I$  se fijan a un valor tal que los sobretiros se minimicen cuando se introducen transiciones repentinas en la carga. Adicionalmente,  $\alpha$  y  $\beta$  afectan proporcionalmente el seguimiento de la corriente de referencia y mientras que  $K_P$  y  $K_I$  aseguran la correcta generación de la referencia elegidas con base en las restricciones (2.37) y (2.59) respectivamente.

### 4.2.3. Operación en lazo cerrado bajo cambios en el voltaje de referencia

Generalmente, los convertidores de potencia son diseñados para aplicaciones donde el voltaje de salida es fijo a un valor dado, sin embargo, es de nuestro interés mostrar que el controlador propuesto es capaz de garantizar una regulación adecuada del voltaje de salida a diferentes niveles deseados. De esta manera, este escenario considera cambios en la referencia de voltaje cada 0.5 s (1 Hz) cambiando de 48 V a 38 V. La regulación de voltaje se muestra en la figura 4.7(a), canal 4, donde en cada transición, el controlador asegura el seguimiento de la referencia en menos de 0.1 s, lo que implica una rápida convergencia sin sobretiros significantes. Para este escenario, las ganancias del controlador fueron seleccionadas como  $K_P = 0,6$  y  $K_I = 100$ . La corriente del inductor se observa en la figura 4.7(a)



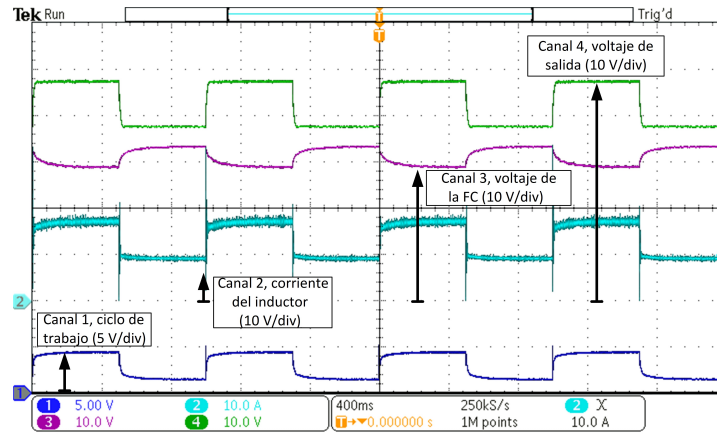
(a)



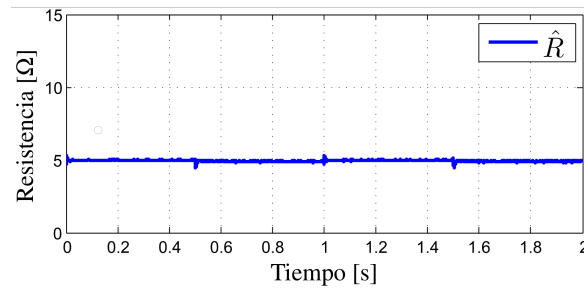
(b)

Figura 4.6: (a) Respuesta del sistema en lazo cerrado bajo cambios de carga entre 5 y 10  $\Omega$  (b) Estimador de la resistencia de carga.

canal 2, donde la corriente  $I_L$  es 17.5 A en la operación nominal, después decrece a 9 A correspondiente a los 38 V de operación. La señal de control para este escenario se muestra en la figura 4.7(a), canal 1. Su valor varía de 43% del ciclo de trabajo a 15% correspondiente a la operación en 48 V y 38 V. Adicionalmente, nótese que picos de corta duración están presentes en los transitorios de la corriente y de la señal de control. Sin embargo, estos picos no afectan la regulación del voltaje de salida. Particularmente, los picos de corriente no son considerados por el controlador debido a los filtros pasa-bajas de los sensores. Por último, la estimación de la resistencia de carga se muestra en la figura 4.7(b). Debido a que para esta prueba solo se presentan cambios en el voltaje de referencia, la estimación indica que no hay cambios en la carga del sistema, lo cual provee robustez ante variaciones de las condiciones de operación.



(a)



(b)

Figura 4.7: (a) Respuesta del sistema en lazo cerrado bajo cambios en el voltaje de referencia de 38 y 48 V. (b) Estimador de la resistencia de carga.

### 4.3. Sistema basado en celda de combustible y supercapacitor

En esta sección se muestran los resultados de simulación numérica para el sistema basado en una celda de combustible y un supercapacitor detallado en (3.19), en el capítulo 3 el cual se puede apreciar en la figura 4.8. En este caso, el desempeño del esquema de control es evaluado solo para cambios en la carga. La simulación es llevada a cabo en el software de Simulink de MATLAB y hace uso del solver ode23tb (stiff/TR-BDF2), con un paso de integración variable con tolerancia relativa y absoluta de  $1 \times 10^{-6}$ . Nótese que en este caso la carga  $R$  cambia de un valor nominal de  $5 \Omega$  a  $10 \Omega$  cada 20 segundos. Todos los parámetros del sistema se muestran en la Tabla 4.2. Note que, basado en el análisis de la sección 3.2, todas las ganancias son elegidas para asegurar la mejor respuesta del sistema en lazo cerrado. Siendo,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\beta$  las correspondientes al lazo de corriente; mientras,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  y  $\delta$ , las correspondientes el lazo de voltaje.

