



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

POSGRADO EN CIENCIAS APLICADAS

**Control PIR para convertidores CD-CD reductores con
aplicación a sistemas de celdas de combustible**

Tesis que presenta

Luis Felipe Cortes Saenz

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias Aplicadas

En la opción de

Maestría en Control y Sistemas Dinámicos

Directores de la Tesis:

Dr. Adrián René Ramírez López

Dr. Cesar Fernando Méndez-Barrios

San Luis Potosí, S.L.P., Julio de 2021



Constancia de aprobación de la tesis

La tesis **Control PIR para convertidores CD-CD reductores con aplicación a sistemas de celdas de combustible** presentada para obtener el Grado de de Maestro en Ciencias Aplicadas en la opción Maestría en Control y Sistemas Dinámicos fue elaborada por **Luis Felipe Cortes Saenz** y aprobada el **dd de mm de aaaa** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Control y Sistemas Dinámicos del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Dr. Adrián René Ramírez López
(Codirector de la tesis)

Dr. Cesar Fernando Méndez Barrios
(Codirector de la tesis)

Dr. Jesus Leyva Ramos
(Jurado en el Examen)

Dr. Daniel Melchor Aguilar
(Jurado en el Examen)

Dr. Homero Miranda Vidales
(Jurado en el Examen)

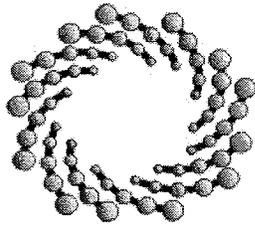


Créditos Institucionales

Esta tesis fue elaborada en la División de Control y Sistemas Dinámicos del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la codirección de los doctores Adrián René Ramírez López y Cesar Fernando Méndez Barrios

El trabajo experimental se llevó a cabo en el Laboratorio de Energías Sustentables del IPICYT. Adicionalmente se recibió el acompañamiento del Mtro. Irwin Allen Díaz Díaz en la elaboración de los prototipos, los cuales se desarrollaron en el Laboratorio de Circuitos Impresos.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (1014896) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.



IPICYT

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 046 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 26 días del mes de agosto del año 2021, se reunió a las 17:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

Dr. Jesús Leyva Ramos	Presidente	IPICYT
Dr. Adrián René Ramírez López	Secretario	IPICYT
Dr. César Fernando Francisco Méndez Barrios	Sinodal externo	UASLP
Dr. Homero Miranda Vidales	Sinodal externo	UASLP

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

MAESTRO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

sustentó el C.

Luis Felipe Cortes Saenz

sobre la Tesis intitulada:

Control PIR para convertidores CD-CD reductores con aplicación a sistemas de celdas de combustible

que se desarrolló bajo la dirección de

Dr. Adrián René Ramírez López
Dr. César Fernando Francisco Méndez Barrios (UASLP)

El Jurado, después de deliberar, determinó

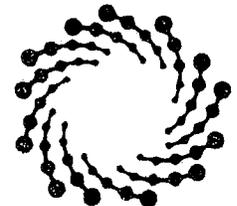
APROBARLO

Dándose por terminado el acto a las 18:56 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 26 días del mes de agosto de 2021.

Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez
Jefa del Departamento del Posgrado

Dr. Marcial Bonilla Marín
Secretario Académico



IPICYT
SECRETARÍA ACADÉMICA
INSTITUTO POTOSINO DE
INVESTIGACION CIENTÍFICA
Y TECNOLÓGICA, A.C.

Yu, tu apoyo, compañía y afecto son invaluable para mi,
todos mis logros espero compartirlos contigo.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a todas las personas e instituciones que permitieron la elaboración de esta investigación.

En primer lugar al pueblo de México, representado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por brindarme la oportunidad única de estudiar fuera de mi país.

Al Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, a todos sus miembros, profesores, cuerpo administrativo y compañeros de estudio por acogerme en estos dos años y ser parte de este proceso.

A mis asesores de tesis, el Dr. Adrian Ramirez y el Dr. Cesar Méndez Barrios, por su guía y apoyo, su trabajo honesto e incluso la paciencia en los momentos difíciles que vivimos desde hace un año.

Al Mtro. Irwin Allen Díaz Díaz por aportar su experiencia y tiempo más allá del deber, por sus observaciones, consejos y afable compañía.

No puedo olvidar al Dr. Jesus Leyva Ramos quien no solo es parte de mi comité sinodal, sino que también proporcionó el espacio y los equipos del laboratorio de energías sustentables, sin los cuales esta investigación no hubiese sido posible.

A mis demás sinodales: el Dr. Daniel Melchor Aguilar y el Dr. Homero Miranda Vidales por su valioso tiempo y los honestos comentarios que enriquecieron este trabajo.

Y finalmente a mis compañeros: a David, a Lissette, a Eduardo y a Ana, por las risas y las pizzas, las idas y las venidas, por ser parte de mi hogar fuera de casa.

Resumen

La presente tesis explora los beneficios de introducir retardos artificiales en lazos de control. Con el fin de evidenciar dichos beneficios se estudia un sistema de energía renovable compuesto por un arreglo de celdas de combustible de hidrógeno, un convertidor CD-CD reductor y una carga resistiva. Este sistema es regulado mediante un controlador Proporcional Integral Retardado (PIR), el cual se sintoniza utilizando técnicas de análisis espectral, con el objetivo de alcanzar el máximo decaimiento exponencial posible para las trayectorias del sistema en lazo cerrado. Adicionalmente, en el contexto de sistemas de potencia, se verifica experimentalmente las ventajas que proporciona el uso de este tipo de controladores como lo son: facilidad de implementación, atenuación del ruido, suavidad de la señal de control y robustez. A pesar de que los prototipos elaborados en este trabajo de investigación funcionan a baja potencia, permiten observar los beneficios del uso intencional de retardos, descritos anteriormente, en una aplicación real.

La investigación, entonces, inicia con un modelo reducido del sistema de celdas de combustible donde la dinámica de las celdas es considerada como una perturbación externa. Lo anterior permite simplificar el análisis al estudio de un convertidor CD-CD reductor sometido a variaciones paramétricas. Para evaluar la efectividad del controlador PIR, se propone una comparativa de desempeño frente a un controlador PID. Con base en los resultados experimentales obtenidos se presenta aquí al controlador PIR como una mejor alternativa al controlador PID en términos de los beneficios anteriormente mencionados.

Finalmente, se amplía el modelo del sistema incluyendo la dinámica de las celdas de combustible y se propone un método semi-analítico para sintonizar las ganancias del controlador PIR. La sintonización obtenida siguiendo este método, se pone a prueba mediante simulaciones numéricas logrando una correcta regulación del voltaje de salida entregado por el sistema de celdas de combustible.

Abstract

This thesis explores the benefits of introducing artificial delays in control loops. In particular, a renewable energy system composed of an arrangement of hydrogen fuel cells, a DC-DC buck converter and a resistive load is studied. This system is regulated by a Proportional Integral Retarded (PIR) controller, which is tuned using spectral analysis to render the trajectories of the closed-loop system with the maximum exponential decay rate. Additionally, in the context of power systems, the advantages provided by the use of this type of controllers are experimentally verified, namely ease of implementation, noise attenuation, smoothness of the control signal and robustness. Despite the fact that the prototypes developed in this research work operate at low power, they allow us to observe the benefits of the intentional use of delays, described above, in a real application.

We start with a reduced model of the fuel cell system where the dynamics of the cells is considered as an external disturbance. The above allows simplifying the analysis to the study of a step-down DC-DC converter subject to parametric variations. To evaluate the effectiveness of the PIR controller, a performance comparison against a PID controller is proposed. Based on the obtained experimental results, we present here the PIR controller as a better alternative to the PID controller in terms of the above mentioned benefits.

Finally, the model of the system is extended to include the dynamics of the fuel cells and a semi-analytical method is proposed to tune the gains of the PIR controller. The tuning obtained following this method is put to the test by means of numerical simulations, achieving a correct regulation of the output voltage delivered by the fuel cell system.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	2
1.2. Justificación	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivos particulares	4
2. Análisis, diseño e implementación de un convertidor CD-CD reductor	5
2.1. Análisis del convertidor reductor	5
2.1.1. Funcionamiento	6
2.1.2. Modelo en pequeña-señal	7
2.2. Diseño e implementación del convertidor reductor	10
2.2.1. Selección de los componentes para el prototipo	12
2.2.2. Generación del PWM, protecciones e impulsor	13
2.2.3. Consideraciones adicionales	14
2.3. Resultados experimentales en lazo abierto	14
2.3.1. Prototipo	16
2.3.2. Experimento 1: potencia nominal	17
2.3.3. Experimento 2: carga pulsante	17
3. Control PIR de un convertidor CD-CD reductor	21
3.1. Preliminares	21
3.1.1. Estabilidad relativa	22
3.1.2. Descomposición del plano (h, k_r)	23
3.2. Análisis geométrico algebraico	24
3.2.1. Proyección de los puntos extremos en el plano (σ, ω)	25
3.2.2. Proyección de los puntos extremos en el eje σ	26
3.3. Diseño e implementación del controlador PIR	27
3.3.1. Sintonización	27
3.3.2. Aproximación de Padé	28
3.3.3. Construcción analógica de los controladores	28
3.4. Resultados experimentales en lazo cerrado	30
3.4.1. Experimento 1: comparativa a potencia nominal	30

3.4.2. Experimento 2: carga pulsante	33
4. Control PIR de un SCC	37
4.1. Análisis del SCC	37
4.1.1. Modelo en pequeña-señal	37
4.2. Diseño del controlador PIR	39
4.2.1. Descomposición del plano (h, k_r)	40
4.2.2. Sintonización	44
4.3. Resultados numéricos	45
4.3.1. Simulación 1: potencia nominal	46
4.3.2. Simulación 2: carga pulsante	48
5. Conclusiones	51
Bibliografía	53

Capítulo 1

Introducción

El combate contra el cambio climático ha acelerado el desarrollo de fuentes de energía limpia. Dentro de dichas fuentes se encuentran las celdas de combustible de hidrógeno, las cuales destacan gracias a su alta eficiencia y densidad energética, así como por su nula emisión de gases de efecto invernadero. Esta última característica resulta ideal, por ejemplo, en la industria del transporte en donde las celdas de combustible pueden proporcionar energía limpia a vehículos que transitan por centros urbanos altamente poblados, sitios en los que las emisiones actuales de carbono se han convertido en una amenaza seria para la salud de sus habitantes [1]. Sin duda, el uso de celdas de combustible en aplicaciones de transporte es de gran importancia. Sin embargo, su empleo en aplicaciones portátiles —en donde obtener energía eléctrica de una red convencional es poco práctico— también es de interés [2].

En función de la aplicación de dichas celdas, un nivel de voltaje adecuado se podría generar apilando múltiples celdas de combustible; no obstante, dicho voltaje sería poco práctico ya que sufriría de variaciones severas inducidas por desviaciones de los parámetros nominales. Más aún, fluctuaciones agresivas en la carga podrían generar daño permanente en las celdas de combustible, debido al fenómeno de falta de combustible [3]. En este contexto los convertidores CD-CD conmutados se han vuelto un componente fundamental en grupos de celdas de combustible apiladas, a tal grado que un conjunto de celdas de combustible, junto con un convertidor de potencia acoplado a una carga eléctrica, se puede entender como un sistema que llamamos comúnmente sistema de celdas de combustible (SCC). La importancia del convertidor de potencia en un SCC recae en su habilidad de regular el voltaje entregado a la carga a un nivel de CD constante. No obstante, combinar la dinámica de las celdas de combustible con la del convertidor de potencia ocasiona que la tarea de regulación de voltaje sea compleja y requiera de intrincados esquemas de control [4, 5, 6].

Considerando lo anterior, en este trabajo de tesis se propone un modelo sencillo de pequeña señal capaz de combinar la dinámica del grupo de celdas de combustible con la dinámica del convertidor, con el cual se diseña un controlador PID para resolver el problema de regulación de voltaje del SCC. Cabe mencionar que, con el objetivo de garantizar la implementación segura del esquema de control, la parte derivativa del controlador es aproximada por medio de una acción retardada. El controlador propuesto, conocido como controlador

Proporcional Integral Retardado (PIR), se implementa en un SCC compuesto por un grupo de celdas de combustible con un convertidor reductor CD-CD que actúa como una interfaz entre las celdas de combustible y una carga resistiva pulsante. El objetivo principal es compensar variaciones en el voltaje entregado por las celdas de combustible las cuales, a su vez, son generadas por escalones de potencia ocasionados por una carga pulsante.

El presente trabajo de tesis se estructura en dos etapas principales. En la primera etapa, desarrollada en el Capítulo 2 y en el Capítulo 3, se presenta como una primera aproximación el diseño e implementación experimental de un convertidor CD-CD reductor en lazo cerrado con un controlador PIR bajo la suposición de que el voltaje de entrada contiene variaciones originadas por una carga pulsante conectada en la salida del convertidor. El objetivo de dicha suposición es el de emular el comportamiento de un grupo de celdas de combustible cumpliendo la función de fuente de voltaje de entrada del convertidor.

Adicionalmente se realiza una comparativa experimental entre el controlador propuesto y un controlador PID clásico, en donde se evidencian las ventajas del controlador PIR en términos de tres métricas asociadas al desempeño del sistema. A pesar de que dicha comparativa clarifica las ventajas del controlador PIR, el esquema de control propuesto aún posee áreas de mejora. Por lo tanto, en la segunda etapa de la tesis, desarrollada en el Capítulo 4, se obtienen reglas de sintonización para el controlador PIR en donde se considera ahora la dinámica de la celda en conjunto con la dinámica del convertidor. Los resultados de este análisis se prueban a través de simulaciones numéricas en MATLAB[®] y Simulink[®] empleando un módulo de celda de combustible a una potencia nominal de 1.26 kW.

1.1. Antecedentes

Una de las tecnologías más populares empleadas para generar energía eléctrica a partir de hidrógeno son las celdas de combustible de intercambio protónico (PEMFC por sus siglas en inglés). Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el voltaje entregado por la celda sufre de variaciones las cuales, a su vez, se propagan a través del sistema generando oscilaciones en el voltaje entregado a la carga. Cabe mencionar que dichas oscilaciones se podrían mitigar a través de esquemas de control para el convertidor de potencia. Por lo tanto, en un SCC, el control del convertidor es de vital importancia [7]. Entre los esquemas de control existentes para el SCC se pueden encontrar algoritmos de control complejos capaces de realizar dicha regulación, se puede citar por ejemplo controladores PID [8, 9, 10, 11], controladores con base en lógica difusa [12, 13, 14, 5] y controladores adaptables [8, 15, 16, 6].

Como se ha demostrado en la literatura [17, 18, 19], los controladores construidos con retardos ofrecen una alternativa de control sencilla, pero efectiva, capaz de regular una amplia clase de sistemas que proporcionan una mejora en las características de desempeño e incluso de robustez del sistema en comparación a otras alternativas de control.

La idea de introducir retardos intencionales en lazos de control no es nueva y se ha empleado en una gran variedad de problemas. Por ejemplo, un retardo puede crear ciclos límite

en sistemas no lineales [20], estabilizar sistemas oscilatorios [21] e incluso garantizar estabilidad en sistemas lineales [22].

Con esto en mente, en este trabajo de tesis se utilizará un controlador PIR para regular el voltaje entregado por un SCC. Dicho controlador puede también considerarse como una aproximación de un controlador PID, en donde la acción derivativa es reemplazada por una acción retardada obtenida a través de diferencias finitas.

El controlador PIR es capaz de preservar las características deseables de su contraparte ideal, pero sin ninguno de sus problemas, a saber: amplificación de ruido de alta frecuencia e implementación exacta [23, 24]. Es pertinente aclarar que la introducción intencional del retardo induce un número infinito de raíces características. Controlar un número infinito de raíces con un número finito de parámetros es imposible. Por consiguiente, el análisis y posterior sintonización de este tipo de controladores no es trivial.

1.2. Justificación

Como se mencionó anteriormente existe una gran variedad de soluciones de control capaces de garantizar la correcta regulación del voltaje entregado por un SCC. Una característica que comparten dichos esquemas de control es la utilización de una acción derivativa. Un gran inconveniente de este tipo de acciones de control —críticas para las capacidades de anticipación del controlador— es su sensibilidad al ruido en las mediciones, lo que conlleva a esfuerzos adicionales de filtrado para utilizarlas de forma segura. Este problema es uno de los desafíos existentes en el mundo real: el diseño de filtros no es una tarea sencilla, es laboriosa y también limitará el ancho de banda del sistema en lazo cerrado.

Los controladores basados en retardos, en cambio, son resistentes a las mediciones ruidosas, no requieren un filtro y no necesitan sacrificar el ancho de banda del sistema [18, 19]. De manera concisa, los controladores basados en retardos aproximan las acciones derivativas usando diferencias finitas para crear una acción derivativa aproximada como sigue

$$\frac{dy(t)}{dt} \approx \frac{y(t) - y(t-h)}{h} = \frac{1}{h} \int_{t-h}^t y'(\tau) d\tau, \quad (1.1)$$

en donde $y(t)$ es una señal medida, $h > 0$ es un retardo intencional y $y'(\tau) := dy(\tau)/d\tau$. Entonces, la acción derivativa pura sería sustituida por una aproximada que podría promediar el efecto de señales con derivadas grandes en un intervalo de tiempo finito y, por lo tanto, producir una señal de salida más suave [25] protegiendo mejor al SCC, siempre que el retardo se elija apropiadamente.

Se requiere aclarar que la suavidad de la señal de control no es necesariamente un factor decisivo para todo tipo de aplicaciones. Sin embargo, en este caso, al tratarse de un sistema conmutado a alta frecuencia, la suavidad en la señal de control es una característica de diseño deseable [26].

1.3. Objetivos

Con base en las discusiones anteriores el objetivo principal de esta investigación es garantizar una correcta regulación del voltaje de salida entregado por un sistema de celdas de combustible (SCC) mediante el uso de controladores basado en retardos.

1.3.1. Objetivos particulares

Con el fin de alcanzar este propósito se plantean los siguientes objetivos particulares:

- Obtener el modelo del convertidor CD-CD reductor.
- Sintonizar los parámetros de un controlador PIR.
- Diseñar e implementar prototipos para el convertidor reductor.
- Validar experimentalmente los resultados teóricos.
- Analizar el desempeño del SCC en lazo cerrado con un controlador PIR y con un controlador PID.
- Incorporar la dinámica de la celda de combustible al modelo del convertidor y obtener reglas de sintonización para los parámetros de un controlador PIR.

Capítulo 2

Análisis, diseño e implementación de un convertidor CD-CD reductor

Entre las tres topologías básicas de convertidores CD-CD —topología reductora, elevadora y reductora-elevadora— el funcionamiento del convertidor reductor es el más sencillo e intuitivo de comprender [27]. Pese a que su análisis y diseño se discuten extensivamente en la literatura, la implementación de prototipos de baja potencia es un tema que a menudo se trivializa y donde muchos detalles se dan por sentado. Por esa razón, y aunque esta investigación no pretende de ningún modo adentrarse en los detalles y consideraciones propias de la electrónica analógica y de potencia, se desea documentar el proceso de diseño y construcción del prototipo del convertidor, incluyendo consideraciones y observaciones prácticas destinadas a investigadores fuera de las áreas mencionadas. Para ello, primero se presenta el análisis de un convertidor CD-CD reductor en el que se estudian sus modos de operación con el propósito de obtener un modelo *promedio* y un modelo en *pequeña señal*. Finalmente, se describe el diseño electrónico y las consideraciones necesarias para la construcción del convertidor.

2.1. Análisis del convertidor reductor

El sistema que se plantea analizar en este trabajo de tesis se compone de una celda de combustible, un convertidor reductor y una carga resistiva. El diagrama del sistema se puede observar en la Figura 2.1. Dicha figura también muestra un diagrama eléctrico ideal del convertidor reductor en donde se considera que el voltaje de entrada del convertidor es proporcionado por un grupo de celdas de combustible. La función básica del convertidor es mantener un voltaje de salida alrededor de un nivel de CD constante V_o , a pesar de variaciones en la carga y en el voltaje de entrada V_s . Lo anterior, se logra conmutando apropiadamente el interruptor, denotado como Q en la figura, a través de la señal de conmutación $q(t)$.

Cabe mencionar que el grupo de celdas de combustible se comporta idealmente como una fuente de voltaje de CD puro V_s bajo el supuesto de que la dinámica de una pila de celdas

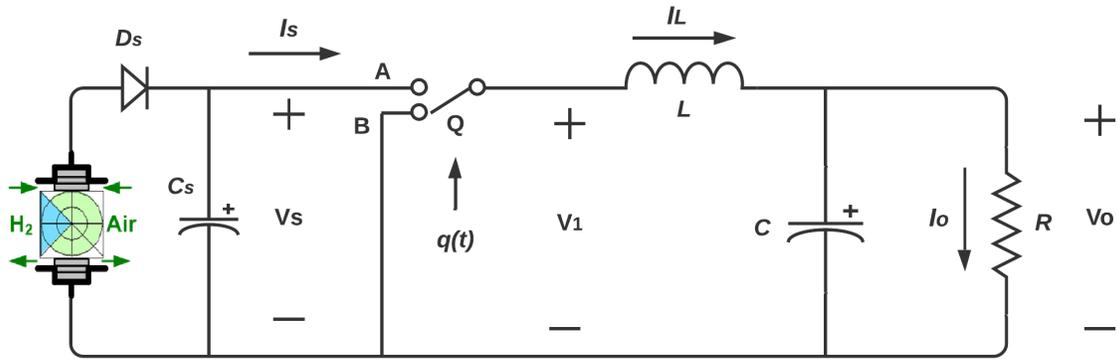


Figura 2.1: Diagrama eléctrico ideal del convertidor reductor alimentado por un grupo de celdas de combustible.

de combustible es suficientemente lenta comparada con la del convertidor de potencia [11]. Con esto en mente, como una primera aproximación, se considera a la celda de combustible como una fuente de CD con posibles variaciones constantes, dejando la incorporación de su dinámica dentro del modelo del sistema para el Capítulo 4.