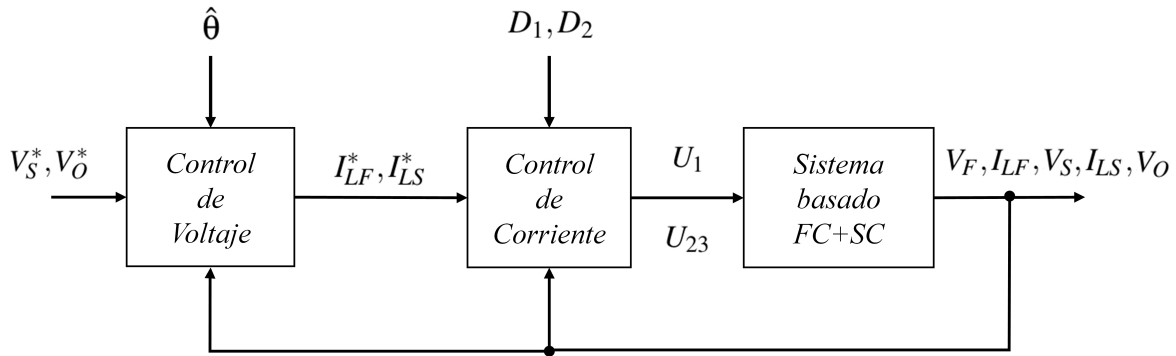


Figura 4.8: Diagrama a bloques del sistema en lazo cerrado.

Tabla 4.2: Parámetros del sistema y ganancias de control.

Parámetro	Valor	Ganancia	Valor
$V_O^*$	48 V	$a$	-2.219
$C_O$	1.88 mF	$b$	0.5848
$R$	5-10 $\Omega$	$c$	40.45
$C_F$	11.2 mF	$\alpha_1$	$10 \times 10^3$
$L_F$	135 $\mu$ H	$\alpha_2$	$10 \times 10^3$
$L_S$	135 $\mu$ H	$\beta$	$1.5 \times 10^3$
$C_S$	12.5 F	$\gamma_1$	0.5
		$\gamma_2$	$10 \times 10^3$
		$\delta$	2.5
		$\varphi_1$	100
		$\varphi_2$	$1 \times 10^3$

El modelo de la celda de combustible que se utilizó para esta sección es el correspondiente al de la sección 3.2.1 dado por la expresión (3.1). Los datos correspondientes al supercapacitor, son tomados de un banco de 12 capacitores conectados en serie. Cada capacitor es de 150 F y un voltaje nominal de 2.7 V, resultando en una capacitancia total de 12.5 F. Observe que,  $V_S^*$  se define a un valor de 24 V para evitar cualquier sobrecarga en el capacitor.

Para comenzar, el voltaje de la celda de combustible, el seguimiento de la corriente del inductor y la regulación de voltaje del bus de CD del sistema multi-fuente se muestran en la figura 4.9. Observe que  $V_F$  varía suavemente de 28 V (con carga nominal) a 34 V, cada que la carga varía. Por otra parte,  $I_{LF}$  cambia de 15.5 A a 7.5 A. Se puede observar un correcto seguimiento. En este sentido, el controlador propuesto asegura la regulación del voltaje de salida en 48 V ante cambios en la carga. Se puede observar que, en menos de 5 s después de los cambios en la carga,  $V_O$  regresa a su valor nominal. Debido a los grandes cambios en la carga, existe un pequeño sobretiro alrededor de 48 V.

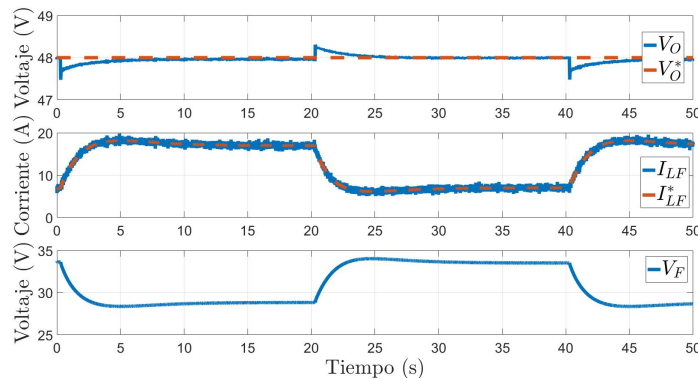


Figura 4.9: Respuesta en lazo cerrado bajo cambios en la carga. De arriba a abajo se presenta el voltaje de la celda de combustible, la corriente del inductor en el convertidor elevador y el voltaje de salida.

El seguimiento de la corriente y la regulación del voltaje del supercapacitor se muestra en la figura 4.10. Se puede observar que cada transición de la carga,  $I_{LS}$  se encuentra alrededor de  $\pm 10$  A para compensar los cambios en la carga. Por otro lado, para cada transición de la carga, el voltaje del supercapacitor es sobre y descargado alrededor de  $\pm 0.5$  V sobre 24 V, y el voltaje de referencia es alcanzado después de 10 s. Nótese que la corriente  $I_{LS}$  es cero cuando el voltaje está cargado a su valor deseado de 24 V.

Las señales de control diseñadas en la sección 3.2.3 mediante las ecuaciones (3.27) se muestran en la figura 4.11. Mientras,  $U_1$  se mueve suavemente de 0.39 a 0.3 para compensar los cambios en la carga,  $U_{23}$  cambia abruptamente para asegurar el correcto seguimiento de la corriente del supercapacitor.

Además, la estimación de la carga se muestra en la figura 4.11. En donde se muestra bajo varios valores de  $\sigma$ , para mostrar que el estimador puede seguir perfectamente el valor de los

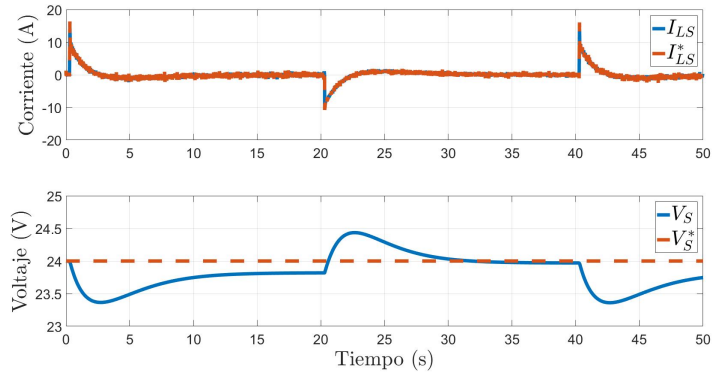


Figura 4.10: Respuesta del SMF en lazo cerrado bajo cambios en la carga. (b) Corriente en el inductor del convertidor bidireccional y Voltaje del Supercapacitor.