2.1.1. Funcionamiento

La Figura 2.2 muestra los estados de conmutación del convertidor reductor ideal en donde la pila de celdas de combustible se consideran como una fuente de CD pura.

Durante un ciclo de conmutación, el interruptor Q alterna entre las posiciones A y B mostradas en la Figura 2.1; en otras palabras, el circuito alterna entre las configuraciones (A) y (B) que se muestran en la Figura 2.2.

Cuando inicia un ciclo de conmutación Q se encuentra en la posición A; el voltaje de entrada V_s es mayor que el voltaje de salida V_o ; y la corriente I_L en el inductor L aumenta durante un primer intervalo de tiempo Δ_1 .

La corriente del inductor seguirá aumentando durante Δ_1 hasta que Q cambie a la posición B. En el momento en que esto ocurra, $V_s = 0$ y el voltaje a través de L cambia de signo e I_L decrece durante un segundo intervalo de tiempo Δ_2 . Ahora existen dos posibilidades para el valor de la corriente en el inductor al final de Δ_2 , ya sea $I_L = 0$ o $I_L = I_a$, en donde I_a es un valor positivo distinto de cero. Es decir, toda la energía almacenada en L se entrega a la carga al final de Δ_2 , o queda algo de energía almacenada en L cuando Q vuelve a la posición A y se repite el ciclo de conmutación.

A partir de la descripción anterior del comportamiento del convertidor reductor, se pueden entender las condiciones básicas del funcionamiento del mismo y sus dos modos de operación, a saber:

- *Modo continuo*, cuando la corriente se mantiene continua en el inductor durante todo el ciclo de conmutación.

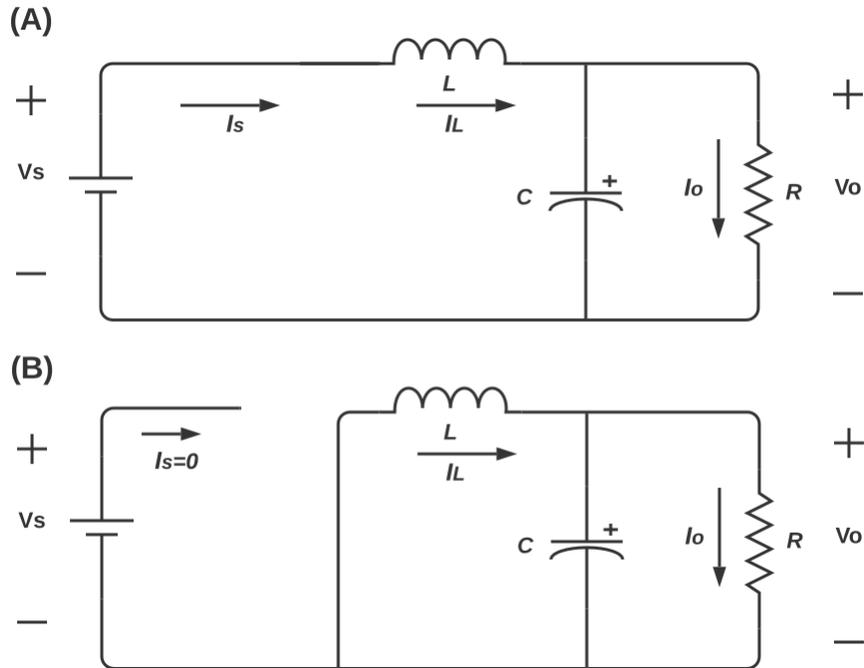


Figura 2.2: Configuraciones del circuito eléctrico del convertidor según la posición del interruptor Q .

- *Modo discontinuo*, cuando la corriente no se mantiene continua en el inductor durante todo el ciclo de conmutación.

A continuación se presenta la obtención de un modelo que describe la dinámica “promedio” del convertidor operando en modo continuo. Dicho modo de operación se garantizará más adelante a través del diseño del convertidor.

2.1.2. Modelo en pequeña-señal

En esta sección, siguiendo la metodología desarrollada en [28] se obtiene un modelo en pequeña-señal para el convertidor mostrado en la Figura 2.1 bajo la suposición de que la dinámica del grupo de celdas de combustible es suficientemente lenta y se comporta como una fuente de CD con posibles variaciones constantes. Este modelo será de utilidad para derivar esquemas de control sencillos, pero efectivos, en capítulos subsecuentes. Para simplificar la notación, los argumentos asociados al tiempo se omiten siempre que no exista ambigüedad.

Considerando que el convertidor opera en modo continuo, y que la señal de conmutación es ideal, el uso directo de las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff para el circuito de la

Figura 2.2 (A) proporciona

$$\begin{aligned}\frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{L} \left(\frac{RR_L + RR_C + R_C R_L}{R + R_C} \right) i_L - \frac{1}{L} \left(\frac{R}{R + R_C} \right) v_C + \frac{v_s}{L}, \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{1}{C} \left(\frac{R}{R + R_C} \right) i_L - \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R + R_C} \right) v_C, \\ v_o &= (R \parallel R_C) i_L + \left(\frac{R}{R + R_C} \right) v_C, \\ i_s &= i_L.\end{aligned}$$

en donde el símbolo $\circ \parallel \bullet$ denota la resistencia equivalente entre las resistencias \circ y \bullet conectadas en paralelo. Siguiendo el procedimiento anterior para el circuito de la Figura 2.2 (B) tenemos que

$$\begin{aligned}\frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{L} \left(\frac{RR_L + RR_C + R_C R_L}{R + R_C} \right) i_L - \frac{1}{L} \left(\frac{R}{R + R_C} \right) v_C, \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{1}{C} \left(\frac{R}{R + R_C} \right) i_L - \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R + R_C} \right) v_C, \\ v_o &= (R \parallel R_C) i_L + \left(\frac{R}{R + R_C} \right) v_C, \\ i_s &= 0.\end{aligned}$$

Es pertinente mencionar que en las ecuaciones anteriores se incluye el efecto de las resistencias en serie equivalentes (ESR, por sus siglas en inglés) tanto del condensador C como del inductor L , las cuales se denotan como R_C y R_L , respectivamente. Dichas ecuaciones son válidas para cada posición particular del interruptor durante un ciclo de operación. Pese a que el modelo anterior captura la evolución temporal del sistema, su naturaleza discontinua representa un reto de control no trivial. Sin embargo, examinar el comportamiento “promedio” del convertidor proporciona una representación sencilla del sistema y útil para el diseño de controladores y análisis de estabilidad.

Para promediar cada conjunto de ecuaciones se utilizará como factor de ponderación la proporción de tiempo que pasa el interruptor Q en cada uno de sus dos estados. Entonces, para las posiciones A y B se tienen los intervalos de tiempo Δ_1 y Δ_2 , respectivamente. Los factores de ponderación se definen entonces como

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_1}{T_s} &= u, \\ \frac{\Delta_2}{T_s} &= \frac{T_s - \Delta_1}{T_s} = 1 - u = u',\end{aligned}$$

en donde T_s es el periodo de conmutación.

El promediado del convertidor está dado en forma compacta como

$$\langle \dot{x} \rangle = (p_A(i_L, v_C, v_s))u + (p_B(i_L, v_C, v_s))u',$$

en donde p_A y p_B representan los modelos del sistema obtenidos anteriormente para las posiciones del interruptor A y B, respectivamente. Se tiene entonces que el modelo promedio del convertidor reductor está dado por

$$\begin{aligned}\frac{di_L}{dt} &= -\left(\frac{R_L + R \parallel R_C}{L}\right)i_L - \frac{1}{L}\left(\frac{R}{R + R_C}\right)v_C + \frac{v_s u}{L}, \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{1}{C}\left(\frac{R}{R + R_C}\right)i_L - \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R + R_C}\right)v_C, \\ v_o &= (R \parallel R_C)i_L + \left(\frac{R}{R + R_C}\right)v_C, \\ i_s &= u i_L.\end{aligned}$$

A pesar de tener un modelo unificado que representa las características promedio del sistema, se debe notar que el término $v_s u$ introduce una no-linealidad que potencialmente podría complicar el análisis y diseño de esquemas de control. Para reducir la complejidad del modelo a continuación se introduce una descomposición de las señales en sus componentes de CA y CD,

$$\begin{aligned}v_s &= V_s + \hat{v}_s, & v_C &= V_C + \hat{v}_C, & i_L &= I_L + \hat{i}_L, \\ u &= U + \hat{u}, & v_o &= V_o + \hat{v}_o, & i_s &= I_s + \hat{i}_s,\end{aligned}$$

en donde V_s, V_C, I_L, I_s, U y V_o son los valores de CD y $\hat{v}_s, \hat{v}_C, \hat{i}_L, \hat{i}_s, \hat{u}$ y \hat{v}_o son sus correspondientes valores en pequeña señal. Ya que el objetivo al diseñar un convertidor conmutado es reducir al mínimo posible las componentes de CA en las señales (componente que se conoce comúnmente como rizo), se tiene que al rededor del punto de operación nominal las señales en CA son mucho más pequeñas en magnitud en comparación a su contraparte en CD [28]; es decir,

$$\begin{aligned}\frac{\hat{v}_s}{V_s} &\ll 1, & \frac{\hat{v}_C}{V_C} &\ll 1, & \frac{\hat{i}_L}{I_L} &\ll 1, \\ \frac{\hat{u}}{U} &\ll 1, & \frac{\hat{v}_o}{V_o} &\ll 1, & \frac{\hat{i}_s}{I_s} &\ll 1.\end{aligned}$$

Bajo esta descomposición, la componente de CD del modelo promedio es

$$\begin{aligned}0 &= (R_L + R \parallel R_C)I_L - \left(\frac{R}{R + R_C}\right)V_C + V_s U, \\ 0 &= \left(\frac{R}{R + R_C}\right)I_L - \frac{V_C}{R + R_C}, \\ V_o &= (R \parallel R_C)I_L + \left(\frac{R}{R + R_C}\right)V_C, \\ I_s &= U I_L.\end{aligned}$$

Y la componente de CA se obtiene como

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{i}_L}{dt} &= -\left(\frac{R_L + R \parallel R_C}{L}\right)\hat{i}_L - \frac{1}{L}\left(\frac{R}{R + R_C}\right)\hat{v}_C + \left(\frac{U}{L}\right)\hat{v}_s + \left(\frac{V_s}{L}\right)\hat{u}, \\
\frac{d\hat{v}_C}{dt} &= \frac{1}{C}\left(\frac{R}{R + R_C}\right)\hat{i}_L - \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R + R_C}\right)\hat{v}_C, \\
\hat{v}_o &= (R \parallel R_C)\hat{i}_L + \left(\frac{R}{R + R_C}\right)\hat{v}_C, \\
\hat{i}_s &= U\hat{i}_L + I_L\hat{u}.
\end{aligned} \tag{2.1}$$

En donde los productos entre dos o más señales de CA se ignoran (debido a su ínfima magnitud), en otras palabras, la no-linealidad que se tenía previamente se puede despreciar. El modelo dado en (2.1) es también conocido como *modelo en pequeña señal*. Este modelo se puede manipular de forma sencilla transformando las ecuaciones al dominio de la frecuencia usando el método de Laplace, con lo cual se obtiene

$$\begin{aligned}
V_s\hat{u}(s) + U\hat{v}_s(s) &= (sL + R_L + [R \parallel R_C])\hat{i}_L(s) + \left[\frac{R}{R + R_C}\right]\hat{v}_C(s), \\
0 &= \left[\frac{R}{R + R_C}\right]\hat{i}_L(s) - \left[sC + \frac{1}{R + R_C}\right]\hat{v}_C(s), \\
\hat{v}_o(s) &= (R \parallel R_C)\hat{i}_L(s) + \left[\frac{R}{R + R_C}\right]\hat{v}_C(s), \\
\hat{i}_s(s) &= U\hat{i}_L(s) + I_L\hat{u}(s).
\end{aligned}$$

Considerando a \hat{u} y a \hat{v}_o respectivamente como variables de entrada y salida se obtiene, después de algunas manipulaciones algebraicas, la función de transferencia entrada-salida

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{V_o}{U} \times \frac{R_C C s + 1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}, \tag{2.2}$$

en donde

$$a_1 = R_C C + \frac{R R_L}{R + R_L} C + \frac{L}{R + R_L} \quad \text{y} \quad a_2 = \frac{R + R_C}{R + R_L} L C. \tag{2.3}$$

2.2. Diseño e implementación del convertidor reductor

Con el objetivo de implementar el convertidor reductor a continuación se determinan los valores nominales de los componentes pasivos que conforman al convertidor para garantizar la conducción en modo continuo. Dicho convertidor reductor debe entregar una potencia nominal de 29W, con un voltaje de entrada de 24 V, un voltaje de salida de 12 V y una frecuencia de conmutación de 100 kHz. Típicamente, el rizo de voltaje ΔV_o se diseña entre el

1 % y el 2 % del valor promedio del voltaje de salida V_o . Asimismo, el rizo de corriente ΔI_L se diseña entre el 20 % y el 30 % de la corriente de salida I_o . A partir de estos datos se resume en la Tabla 2.1 las consideraciones nominales de diseño del convertidor.

Tabla 2.1: Consideraciones nominales de diseño

V_s	voltaje de entrada	24 V
V_o	voltaje de salida	12 V
U	ciclo de trabajo	0.5
p	potencia nominal	29 W
I_s	corriente de entrada	1.25 A
I_o	corriente de salida	2.5 A
f_s	frecuencia de conmutación	100 kHz
ΔV_o	rizo de voltaje	0.24 V
ΔI_L	rizo de corriente	0.75 A

Para calcular los valores de capacitancia C , inductancia L y resistencia de carga R , en primer lugar, se consideran las siguientes expresiones que determinan respectivamente el rizo de corriente y voltaje [29]

$$\Delta I_L = V_s \frac{U(1-U)}{L f_s} \quad \text{y} \quad \Delta V_o = V_s \frac{U(1-U)}{8LC f_s^2}.$$

En segundo lugar, con el fin de asegurar la conducción en modo continuo del convertidor, es necesario que L y R cumplan con las siguientes condiciones

$$L > R \frac{1-U}{2f_s} \quad \text{y} \quad C > \frac{1}{L} \frac{1-U}{16f_s^2}.$$

Usando las ecuaciones anteriores junto con las consideraciones de diseño, los componentes que conforman el prototipo académico se muestran en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Componentes ideales del convertidor.

R	resistencia de carga nominal	5 Ω
L	inductor	37.5 μH
C	capacitor	16.6 μF

Para la implementación del convertidor se requiere un “equivalente” electrónico del interruptor Q y una forma de traducir el ciclo de trabajo $u \in [0, 1]$ a un impulso binario $q(t) \in \{0, 1\}$ que active $q(t) = 1$, o desactive $q(t) = 0$, al interruptor Q . Para el interruptor, en este caso, se utilizará un MOSFET, pues es ideal en aplicaciones a baja potencia y altas velocidades de conmutación.

Para el ciclo de trabajo u se empleará como señal “moduladora” en un modulador por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés), que se encargará de proporcionar la señal

discreta $q(t)$. No obstante, la señal generada a través del PWM no tiene la capacidad de impulsar al MOSFET por sí sola, por lo cual es necesario un componente extra que sirva como interfaz entre ambos. A este componente lo llamaremos *impulsor*. A continuación se describen brevemente algunas características de los elementos anteriormente mencionados.

Elemento conmutador, MOSFET: Los transistores de efecto de campo fabricados con semiconductores de metal-óxido, conocidos comúnmente como MOSFET, son transistores en los que se utiliza un campo eléctrico para controlar su conducción y que, como su nombre indica, su dieléctrico es un metal de óxido. Estos dispositivos son ampliamente utilizados en la electrónica de potencia como interruptores, debido a las pocas pérdidas de potencia que presentan. El MOSFET controla, a grandes rasgos, el paso de la corriente entre sus terminales drenaje y fuente mediante la aplicación de una tensión en su compuerta. Es decir, El MOSFET es un interruptor controlado por tensión.

Modulación por ancho de pulso: Teniendo en cuenta el modelo promedio del convertidor, como se mencionó anteriormente, se requiere un método mediante el cual $(0, 1) \ni u(t) \rightarrow q(t) \in \{0, 1\}$. Para conseguir esto, una de las herramientas más utilizadas es la modulación por ancho de pulso. A grandes rasgos, la técnica de modulación PWM consiste en comparar una señal de tipo rampa $r(t)$ de magnitud V_r y frecuencia f_s , llamada *portadora*, y una señal de referencia $u(t)$ proporcional a la magnitud de la señal rampa, llamada *moduladora*. La señal resultante de la comparación corresponderá a la función de conmutación $q(t)$ de acuerdo a la siguiente regla:

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } u(t) \geq r(t), \\ 0 & \text{cualquier otro caso.} \end{cases}$$

2.2.1. Selección de los componentes para el prototipo

La Figura 2.3 muestra el diagrama del convertidor reductor diseñado considerando las especificaciones de diseño anteriormente mencionadas. Se debe notar que el valor nominal del capacitor es mucho más elevado que el valor calculado en el diseño original debido a i) la capacitancia de un condensador puede variar de manera considerable en la práctica, por ende es recomendable sobredimensionarlo, y ii) durante la búsqueda de los componentes, el condensador seleccionado fue el más cercano al del componente ideal.

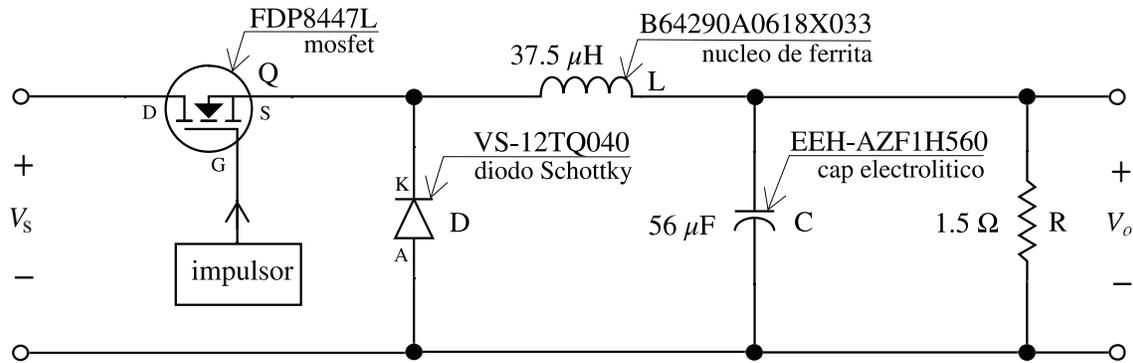


Figura 2.3: Diagrama del convertidor reductor con propósitos académicos.

La Tabla 2.2.1 muestra los componentes del prototipo y sus características principales

Tabla 2.3: Componentes reales del prototipo

Q	FDP8447L	MOSFET, $V_{DS} = 40$ V, $I_D = 12$ A, $R_{DS(on)} = 8.7$ m Ω , canal N
D	VS-12TQ040-M3	Diodo Schottky, $V_R = 40$ V, $I_{F(AV)} = 15$ A
C	EEH-AZF1H560	Capacitor radial electrolítico de aluminio, 50 V _{DC}
L	B64290A0618X033	Nucleo ferrita, 14.8 mm \varnothing interno, 25.3 mm \varnothing externo

2.2.2. Generación del PWM, protecciones e impulsor

La Figura 2.4 muestra el diagrama funcional para impulsar al MOSFET FDP8447L, el cual consta de tres partes i) generación del PWM, ii) circuito de protección y iii) impulsor tipo totem-pole.

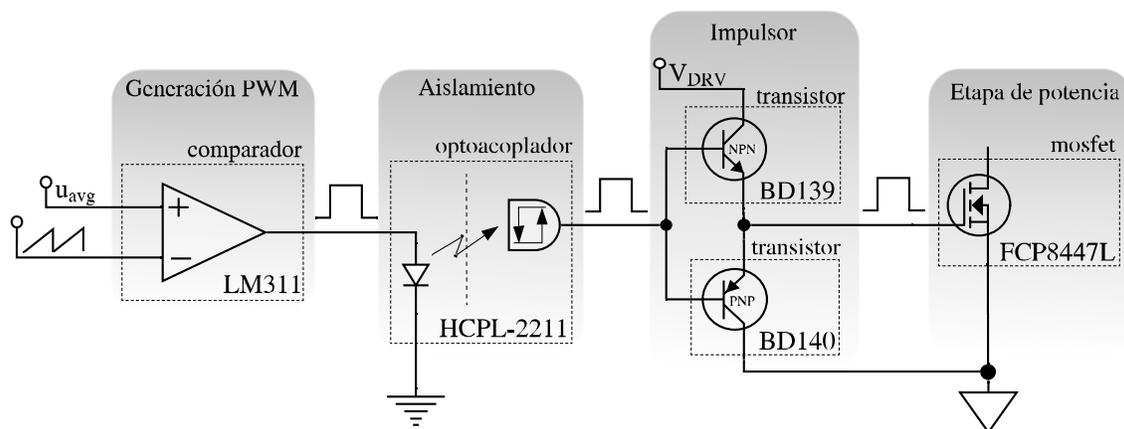


Figura 2.4: Diagrama funcional para operar al MOSFET.

Como se puede apreciar en la Figura 2.4 el impulsor está compuesto por dos BJT: uno de tipo PNP y otro de tipo NPN. La función que cumplen estos transistores es complementaria:

el NPN se encarga de elevar la corriente cuando el tren de impulsos tiene un nivel en alto y el PNP drena la corriente a tierra cuando el tren de impulsos tiene un nivel en bajo. De esta manera eleva el voltaje del PWM (V_{cc}) a V_{GS} y, más importante, aumenta el flujo de corriente, ya sea de entrada o de salida de la compuerta del MOSFET, lo que mejora la velocidad de conmutación.