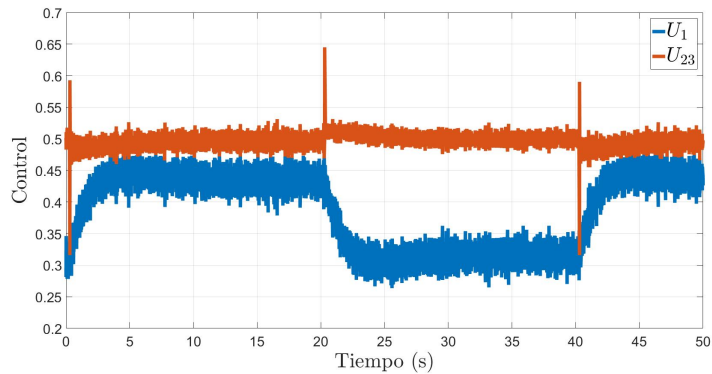


Figura 4.11: Respuesta del SMF en lazo cerrado bajo cambios en la carga. Señales de control

cambios en la resistencia de carga ( $\sigma = 5$ ), pero para las simulaciones tomando un valor que retarde la razón de convergencia en dicha señal ( $\sigma = 0,01$ ), debido a que al retrasar la señal de estimación de la carga, permitimos al supercapacitor apoyar ante estos cambios de mejor manera.

Finalmente, en las figuras 4.13 y 4.14 se presentan los simulaciones correspondientes a los 2 estimadores no-lineales de incertidumbre los cuales fueron descritos en la sección 3.2.3 mediante las ecuaciones (3.37). Observe que para dichos estimadores se agregaron resistencias parásitas al sistema además de señales de perturbación (ruido) en los lazos de corriente y a pesar de ello los estimadores son capaces de aproximar apropiadamente las incertidumbres permitiendo al sistema compensarlo, evitando de esta manera errores en estado estacionario.

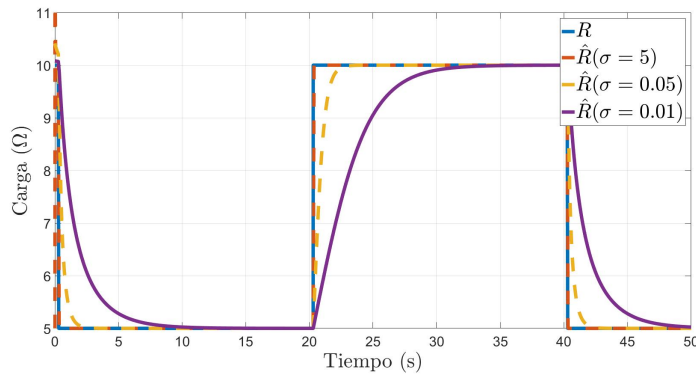


Figura 4.12: Respuesta del SMF en lazo cerrado bajo cambios en la carga. Estimador de la carga.

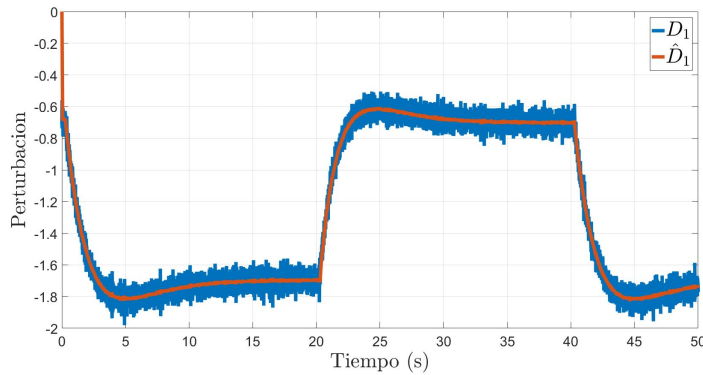


Figura 4.13: Respuesta del SMF en lazo cerrado bajo cambios en la carga. (d) Observador no-lineal de la perturbación  $D_1$ .

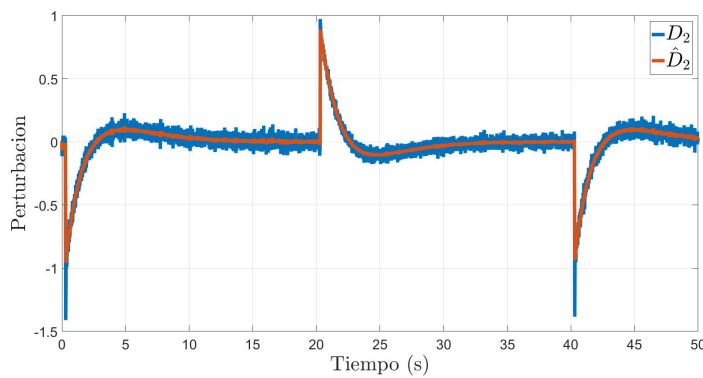


Figura 4.14: Respuesta del SMF en lazo cerrado bajo cambios en la carga. (e) Observador no-lineal de la perturbación  $D_2$ .

# Capítulo 5

## Conclusiones y Trabajo futuro

### 5.1. Conclusiones

La generación de energía eléctrica limpia utilizando celdas de combustible de hidrógeno es una alternativa muy llamativa en la actualidad, en especial en el área vehicular o de transporte, por el gran interés que se tiene de contar con vehículos eléctricos que no dependan de la autonomía de las baterías ni de dependencia a cables eléctricos guías.

Lamentablemente debido a las desventajas que presenta el trabajar con la celda de combustible como lo son sus no-linealidades debido a la dependencia en la corriente demandada y que la membrana de la celda de combustible puede ser dañada si la pendiente en la corriente demandada es significativamente alta en cortos periodos de tiempo. Motivo por el cual, se deben diseñar etapas de control que permitan trabajar de manera eficaz con la celda de combustible y además ayudan a mejorar la vida útil de la misma.