Una de las ventajas que se obtienen al utilizar este tipo de circuito es que las dos uniones base-emisor se protegen mutuamente de voltajes inversos y que, además, no requiere diodos Schottky para protegerse de corrientes inversas. No obstante, presenta la limitación de que debe ser montado lo más cerca posible del MOSFET para evitar inductancias parásitas. La Tabla 2.2.2 muestra los componentes principales del circuito impulsor y algunas de sus características principales.

Tabla 2.4: Componentes para el controlador PWM, circuito de protección e impulsor

LM311	Comparador diferencial análogo
HCPL-2211-060E	Optoacoplador de alta velocidad, tasa de transferencia 5 Mb/s
BD139	Transistor bipolar BJT tipo NPN
BD140	Transistor bipolar BJT tipo PNP

Finalmente, el diagrama esquemático en la siguiente figura muestra las interconexiones entre los componentes y las consideraciones necesarias para su correcta operación. El circuito de prueba en el recuadro gris se puede usar para comprobar el encendido/apagado del MOSFET.

2.2.3. Consideraciones adicionales

Frecuencias de conmutación altas permiten reducir los valores del filtro de salida, L y C y, por lo tanto, su tamaño físico. Esto es verdadero hasta cierto punto. Frecuencias de conmutación por encima de algunos cientos de KHz, por ejemplo, ocasionan pérdidas magnéticas en los inductores (incluyendo el inductor parásito dentro de los capacitores). Estas frecuencias de conmutación altas también implican mayores pérdidas por conmutación en transistores y diodos. Adicionalmente, los transistores de los impulsores generan mayor interferencia electromagnética a frecuencias altas lo cual, a su vez, introduce ruido de conmutación en los lazos de control.

2.3. Resultados experimentales en lazo abierto

A continuación se presentan dos experimentos en lazo abierto para ilustrar la operación del convertidor reductor. Es importante recordar que en este punto, el voltaje de entrada del convertidor se considera como un voltaje de CD constante. Ambos experimentos se realizan con un voltaje de entrada de $V_s = 24$ V y un ciclo de trabajo del 50%. Por lo tanto, se espera que $V_o = 12$ V. La frecuencia de conmutación se fija en 100 kHz.

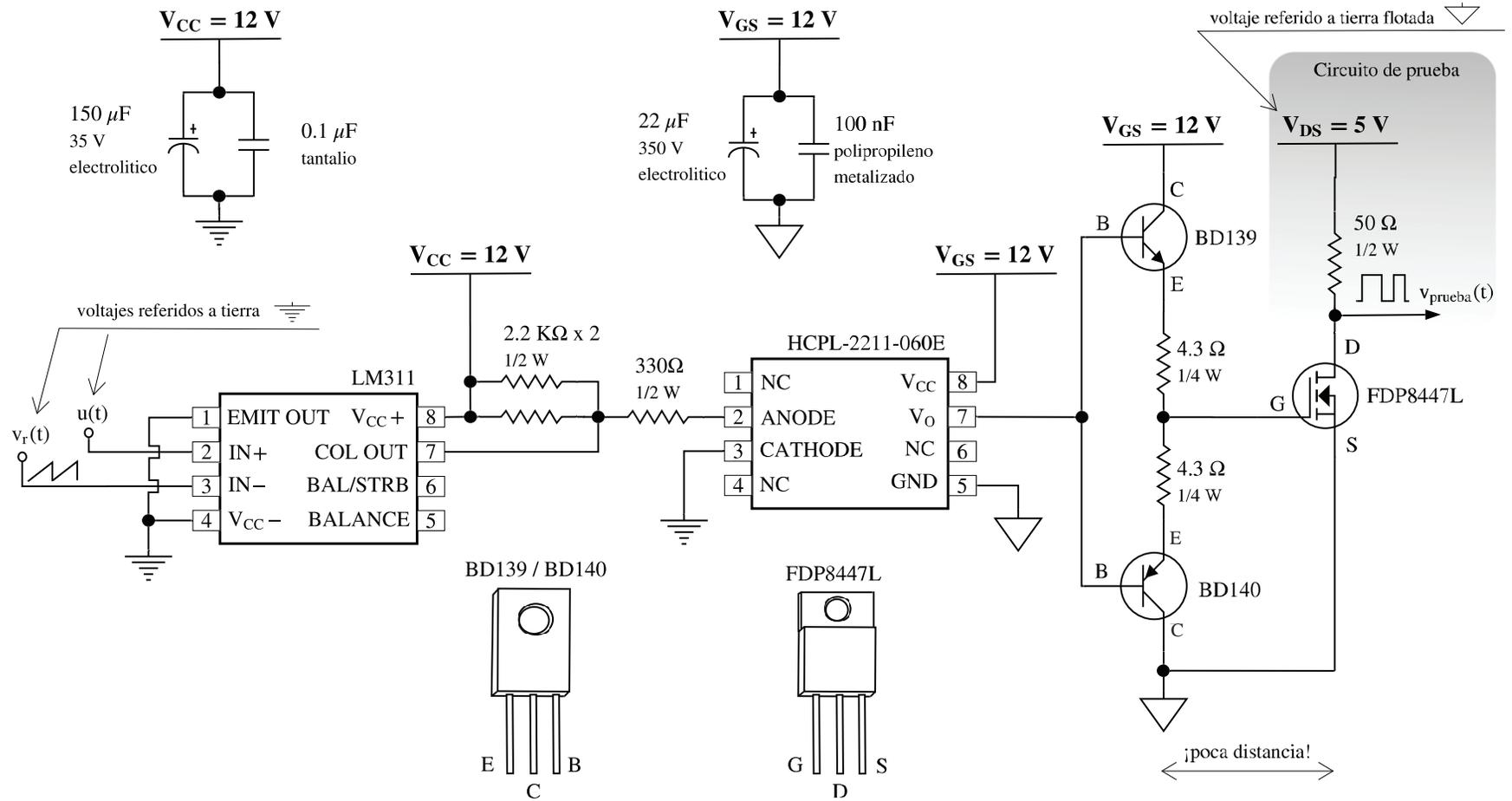


Figura 2.5: Diagrama de conexiones para operar al MOSFET y circuito de prueba.

2.3.1. Prototipo

El primer prototipo del convertidor reductor se puede observar en la Figura 2.6.

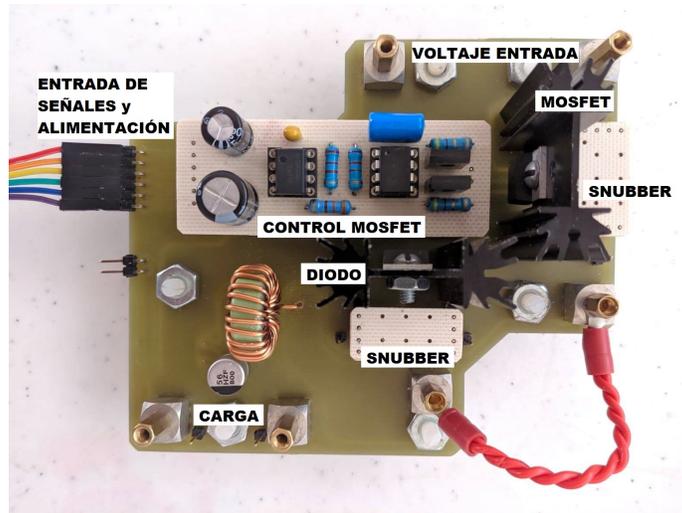


Figura 2.6: Primer prototipo de convertidor reductor donde se pueden observar claramente las diferentes etapas.

En la Figura 2.7 se observa el prototipo final con el cual se obtuvieron los resultados experimentales plasmados en este documento, destaca su tamaño reducido y, aunque no puede observarse en la figura, el impulsor va directamente conectado sobre los terminales del MOSFET.



Figura 2.7: Prototipo final de convertidor reductor diseñado con los siguientes valores de operación nominal: voltaje de entrada 24 V, voltaje de salida 12 V, resistencia de carga 5Ω y potencia de salida ~ 29 W.

2.3.2. Experimento 1: potencia nominal

El primer experimento muestra la respuesta del convertidor reductor en condiciones de operación nominal. La resistencia de carga es de 5Ω . Los resultados del experimento se muestran en la Figura 2.8, en donde los datos experimentales arrojados por el osciloscopio empleado en este experimento son recolectados en formato .ISF y posteriormente importados al software WaveStar[®] de Tektronix[®] con la finalidad de mostrar todas las señales de importancia para el experimento.

A partir de la Figura 2.8 se puede observar lo siguiente:

- El convertidor opera en modo continuo como se esperaba.
- En condiciones ideales, el voltaje de salida promedio V_o se mantiene regulado alrededor de su punto de operación en 12 V.
- El rizo de voltaje ΔV_o es ligeramente inferior a 0.24 V que corresponde al 2% del voltaje de salida.
- El rizo en la corriente del inductor es inferior a 0.75A que corresponde al 30% de la corriente de salida.
- El voltaje drenaje-fuente no muestra picos de voltaje superiores a los límites de operación del MOSFET 40 V en los puntos de conmutación.

De lo anterior se puede concluir que el prototipo cumple con las especificaciones de diseño para una potencia nominal de 29W.

2.3.3. Experimento 2: carga pulsante

El segundo experimento busca mostrar el comportamiento del convertidor ante una secuencia de escalones de potencia al 50% del valor nominal y con una frecuencia de 400 Hz. Para ello, se realiza un cambio de carga entre 5Ω y 10Ω cada 1.25 ms, ver la Figura 2.9.

Los resultados presentados en la Figura 2.9 muestran cómo el voltaje de salida del reductor es incapaz de mantenerse en la referencia deseada de 12 V.

Teniendo esto en cuenta, es evidente la necesidad de un esquema de control que permita regular el voltaje de salida a 12 V alrededor del punto de operación deseado, pese a variaciones en las condiciones nominales de operación. Con esto en mente, el siguiente capítulo presenta el control Proporcional Integral Retardado (PIR) para el sistema de potencia bajo consideración en el presente trabajo de tesis.

Cabe señalar que, en función del diseño del convertidor, puede ser necesario añadir amortiguamiento entre las terminales drenaje y fuente del MOSFET a través de circuitos conocidos como “snubbers”. A manera de comentario, es posible prescindir de dichos circuitos mediante una construcción cuidadosa del convertidor. Un punto crítico a considerar es el nodo de conexión entre el MOSFET, inductor y diodo, el cual debe ser lo más pequeño posible con el objetivo de evitar la propagación de ruido de alta frecuencia a través del resto de los componentes del prototipo.