Esta tesis presenta dos esquemas de control adaptable para la regulación de voltaje de salida de un sistema de conversión basado en celda de combustible. La metodología para ambos casos se centro en el diseño de dos lazos de retroalimentación; un lazo interno para la generación de señales de control las cuales modificarán el ciclo de trabajo de los convertidores y un lazo externo para la generación de la referencia de corriente (las cuales se utilizan en el lazo interno) con base en el voltaje que se desea alcanzar en el bus de CD de los convertidores.

El primero de estos esquemas de control esta basado en el sistema celda de combustible conectado a un convertidor elevador en el cual se utiliza la técnica de control no-lineal por retroceso en el lazo interno. Adicionalmente a las leyes de control y la generación de referencias de corriente, se introduce un estimador del valor de la carga, contemplado para sustituir el uso de un sensor en el sistema físico. Además, para introducir al sistema un modelo que describa el comportamiento de la celda de combustible, se realizó una caracterización de la misma con la cual se pudo generar un modelo estático que depende del voltaje y la corriente entregados por la celda de combustible, así como su voltaje en circuito abierto y parámetros que dependen de la humedad y temperatura ambiental.



El segundo esquema de control está basado en el sistema celda de combustible y supercapacitor conectados a un bus de CD mediante etapas de acondicionamiento las cuales con un convertidor elevador y un convertidor bidireccional respectivamente. Este esquema utiliza la técnica de control no-lineal de retroalimentación de estados para ambos lazos de control (lazo interno para la generación de señales de control y lazo externo para la generación de referencias). Adicionalmente, se desarrollaron tres estimadores, uno para la resistencia de la carga como en esquema anterior, pero con la diferencia que se cambia el valor de la ganancia de estimación, para retrasar la señal de estimación, permitiendo al supercapacitor absorber o abastecer de esta manera los picos de potencia generados por los cambios abruptos en la resistencia de carga. Los otros dos estimadores son para las incertidumbres paramétricas (como caídas de voltaje debido a resistencias parásitas) que se tiene en el sistema, las cuales suelen ocasionar errores en estado estacionario. Como ya se mencionó anteriormente el estimador de la carga se integra al lazo externo, mientras los estimadores de incertidumbre se introducen en el lazo interno. Además, para este esquema de control, se generó otro modelo de la celda de combustible el cual está definido como modelo exponencial, el cual solo depende de la corriente y el voltaje suministrado por la celda de combustible y tres parámetros más que pueden ser fácilmente calculados.

Finalmente, para el caso del primer esquema de control, se realizaron pruebas experimentales sobre un banco de pruebas de una plataforma DSPACE, en donde se utilizó una celda de combustible de 1.2 kW y un convertidor elevador de 460 W, el desempeño de la estrategia de control adaptable se evaluó experimentalmente usando cambios repentinos de carga entre 5 y 10 ohms. De esta manera que se comprobó con éxito una regulación precisa, un comportamiento robusto en relación con grandes variaciones desconocidas de la carga y el voltaje de la celda de combustible. La eficiencia de conversión para dicho convertidor fue de 95 %. Además, se diseñó otra prueba donde se cambió la referencia de voltaje, permitiendo así probar el desempeño del esquema de control ante este escenario, teniendo una respuesta satisfactoria.

Mientras que para el caso del segundo esquema de control, las pruebas en lazo cerrado fueron realizadas mediante simulación numérica con el Software Simulink de MATLAB, en donde se pudo observar la repuesta de regulación de voltaje ante cambios en la carga. Adicionalmente se agregaron perturbaciones al sistema para validar los estimadores no-lineales de incertidumbre.

Esta trabajo presenta una solución adecuada para el problema de regulación de voltaje en un sistema basado en celda de combustible para aplicaciones en vehículos eléctricos, utilizando técnicas de control no-lineal y probando la robustez del sistema mediante simulaciones numéricas y pruebas en laboratorio. Adicionalmente, con el fin de solucionar los problemas relacionados a la celda de combustible, se incorpora al sistema, un supercapacitor, para evitar el daño que recibe la celda de combustible cuando la pendiente en la corriente demandada es significativamente alta en cortos intervalos de tiempo.

## 5.2. Artículos publicados

Con los resultados obtenidos de este trabajo de tesis se publicaron los siguientes artículos:

- Y.A. Zúñiga-Ventura, D. Langarica-Córdoba, J. Leyva-Ramos, L. H. Díaz-Saldierna, and V. M. Ramírez-Rivera. “Adaptative Backstepping Control for a Fuel Cell/Boost Converter System”, IEEE Journal of Emerging and Selected Topics on Power Electronics, vol. 6, pp. 686-695, June 2018.
- Y.A. Zúñiga-Ventura, J. Leyva-Ramos, L. H. Díaz-Saldierna, I. A. Díaz-Díaz, and D. Langarica-Córdoba, “Nonlinear Voltage Regulation Strategy for a Fuel Cell/Supercapacitor Power Source System”, IECON 2018., pp. 2373-2378, Oct 2018.

## 5.3. Trabajos futuros

La investigación realizada en esta tesis deja un camino para futuros trabajos y pruebas en el área, ya que puede llegar a ser extendido, además de que algunos aportes de esta tesis solo se probaron mediante simulación numérica; por lo tanto, algunos de los trabajos futuros que se podrían realizar para la regulación de voltaje en el sistema basado en celda de combustible serían:

- Extensión de la estrategia de control cuando se considere otro tipo de convertidores, ya sea para mayor elevación de potencia o reducción de potencia dependiendo de las aplicaciones.
- Probar la ley de control del sistema basado en celda de combustible y supercapacitor en un prototipo físico en laboratorio y evaluar la respuesta del sistema en lazo cerrado ante escenarios como cambio en la resistencia de carga.
- Extender el sistema celda de combustible/supercapacitor agregando otro dispositivo de almacenamiento de energía como pueden ser baterías o en otros casos considerar la adición de otras fuentes de energía renovables, como pueden ser paneles solares, esto para poder aumentar la gama de operación en la cual se pueden utilizar este tipo de sistemas.
- Modificación de los esquemas de control considerando el modo de conducción discontinua de los convertidores de potencia (DCM, por sus siglas en ingles), ya que en el DCM, suelen presentarse condiciones adicionales en los convertidores las cuales no se pueden contemplar en el CCM.

# Apéndice A

## Anexos

### A.1. Técnica no-lineal por retroceso estandar

Esta subsección brinda los fundamentos del método de control recursivo por retroceso. Este método es adecuado para sistemas que presentan una retroalimentación estricta. También se le conoce como sistemas con una estructura *triangular inferior*. Un ejemplo de un sistema con retroalimentación estricta es:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= f_1(\xi_1) + g_1(\xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(\xi_1, \xi_2) + g_2(\xi_1, \xi_2)\xi_3 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{r-1} &= f_{r-1}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r-1}) + g_{r-1}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{r-1})\xi_r \\ \dot{\xi}_r &= f_r(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r) + g_r(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r)u\end{aligned}\tag{A.1}$$

donde  $\xi_1, \dots, \xi_r \in \mathbb{R}$  son los estados del sistema,  $u \in \mathbb{R}$  es la entrada de control y  $f_i, g_i$  para  $i = 1, \dots, r$  son funciones conocidas. En la mayoría de los casos un enfoque típico de linealización por retroalimentación conduce a la cancelación de no-linealidades que pueden ser útiles. El diseño de backstepping muestra más flexibilidad en comparación con la linealización por retroalimentación, ya que no requiere que la dinámica de entrada-salida resultante sea lineal. La cancelación de las no-linealidades potencialmente útiles puede evitarse dando como resultado controladores menos complejos.

La idea principal es la de usar algunas de las variables de estado de (A.1) como *señales de control virtual o pseudo controles*, y dependiendo de la dinámica de cada estado, diseñar leyes de control intermediarias. El diseño por backstepping es un proceso recursivo en el que se deriva una función de Lyapunov para todo el sistema.

Considere el sistema:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\sigma\tag{A.2}$$

$$\dot{\sigma} = u\tag{A.3}$$

donde  $[\eta \ \sigma]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$  es el vector de estados y  $u \in \mathbb{R}$  es la entrada de control. El objetivo es diseñar una ley de control de retroalimentación de estados tal que  $\eta, \sigma \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Se asume que  $f$  y  $g$  son conocidas. Este sistema puede ser visto como la conexión en cascada de dos subsistemas. El primer subsistema es (1.2) con  $\sigma$  como entrada, y el segundo subsistema es el integrador (1.3). La idea principal de diseño es considerar  $\sigma$  como entrada de control virtual para la estabilización de  $\eta$ . Asumiendo que existe una ley de control de retroalimentación de estado suave  $\sigma = \phi(\eta)$ , con  $\phi(0) = 0$ , tal que el origen de

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) \quad (\text{A.4})$$

es asintóticamente estable. Considere que para  $\phi(\eta)$  existe una función de Lyapunov  $V(\eta)$  tal que

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] \leq -W(\eta), \quad \forall \eta \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.5})$$

donde  $W(\eta)$  es positiva definida. Sumando y restando  $g(\eta)\phi(\eta)$  en el lado derecho de (1.2), se tiene

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + g(\eta)[\sigma - \phi(\eta)] \quad (\text{A.6})$$

$$\dot{\sigma} = u. \quad (\text{A.7})$$

Al definir como  $e_\sigma$  al error entre el estado  $\sigma$  y el pseudo control  $\phi(\eta)$ , esto es:

$$e_\sigma = \sigma - \phi(\eta) \quad (\text{A.8})$$

y haciendo un cambio a coordenadas del error en el sistema inicial, obtenemos

$$\dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)e_\sigma \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{e}_\sigma = u - \dot{\phi}(\eta) \quad (\text{A.10})$$

Como  $f, g$  y  $\phi$  son conocidas, una de las ventajas del diseño por backstepping es que no requiere un diferenciador. En particular, la derivada de  $\phi$  puede ser calculada usando la expresión

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\sigma] \quad (\text{A.11})$$

Ajustando  $u = v + \dot{\phi}$ , donde  $v \in \mathbb{R}$  es un entrada de control nominal, el sistema transformado toma la forma:

$$\dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)e_\sigma \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{e}_\sigma = v \quad (\text{A.13})$$

el cual es similar al sistema inicial, excepto que ahora el primer componente tiene un origen asintóticamente estable cuando la entrada es cero. Usando este proceso, el pseudo control

$\phi(\eta)$  a sido retrocedido (back stepped) desde  $u = v + \phi(\eta)$ . El conocimiento de  $V(\eta)$  es explotado en el diseño de  $v$  para la estabilización de todo el sistema. Usando:

$$V_c(\eta, \sigma) = V(\eta) + \frac{1}{2}e_\sigma^2 \quad (\text{A.14})$$

como función candidata de Lyapunov, por lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)e_\sigma + e_\sigma v \\ &\leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)e_\sigma + e_\sigma v \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto, la entrada de control  $v$  es elegida como:

$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - ke_\sigma, \quad k > 0 \quad (\text{A.16})$$

Sustituyendo la anterior entrada de control  $v$  en (1.15), tenemos que

$$\dot{V}_c \leq -W(\eta) - ke_\sigma^2 \quad (\text{A.17})$$

lo cual muestra que el origen ( $\eta = 0, e_\sigma = 0$ ) es asintóticamente estable. Como  $\psi(0) = 0$ , y  $e_\sigma \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ ; entonces, el origen ( $\eta = 0, \sigma = 0$ ) es también asintóticamente estable. Por último, sustituyendo por  $v$ ,  $e_\sigma$  y  $\phi$ , la forma final de la ley de control es

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\sigma] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - k[\sigma - \phi(\eta)] \quad (\text{A.18})$$

Con el fin de explicar mas a detalle como se desarrolla la técnica de Backstepping, a continuación se mostrará la implementación de la metodología para un sistema de retroalimentación estricta de alto orden. El diseño del controlador para sistemas de alto orden esta basado en la implementación del método recursivo de Backstepping. A continuación, un simple sistema de tercer orden con estructura de retroalimentación estricta es usado. Este enfoque proporciona una mejor comprensión de las características clave y los potenciales del diseño de Backstepping.