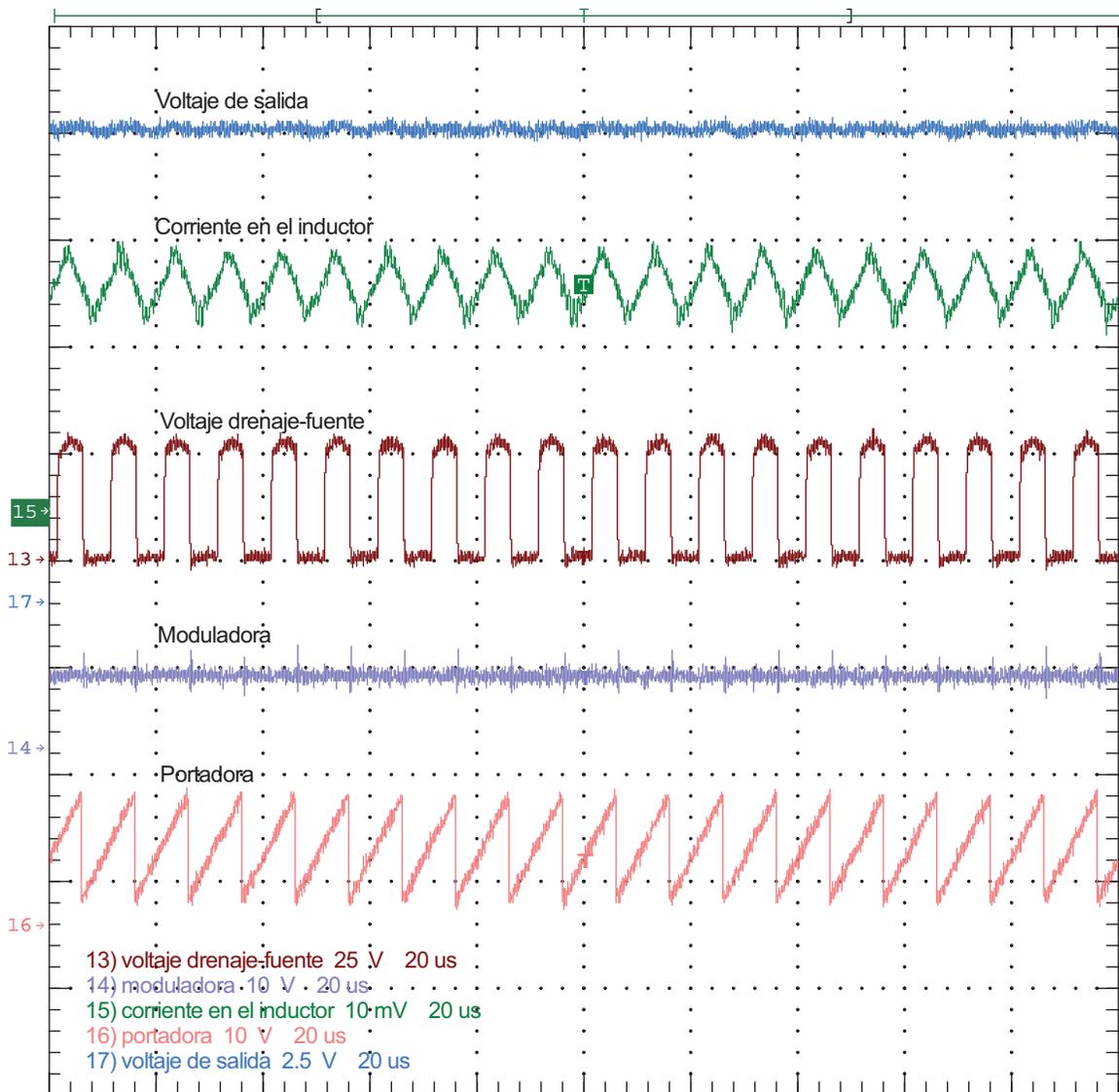


Figura 2.8: Respuesta del convertidor reductor en lazo abierto para un experimento con voltaje de entrada 24 V, resistencia de carga 5Ω y potencia de salida ~ 29 W. Se observa un voltaje de salida 12 V con un rizado de voltaje de 0.2 V, una corriente promedio en el inductor de 2.4 A con un rizado de corriente de 0.74 A y un voltaje pico entre las terminales drenaje-fuente del MOSFET de 30 V.

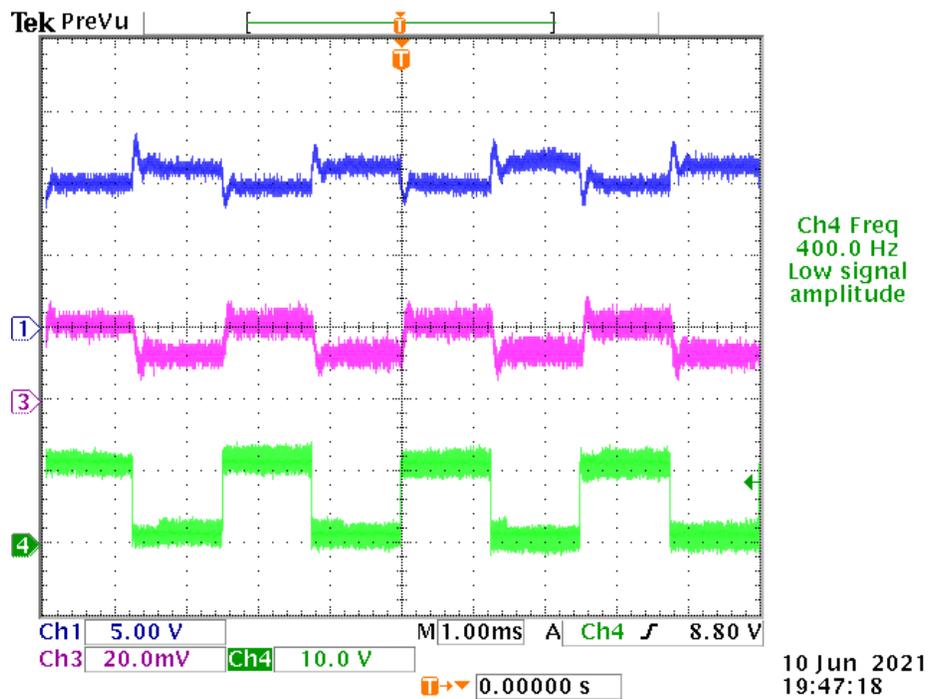


Figura 2.9: Respuesta del convertidor reductor en lazo abierto ante cambios de carga de 50% a una frecuencia de 400 Hz. Formas de onda mostradas de arriba a abajo: voltaje de salida, corriente en el inductor y señal de disparo para el MOSFET que realiza el cambio de carga ($5\ \Omega$ alto, $10\ \Omega$ bajo).

Capítulo 3

Control PIR de un convertidor CD-CD reductor

En este capítulo se discute el uso intencional de retardos para controlar la etapa de potencia en un SCC. En particular, se diseña un controlador PIR para acelerar la respuesta dinámica de un convertidor CD-CD reductor con el objetivo de compensar de manera rápida posibles variaciones paramétricas sin crear oscilaciones no deseadas en el ciclo de trabajo. Como se mencionó anteriormente, el grupo de celdas de combustible considerado en esta etapa de investigación se comporta idealmente como una fuente de voltaje de CD puro.

Bajo dicha consideración, con base en la metodología utilizada en [30], se sintoniza el controlador PIR asegurando estabilidad y una tasa de decaimiento exponencial deseada. Finalmente, una evaluación experimental del lazo de control muestra que el controlador PIR es un sustituto preferible a un controlador clásico PID.

3.1. Preliminares

Considere la función de transferencia (2.2) dada por $G(s) = \hat{v}_o(s)/\hat{u}(s)$ reescrita como

$$G(s) = k \frac{b_1 s + 1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}, \quad (3.1)$$

en donde $k = V_o/U$, $b_1 = R_C C$ y los coeficientes a_1 y a_2 están dados en (2.3). Como se observo en [18], si la magnitud de las ESRs es lo suficientemente pequeño, su efecto sobre la respuesta en frecuencia del sistema (3.1) puede ser despreciado en frecuencias inferiores a 100 kHz; es decir, se puede considerar a $R_L = R_C = 0$. Lo anterior permite simplificar la función de transferencia del convertidor en lazo abierto como

$$G(s) = \frac{c}{s^2 + as + b}, \quad (3.2)$$

en donde $a = 1/(RC)$, $b = 1/(LC)$ y $c = V_o/(ULC)$.

La función de transferencia $C(s) = \hat{u}(s)/\hat{e}(s)$ del controlador PIR es

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} - k_r e^{-sh} \quad (3.3)$$

en donde $h > 0$ es un retardo intencional; $(k_p, k_i, k_r) \in \mathbb{R}^3$ son las ganancias proporcional, integral y retardada, respectivamente y $\hat{e} = 0 - \hat{v}_o$ el error de salida.

Considerando un lazo de realimentación unitario, las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado se pueden definir, entonces, por la ubicación de las raíces de la función característica

$$p(s, h, k_r) = s^3 + as^2 + (b + ck_p)s + ck_i - csk_r e^{-sh}, \quad (3.4)$$

Se debe notar que para el sistema en lazo abierto (3.2), el decaimiento exponencial σ está dado por $a/2$. Cabe mencionar que la meta en el diseño del controlador PIR es mejorar dicho decaimiento exponencial; i.e., $\sigma > a/2$, característica que repercute directamente en el desempeño del sistema. De manera más precisa, maximizar el decaimiento exponencial puede ayudar a atenuar variaciones paramétricas como las aquí consideradas de manera rápida.

3.1.1. Estabilidad relativa

Para maximizar el decaimiento exponencial del sistema, el controlador PIR dispone de cuatro parámetros, a saber: h , k_p , k_i y k_r siendo estos retardo, ganancia proporcional, ganancia integral y ganancia retardada, respectivamente. El objetivo es, entonces, caracterizar un punto en el espacio de parámetros (h, k_r) que se encuentre dentro del dominio de estabilidad¹ del sistema en lazo cerrado y que maximice el decaimiento exponencial tal que $\sigma > a/2$. Siguiendo la metodología desarrollada en [30], se establece que el primer paso para abordar este problema es encontrar la región de estabilidad. Para ello se plantea el siguiente cambio de variable para el sistema

$$s \rightarrow (s - \sigma)$$

el cual permite estudiar σ -estabilidad a través del cuasipolinomio desplazado

$$\tilde{p}(\sigma, s, h, k_r) = \tilde{p}_0(\sigma, s) + \tilde{p}_1(\sigma, s)k_r e^{\sigma h} e^{-sh}, \quad (3.5)$$

donde σ se asocia al decaimiento exponencial del sistema en lazo cerrado y

$$\begin{aligned} \tilde{p}_0(\sigma, s) &= (s - \sigma)^3 + a(s - \sigma)^2 + (b + ck_p)(s - \sigma) + ck_i, \\ \tilde{p}_1(\sigma, s) &= -c(s - \sigma). \end{aligned}$$

Siguiendo [31] y [32] es posible analizar σ -estabilidad del sistema estudiando las raíces de (3.5), también conocidas como *raíces características*.