Considere el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= f_1(\xi_1) + \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(\xi_2) + \xi_3 \\ \dot{\xi}_3 &= u \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

donde  $\xi_i \in \mathbb{R}$  para  $i = 1, 2, 3$  son los estados del sistema,  $u \in \mathbb{R}$  es la entrada de control y  $f_i(\xi_i) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  son funciones conocidas. El objetivo es diseñar una ley de control de retroalimentación de estados tal que  $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Similar al caso anterior, la idea es usar la variable de estado  $\xi_2$  como entrada auxiliar para estabilizar  $\xi_1$ . Considere la función de Lyapunov  $V_1 = \frac{1}{2}\xi_1^2$ . La derivada de  $V_1$  a través de las trayectorias de  $\xi_1$  se calcula como:

$$\dot{V}_1 = \xi_1(f_1(\xi_1) + \xi_2) \quad (\text{A.20})$$

El objetivo de este paso es encontrar una ley de control  $\phi_2(\xi_1)$  con  $\phi_2(0) = 0$ , tal que cuando  $\xi_2 = \phi_2(\xi_1)$  entonces  $\dot{V}_1(\xi_1) \leq -W_1(\xi_1)$  donde  $W_1$  es una función definida positiva para cada  $\xi \in \mathbb{R}$ . Una opción obvia puede ser remover el efecto de la función  $f_1(\xi_2)$  e inyectar un término de retroalimentación estabilizadora. Entonces, tenemos

$$\phi_2(\xi_1) = -f_1(\xi_1) - k_1\xi_1 \quad (\text{A.21})$$

donde  $k_1$  es una ganancia positiva. esta elección mantiene  $\dot{V}_1 \leq -k_1\xi_1^2$ . Definiendo el error  $e_2 = \xi_2 - \phi_2(\xi_1)$ . Por lo tanto usando las nuevas coordenadas  $e_2$  el sistema dado en (1.19) puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -k_1\xi_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 &= -\dot{\phi}_2(\xi_1) + f_2(\xi_1, e_2) + \xi_3 \\ \dot{\xi}_3 &= u \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Similar al ejemplo anterior, la implementación de la derivada  $\phi_2(\xi_1)$  no requiere un diferenciador ya que:

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi_1} [f_1(\xi_1) + \xi_2] \quad (\text{A.23})$$

Sea  $V_2(\xi_1, e_2) = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2$ . El objetivo del segundo paso de diseño es determinar al pseudo control  $\phi_3(\xi, e_2)$  con  $\phi_3(0, 0) = 0$  tal que cuando  $\xi_3 = \phi_3(\xi_1, e_2)$  entonces  $\dot{V}_2(\xi_1, e_2) \leq -W_2(\xi_1, e_2)$  donde  $W_2$  es una función positiva definida para cada  $\xi_1, e_2$ . Consecutivamente, la derivada de  $V_2$  a través de las soluciones de  $\xi_1$  y  $e_2$  es:

$$\dot{V}_2 = -k_1\xi_1^2 + e_2(\xi_1 - \dot{\phi}_2(\xi_1) + f_2(\xi_1, e_2) + \phi_3(\xi_1, e_2)) \quad (\text{A.24})$$

Por lo tanto un selección apropiada sería:

$$\phi_3(\xi_1, e_2) = -\xi_1 + \dot{\phi}_2(\xi_1) - f_2(\xi_1, e_2) - k_2e_2 \quad (\text{A.25})$$

donde  $k_2$  es una constante positiva. En este caso  $\dot{V}_2 = -k_1\xi_1^2 - k_2e_2^2$ . Usando el cambio de variable  $e_3 = \xi_3 - \phi_3(\xi_1, e_2)$  el sistema dinámico se convierte en

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -k_1\xi_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 &= -\xi_1 - k_2e_2 + e_3 \\ \dot{e}_3 &= -\dot{\phi}_3(\xi_1, e_2) + u \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Similar a  $\dot{\phi}_2$ , el calculo de  $\dot{\phi}_3$  no requiere un diferenciador. Usando  $V_3 = V_2 + \frac{1}{2}e_3^2$  como función candidata de Lyapunov obtenemos

$$\dot{V}_3 = -k_1\xi_1^2 - k_2e_2^2 + e_3(e_2 - \dot{\phi}_3(\xi_1, e_2) + u) \quad (\text{A.27})$$

Seleccionando  $u$  como

$$u = e_2 + \dot{\phi}_3(\xi_1, e_2) - k_3e_3 \quad (\text{A.28})$$

donde  $k_3$  es una constante positiva. Esta selección mantiene

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \quad (\text{A.29})$$

por lo tanto el origen del sistema en coordenadas del error es globalmente asintóticamente estable. Como  $\phi_2(0), \phi_3(0,0) = 0$  entonces  $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . La dinamica del sistema final queda expresado de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ -1 & -k_2 & 1 \\ 0 & -1 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

Como se indica en [39], una propiedad estructural importante del sistema anterior es que la matriz del sistema está compuesta por la suma de una diagonal negativa y una matriz anti-simétrica. Este es un patrón estructural típico cuando el diseño por Backstepping se basa en una construcción secuencial de las funciones de Lyapunov. La característica clave de la metodología de Backstepping es el hecho de que proporciona una gran libertad de diseño. La elección de los pseudo controles  $\phi_2, \phi_3$  y la entrada de control  $u$  no es única. Por ejemplo, también se pudo haber elegido:

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_1) &= -f_1(\xi_1) - k_1(\xi_1) \\ \phi_3(\xi_1, e_2) &= \dot{\phi}_2(\xi_1) - f_2(\xi_2) - k_2(e_2) \\ u &= \dot{\phi}_3(\xi_1, e_2) - k_3 e_3 \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

resultando en el sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & -k_2 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

el cual es asintóticamente estable. Así que, la estabilización del mismo sistema puede ser lograda con un diseño mucho mas simple. Este factor potencial constituye la metodología de Backstepping como una poderosa herramienta de diseño para el desarrollo de controladores para sistemas no-lineales.

## A.2. Datos de la caracterización de la celda de combustible

Con la intención de que el lector pueda reproducir la metodología descrita en esta tesis para caracterizar la celda de combustible de hidrógeno, a continuación se muestran las mediciones experimentales obtenidas cuando la celda de combustible es conectada a una carga resistiva que varia como lo indica la siguiente tabla A.1.

$I_{FC}$ Histéresis		$I_{FCp}$	$V_{FC}$ Histéresis		$V_{FCp}$	$R$
0.02	0.02	0.02	40.5	40.1	40.3	2k
0.05	0.05	0.05	40.5	40	40.25	1k
0.13	0.13	0.13	40.3	39.6	39.95	500
0.39	0.38	0.385	39.8	38.9	39.35	250
0.78	0.76	0.77	39.2	38.1	38.65	100
1.28	1.24	1.26	38.5	37.3	37.9	50
1.8	1.83	1.815	37.8	36.6	37.2	25
3.6	3.5	3.55	36.1	34.8	35.45	10
3.9	3.83	3.865	35.8	34.5	35.15	9.5
4.4	4.26	4.33	35.6	34.1	34.85	9
5	4.84	4.92	35.3	33.8	34.55	8.5
5.8	5.56	5.68	34.9	33.3	34.1	8
6.8	6.55	6.675	34.4	32.7	33.55	7.5
7.5	7.22	7.36	34	32.4	33.2	7
8.3	8	8.15	33.5	32	32.75	6.5
9.45	9	9.225	33.1	31.4	32.25	6
10.8	10.3	10.55	32.6	30.8	31.7	5.5
12.7	12	12.35	31.8	30	30.9	5
15.3	14.45	14.875	30.7	28.9	29.8	4.5
16	15.1	15.55	30.5	28.7	29.6	4
16.7	15.8	16.25	30.1	28.5	29.3	3.5
17.5	16.6	17.5	29.8	28.2	29	3
18.4	17.5	17.95	29.5	28	28.75	2.5
19.4	18.4	18.9	29.1	27.6	28.35	2
20.5	19.4	19.95	28.7	27.2	27.95	1.8
21.7	20.6	21.15	28.3	26.8	27.55	1.6
23.1	21.9	22.5	27.7	26.3	27	1.4
24.7	23.4	24.05	27.1	25.7	26.4	1.2
26.4	25	25.7	26.4	25	25.7	1
28.5	27.1	27.8	25.7	24.3	25	0.9
30.8	29.4	30.1	24.7	23.5	24.1	0.8
33.7	32.6	33	23.5	22.6	23.05	0.7
37.1	36	36.55	22.25	21.5	21.87	0.6
41.6	40.5	41.05	20.89	20.2	20.54	0.5

Tabla A.1: Datos obtenidos de la caracterización en la celda de combustible



# Bibliografía

- [1] IRENA, “Renewable capacity statistics 2017,” *Internacional Renewable energy agency (IRENA)*, 2017.
- [2] “World energy outlook 2015,” *International Energy Agency: Secure Sustainable Together*, 2015.
- [3] C. Kunusch, P. Puleston, and M. Mayosky, *Sliding-Mode Control of PEM Fuel Cells*. Springer, 2012.
- [4] L. H. Diaz-Saldierna, J. Leyva-Ramos, D. Langarica-Cordoba, and J. A. Morales-Saldana, “Control strategy of switching regulators for fuel-cell power applications,” *IET Renew. Power Gen.*, vol. 11, no. 6, pp. 799–805, 2017.
- [5] M. Nehrir and C. Wang, *Modeling and control of fuel cells: distributed generation applications*. IEEE Press, 2009.
- [6] I. EG & G technical service, *Fuel Cell Handbook (Seventh Edition)*. U.S. Department of Energy, 2004.
- [7] M. G. Ortiz-Lopez, J. Leyva-Ramos, L. H. Diaz-Saldierna, J. M. Garcia-Ibarra, and E. E. Carbajal-Gutierrez, “Current-mode control for a quadratic boost converter with a single switch,” *2007 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 2652–2657, June 2007.
- [8] J. Leyva-Ramos and J. A. Morales-Saldana, “A design criteria for the current gain in current-programmed regulators,” *IEEE T. Ind. Electr.*, vol. 45, no. 4, pp. 568–573, Aug 1998.
- [9] J. A. Morales-Saldana, J. Leyva-Ramos, E. E. Carbajal-Gutierrez, and M. G. Ortiz-Lopez, “Average current-mode control scheme for a quadratic buck converter with a single switch,” *IEEE T. Power Electr.*, vol. 23, no. 1, pp. 485–490, Jan 2008.
- [10] J. a. Morales-Saldana, R. Galarza-Quirino, J. Leyva-Ramos, E. e. Carbajal-Gutierrez, and M. g. Ortiz-Lopez, “Multiloop controller design for a quadratic boost converter,” *IET Electr. Power App.*, vol. 1, no. 3, pp. 362–367, May 2007.
- [11] M. Hernandez-Gomez, R. Ortega, F. Lamnabhi-Lagarrigue, and G. Escobar, “Adaptive pi stabilization of switched power converters,” *IEEE T. Cont. Syst. T.*, vol. 18, no. 3, pp. 688–698, May 2010.