¹El dominio, o región, de estabilidad está formado por la colección de puntos (h, k_r) en el espacio de parámetros que generan un comportamiento estable del sistema en lazo cerrado.

3.1.2. Descomposición del plano (h, k_r)

De acuerdo a la propiedad de continuidad de las raíces características con respecto a los parámetros del sistema [33], el sistema puede “conmutar” de estabilidad a inestabilidad —y viceversa— solamente a través del eje imaginario. Con esto en mente, se plantea la construcción de un mapa de estabilidad asociado con el sistema en lazo cerrado en el espacio de parámetros (h, k_r) y, el primer paso para ello, es encontrar los puntos (h, k_r) que generan un cruce por el eje imaginario, también conocidos como *puntos de cruce*. Es decir, los valores de h y k_r que satisfagan

$$\tilde{p}(\sigma, j\omega, h, k_r) = 0, \quad (3.6)$$

para algún $\sigma > 0$ y $\omega \geq 0$.

Proposición 3.1.1. *Dados $\sigma > 0$ y $\omega > 0$, los puntos de cruce correspondientes en el plano (h, k_r) están determinados por:*

$$h = \frac{1}{\omega} \left(\angle \tilde{p}_1(\sigma, j\omega) - \angle \tilde{p}_0(\sigma, j\omega) + \frac{\pi}{2}(4m + n + 1) \right), \quad (3.7)$$

$$k_r = ne^{-\sigma h} \left| \frac{\tilde{p}_0(\sigma, j\omega)}{\tilde{p}_1(\sigma, j\omega)} \right|, \quad (3.8)$$

con $n = \pm 1$ y $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Además, si $\omega = 0$, para cualquier $h > 0$

$$k_r = -\frac{\tilde{p}_0(\sigma, 0)}{\tilde{p}_1(\sigma, 0)} e^{-\sigma h}, \quad (3.9)$$

también califica como punto de cruce.

Demostración. Dados σ y ω , los puntos de cruce para (h, k_r) deben satisfacer a (3.6), por lo tanto,

$$\frac{\tilde{p}_0(\sigma, j\omega)}{\tilde{p}_1(\sigma, j\omega)} = -k_r e^{\sigma h} e^{-j\omega h}.$$

Las ecuaciones (3.7) y (3.8) se obtienen del hecho de que el módulo y argumento en ambos lados de la ecuación anterior deben ser iguales. El caso cuando $\omega = 0$ es trivial de (3.6). \square

El dominio de estabilidad está acotado por las hiper-superficies descritas por los puntos de cruce (h, k_r) en la proposición anterior al realizar un barrido de $\omega \geq 0$ para un $\sigma > 0$. Al seguir este procedimiento para diferentes valores de σ es posible ubicar los dominios de σ -estabilidad como se ilustra en el siguiente ejemplo.

Usando la definición del cuasipolinomio desplazado 3.5 y la Proposición 3.1.1 el espacio de parámetros (h, k_r) se divide en un número finito de regiones disjuntas. Utilizando un argumento de continuidad, cada una de estas regiones se encuentra caracterizada por el mismo número de raíces σ -inestables. El dominio de estabilidad, en este caso, corresponde a la región en el espacio de parámetros en donde el número de raíces σ -inestables es cero.

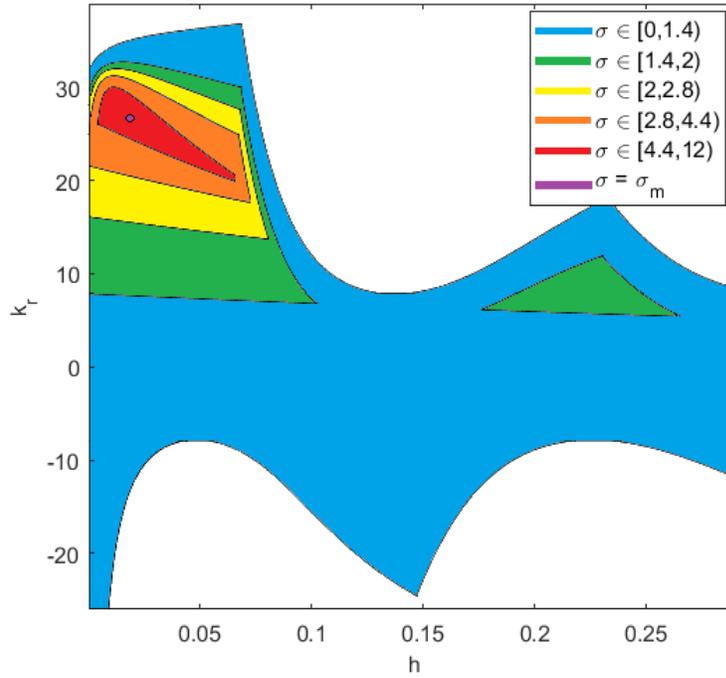


Figura 3.1: Regiones de σ -estabilidad en el espacio (h, k_r)

Ejemplo 3.1.1. Sean los parámetros $a = 9$, $b = 0$, $c = 36$, $k_p = 36$ y $k_i = 39$ y distintos valores para σ desde 0 hasta 12. En la Figura 3.1 se muestran las fronteras de cruce de estabilidad en línea continua para diferentes valores de σ , lo que facilita observar los dominios de σ -estabilidad en color sólido. En la figura se puede observar que, a medida que σ crece, el dominio de estabilidad correspondiente se hace cada vez más pequeño hasta colapsar para un valor crítico σ_m . Este punto corresponde al máximo decaimiento exponencial del sistema en lazo cerrado.

3.2. Análisis geométrico algebraico

El objetivo de este análisis es caracterizar la ubicación del punto de colapso del dominio de σ -estabilidad en el espacio de parámetros. Para ello, se busca reducir sucesivamente la dimensión del problema mediante discriminantes de polinomios. Este acercamiento y su interpretación geométrica se discute a más detalle en [34]. La meta es encontrar un extremo de σ que sea mayor que $a/2$ y, para el cual, las regiones de estabilidad colapsen. Es importante aclarar que los siguientes desarrollos se resumen de [30] por completitud.

3.2.1. Proyección de los puntos extremos en el plano (σ, ω)

Con la finalidad de simplificar las operaciones se reescribe al cuasipolinomio desplazado $\tilde{p} = \tilde{p}(\sigma, j\omega, h, k_r)$ en (3.6) como

$$\tilde{p} = (j\omega - \sigma)^2 + a(j\omega - \sigma) + b + ck_p + \frac{ck_i}{j\omega - \sigma} - ck_r e^{\sigma h} e^{-j\omega h}, \quad (3.10)$$

en donde los parámetros a , b , y c son conocidos, las ganancias k_p y k_i son seleccionadas *a priori* y el valor de σ para el cual la región de estabilidad colapsa se denota por $\bar{\sigma}$. Se tiene, entonces, que \tilde{p} depende implícitamente de las variables σ , ω , h y k_r ; por ende, no es posible resolver \tilde{p} para σ como función de los parámetros conocidos. De ahí que $\bar{\sigma}$ no pueda ser expresado explícitamente en términos de ω , h y k_r .

Sin embargo, si σ exhibe un extremo en el dominio (ω, h, k_r) , algunas derivadas parciales deben desvanecerse². Utilizando el teorema de la función implícita [35] se tiene que

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \omega} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \omega} = 0. \quad (3.11)$$

Considerando la ecuación característica \tilde{p} , se puede mostrar que σ no exhibe un extremo en un punto regular, debido a que $-j\partial\tilde{p}/\partial\sigma = \partial\tilde{p}/\partial\omega$. Por consiguiente, $\partial\sigma/\partial\omega = j \neq 0$. Para investigar a continuación si σ exhibe un extremo en un punto singular³, se estudia el caso $\partial\tilde{p}/\partial\omega = 0$. Es decir, $\partial\tilde{p}/\partial\omega = 0$ es necesaria para que σ exhiba un máximo. Entonces, se tiene que las siguientes son condiciones necesarias para la existencia del extremo buscado

$$\tilde{p} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \omega} = 0. \quad (3.12)$$

En este caso puede notarse que la continuidad de $\partial\tilde{p}/\partial\omega$ debe conservarse. Si para algún punto crítico esta derivada no es continua, entonces, dichos puntos también son candidatos para ser extremos tal como se discute en [34, 36, 37]. Es necesario señalar que las condiciones anteriores se cumplen cuando

$$\Re(\tilde{p}) = \Im(\tilde{p}) = 0 \quad \text{y} \quad \Re\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \omega}\right) = \Im\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \omega}\right) = 0. \quad (3.13)$$

Con estas ecuaciones, y después de algunas manipulaciones algebraicas, se pueden eliminar las variables h y k_r , obteniendo el siguiente polinomio

$$q(\sigma, \omega) = q_1(\sigma, \omega)(q_2(\sigma, \omega) + q_3(\sigma)) = 0, \quad (3.14)$$

en donde

$$\begin{aligned} q_1(\sigma, \omega) &= \sigma^2 + \omega^2, \\ q_2(\sigma, \omega) &= 2\omega^6 + (6\sigma^2 - 2a\sigma + a^2 - 2b - 2ck_p)\omega^4 + 2\sigma^2(3\sigma^2 - 2a\sigma + a^2 - 2b - 2ck_p)\omega^2, \\ q_3(\sigma) &= 2\sigma^6 - 2a\sigma^5 + (a^2 - 2b - 2ck_p)\sigma^4 + ck_i(8\sigma^3 - 4a\sigma^2 + 2(b + ck_p)\sigma - ck_i). \end{aligned}$$

²Note que σ describe una función analítica de ω , h y k_r . Por lo tanto, si σ exhibe un extremo en el dominio (ω, h, k_r) , es necesario que $\partial\sigma/\partial\omega = \partial\sigma/\partial h = \partial\sigma/\partial k_r = 0$.

³Un punto (a, b) en una curva $f(x, y) = 0$ es singular si las derivadas parciales de f con respecto a x y y son ambas cero en (a, b) .

Hasta este punto, se ha mapeado el problema inicial a una dimensión inferior al proyectar los puntos extremos en el plano (σ, ω) , además, por construcción, este polinomio cumple con las condiciones establecidas en (3.13).