- [12] R. Cisneros, F. Mancilla-David, and R. Ortega, "Passivity-based control of a grid-connected small-scale windmill with limited control authority," *IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, vol. 1, no. 4, pp. 247–259, Dec 2013.
- [13] M. Ayad, M. Becherif, A. Henni, A. Aboubou, M. Wack, and S. Laghrouche, "Passivity-based control applied to {DC} hybrid power source using fuel cell and supercapacitors," *Energ. Convers. Manage.*, vol. 51, no. 7, pp. 1468 – 1475, 2010.
- [14] H. Sira-Ramírez, M. A. Oliver-Salazar, and J. Leyva-Ramos, "Voltage regulation of a fuel cell-boost converter system : A proportional integral exact tracking error dynamics passive output feedback control approach," *American Control Conference*, pp. 2153–2158, June 2012.
- [15] N. Vázquez, Y. Azaf, I. Cervantes, E. Vázquez, and C. Hernández, "Maximum power point tracking based on sliding mode control," *Int. J. Photoenergy*, vol. 2015, 2015.
- [16] H. E. Fadil and F. Giri, "Backstepping based control of pwm dc-dc boost power converters," *IEEE Int. Symp. Ind. Electr.*, pp. 395–400, June 2007.
- [17] Amin, R. T. Bambang, A. S. Rohman, C. J. Dronkers, R. Ortega, and A. Sasongko, "Energy management of fuel cell/battery/supercapacitor hybrid power sources using model predictive control," *IEEE T. Ind. Inform.*, vol. 10, no. 4, pp. 1992–2002, Nov 2014.
- [18] A. Shahin, M. Hinaje, J. P. Martin, S. Pierfederici, S. Rael, and B. Davat, "High voltage ratio dc/dc converter for fuel cell applications," *IEEE T. Ind. Electr.*, vol. 57, no. 12, pp. 3944–3955, Dec 2010.
- [19] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd ed. Prentice hall, 2002.
- [20] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*. Wiley, 1995.
- [21] H. E. Fadil, F. Giri, J. M. Guerrero, and A. Tahri, "Modeling and nonlinear control of a fuel cell/supercapacitor hybrid energy storage system for electric vehicles," *IEEE T. Veh. Technol.*, vol. 63, no. 7, pp. 3011–3018, Sept 2014.
- [22] M. Hilairet, M. Ghanes, O. BÃ©thoux, V. Tanasa, J.-P. Barbot, and D. Normand-Cyrot, "A passivity-based controller for coordination of converters in a fuel cell system," *Control Eng. Pract.*, vol. 21, no. 8, pp. 1097 – 1109, 2013.
- [23] P. Thounthong, S. Rael, and B. Davat, "Control strategy of fuel cell and supercapacitors association for a distributed generation system," *IEEE T. Ind. Electr.*, vol. 54, no. 6, pp. 3225–3233, December 2007.
- [24] A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega, *Nonlinear and adaptive control with applications*. Springer Science & Business Media, 2007.

- [25] A. Astolfi and R. Ortega, “Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems,” *IEEE T. Automat. Contr.*, vol. 48, no. 4, pp. 590–606, April 2003.
- [26] D. Langarica-Córdoba, R. Ortega, and D. Casagrande, “Transient stabilization of multimachine power systems: Towards a global decentralized solution,” *Eur. J. Control*, vol. 26, pp. 44 – 52, 2015.
- [27] D. Langarica-Córdoba and R. Ortega, “An observer-based scheme for decentralized stabilization of large-scale systems with application to power systems,” *Asian J. Control*, vol. 17, no. 1, pp. 124–132, 2015.
- [28] J. H. Jung, S. Ahmed, and P. Enjeti, “Pem fuel cell stack model development for real-time simulation applications,” *IEEE T. Ind. Electr.*, vol. 58, no. 9, pp. 4217–4231, Sept 2011.
- [29] C. Restrepo, T. Konjedic, A. Garces, J. Calvente, and R. Giral, “Identification of a proton-exchange membrane fuel cell’s model parameters by means of an evolution strategy,” *IEEE T. Ind. Inform.*, vol. 11, no. 2, pp. 548–559, April 2015.
- [30] S. N. M., O. Tremblay, and L. A. Dessaint, “A generic fuel cell model for the simulation of fuel cell vehicles,” *IEEE Veh. Power Propulsion*, pp. 1722–1729, Sept 2009.
- [31] M. S. S. Chakraborty and W. Kramer, *Power electronics for renewable and distributed energy systems: A sourcebook of topologies, control and integration*. Springer, 2013.
- [32] E. Fuchs and M. Masoum, *Power conversion of renewable energy systems*. Springer, 2011.
- [33] T. Skvarenina, *The Power Electronics Hand Book*. CRC Press, 2002.
- [34] S. Ang and A. Oliva, *Power-Switching Converters*. CRC Press, 2005.
- [35] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*. New York, NY: McGraw-Hill, 2010.
- [36] Y. A. Zúniga-Ventura, J. Leyva-Ramos, L. H. Díaz-Saldierna, I. A. Díaz-Díaz, and D. Langarica-Córdoba, “Nonlinear voltage regulation strategy for a fuel cell/supercapacitor power source system,” *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 2373–2378, Oct 2018.
- [37] Y. A. Zúniga-Ventura, D. Langarica-Córdoba, J. Leyva-Ramos, L. H. Díaz-Saldierna, and V. M. Ramírez-Rivera, “Adaptive backstepping control for a fuel cell/boost converter system,” *IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, vol. 6, no. 2, pp. 686–695, June 2018.
- [38] D. Langarica Córdoba, G. Guerrero-Ramírez, A. Claudio-Sanchez, and M. A. Duran-Fonseca, “Robust nonlinear control of ac brushless motor for electric vehicles application,” *Journal of Power Electronics*, vol. 11, pp. 430–438, July 2011.
- [39] H. Marquez, *Nonlinear Control Systems*. Wiley, 2003.