Al examinar (3.14) se puede notar que los posibles valores que toma σ en $q_1(\sigma, \omega)$ son puramente imaginarios y, por ende, este factor se puede descartar, pues se desean solo valores reales para σ . Así se obtiene un nuevo polinomio \tilde{q} con un número reducido de raíces.

$$\tilde{q}(\sigma, \omega) = \frac{q(\sigma, \omega)}{q_1(\sigma, \omega)} = q_2(\sigma, \omega) + q_3(\sigma) = 0, \quad q_1(\sigma, \omega) \neq 0. \quad (3.15)$$

3.2.2. Proyección de los puntos extremos en el eje σ

De (3.15) se observa que $\bar{\sigma}$ no se puede obtener explícitamente, ya que la solución aún depende de la variable ω ; dicho de otra forma, existen un número infinito de posibles soluciones. No obstante, si σ exhibe un extremo en el dominio de ω , la condición $\partial\sigma/\partial\omega = 0$ se debe satisfacer. Empleando nuevamente el teorema de la función implícita, se obtienen las siguientes condiciones necesarias para que σ sea una extremo

$$\tilde{q} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial\tilde{q}}{\partial\omega} = 0. \quad (3.16)$$

Para este caso, ω se puede eliminar utilizando el discriminante de (3.15) (ver [34] y las referencias dentro del artículo), denotado por

$$D_\omega(\tilde{q}) = -2^{11}c^2k_i^2D_1(\sigma)^2D_2(\sigma)^2q_3(\sigma) \quad (3.17)$$

con

$$\begin{aligned} D_1(\sigma) &= -8\sigma^3 + 4a\sigma^2 - 2(b + ck_p)\sigma + ck_i \\ D_2(\sigma) &= 8(27ck_i - a^3)\sigma^3 - 12a(9ck_i - a + 2ab + 2ack_p)\sigma^2 \\ &\quad - 6\left(4a(b + ck_p)^2 - (4a^3 + 9ck_i)(b + ck_p) + a^5\right)\sigma \\ &\quad + a^6 - 8(b + ck_p)^3 + 12a^2(b + ck_p)^2 - 6a^4(b + ck_p) - 27c^2k_i^2 \end{aligned}$$

Entonces, si $D_\omega(\tilde{q})$ se desvanece para algún valor de σ , este valor es candidato para satisfacer simultáneamente las condiciones (3.13) y (3.16). Esto equivale a decir que si $\bar{\sigma}$ existe, entonces el conjunto de raíces de $D_\omega(\tilde{q})$ debe contenerlo. Lo anterior se formaliza en la siguiente proposición.

Proposición 3.2.1 ([30]). *Dados a, b, c, k_p y k_i , si $\bar{\sigma}$ existe, el dominio de estabilidad asociado al sistema (3.1)-(3.3) colapsa para $\bar{\sigma}$ tal que*

$$\bar{\sigma} \in \{\sigma_i \in \mathbb{R}^+ : \Delta(\sigma_i) = 0, \quad \sigma_i > a/2\}, \quad (3.18)$$

en donde $\Delta(\sigma) = 2\sigma^6 - 2a\sigma^5 + (a^2 - 2b - 2ck_p)\sigma^4 + ck_i(8\sigma^3 - 4a\sigma^2 + 2(b + ck_p)\sigma - ck_i)$. Más aún, el colapso ocurre en el plano de parámetros (h, k_r) con

$$h = \frac{2\bar{\sigma}^3 - a\bar{\sigma}^2 + ck_i}{\bar{\sigma}^4 - a\bar{\sigma}^3 + (b + ck_p)\bar{\sigma}^2 - ck_i\bar{\sigma}}, \quad (3.19)$$

$$k_r = \frac{2(\bar{\sigma}^3 - ck_i)}{ch^2\bar{\sigma}^3 e^{h\bar{\sigma}}}. \quad \square \quad (3.20)$$

Del Corolario 1.9 en [38] se tiene que un máximo para σ siempre existe. Se debe notar que la operación “discriminante” es una condición necesaria. Por lo tanto, el extremo $\bar{\sigma}$ obtenido en (3.18) debe verificarse mediante sustitución de los polinomios utilizados para crear las resultantes. Por último, para que $\bar{\sigma}$ sea factible, la $\bar{\sigma}$ -estabilidad del punto de colapso detectado debe comprobarse.

3.3. Diseño e implementación del controlador PIR

En esta sección se presenta la sintonización del controlador PIR y se introduce una aproximación del retardo intencional a través de funciones racionales de Padé con el objetivo de su implementación analógica.

3.3.1. Sintonización

Al invertir la anterior caracterización analítica del máximo decaimiento exponencial, se pueden determinar los parámetros del controlador PIR para un decaimiento exponencial deseado. Aunque el espectro del sistema sea infinito, la dinámica en lazo cerrado puede ser definida mediante la colocación de un número finito de raíces dominantes, en este caso, con la siguiente proposición se puede ubicar una triple raíz real en el punto de colapso que se ha discutido previamente.

Proposición 3.3.1 ([30]). *Dado un decaimiento exponencial deseado σ_d tal que $a/2 < \sigma_d < 17a$, se coloca una triple raíz en $-\sigma_d$ en el plano complejo mediante la siguiente sintonización de las ganancias del controlador PIR:*

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{3\xi\sigma_d}(\varphi - 3\xi), \\ k_p &= \frac{1}{2c} \left((\sigma_d - a)^2 + 2(\sigma_d^2 - b) + \xi(\varphi - \xi) \right), \\ k_i &= \frac{\sigma_d}{2c} (2\sigma_d^2 - 2\xi(\sigma_d + \xi) + \xi(\varphi - \xi)), \\ k_r &= \frac{\xi}{ch^2\sigma_d^2 e^{h\sigma_d}} (2(\sigma_d + \xi) - (\varphi - \xi)), \end{aligned}$$

en donde $\xi = 3\sigma_d - a$ y $\varphi = \sqrt{9\xi^2 + 12\xi\sigma_d}$. □

La prueba se detalla en [30] donde esta proposición constituye el aporte principal, ya que permite sintonizar un controlador PIR con base únicamente en los parámetros del sistema.

3.3.2. Aproximación de Padé

Con el fin de evitar la utilización de tarjetas digitales, la implementación del retardo se plantea mediante el uso de funciones racionales. Particularmente, en este trabajo de tesis, se propone el uso de aproximaciones de Padé como sigue

$$e^{-hs} \approx \frac{1 - k_1s + k_2s^2 - \dots + (-1)^n k_n s^n}{1 + k_1s + k_2s^2 + \dots + k_n s^n} = H(s), \quad (3.21)$$

en donde h es el retardo y n es el orden de la aproximación.

El motivo de dicha aproximación es la eventual implementación del controlador PIR de forma analógica usando amplificadores operacionales de uso común, como se mostrará a continuación.

Como cualquier aproximación, a medida que aumenta el orden y complejidad de la misma, (3.21) se vuelve más exacta. Sin embargo, en el caso de Padé, incrementar exactitud equivale a comprometer su estabilidad, razón por la cual es necesario un balance entre los anteriores parámetros en competencia. Como norma general ninguna aproximación de Padé debería ser de un orden mayor a nueve y se recomienda normalmente aproximaciones de segundo y tercer orden [39]. Para este caso en particular, se decide utilizar una aproximación de segundo orden dada por

$$H(s) = \frac{1 - \left(\frac{h}{2}\right)s + \left(\frac{h^2}{12}\right)s^2}{1 + \left(\frac{h}{2}\right)s + \left(\frac{h^2}{12}\right)s^2} = \frac{1 - \frac{4R_d C_d}{2}s + \frac{(4R_d C_d)^2}{12}s^2}{1 + \frac{4R_d C_d}{2}s + \frac{(4R_d C_d)^2}{12}s^2}, \quad (3.22)$$

la cual puede implementarse electrónicamente usando amplificadores operacionales [40] como se muestra en la Figura 3.2. Donde también se reporta un desempeño adecuado para retardos del orden de nanosegundos.

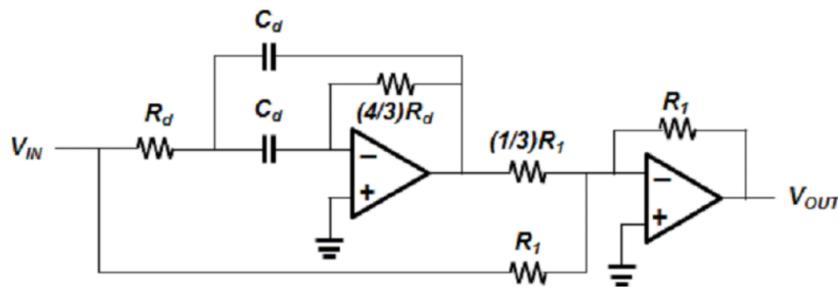


Figura 3.2: Diagrama eléctrico de la aproximación de Padé de segundo orden de un retardo.

3.3.3. Construcción analógica de los controladores

Considere la función de transferencia en pequeña señal del controlador PIR dada por

$$\frac{\hat{u}(s)}{\hat{e}(s)} = 0.5389 + \frac{2945}{s} - 0.4202e^{-4.209 \times 10^{-6}s}, \quad (3.23)$$

en donde los valores numéricos de las ganancias y el retardo se obtienen a partir de la Proposición 3.3.1 con $\sigma = 6.024 \times 10^4 > a/2$, $a = 1.2048 \times 10^4$, $b = 1.6064 \times 10^9$ y $c = 3.8554 \times 10^{10}$. Siguiendo los diseños de [41] para las acciones proporcional e integral y [40] para la aproximación del retardo, se obtiene el esquema eléctrico de la Figura 3.3, para posteriormente construir el prototipo que se muestra en la Figura 3.4

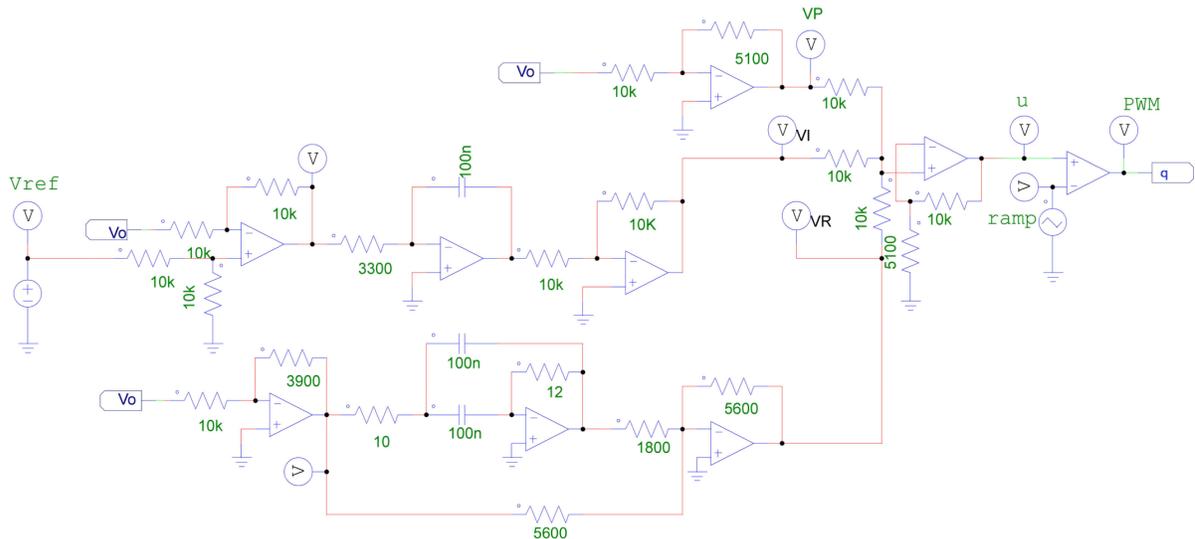


Figura 3.3: Diagrama eléctrico del controlador PIR.

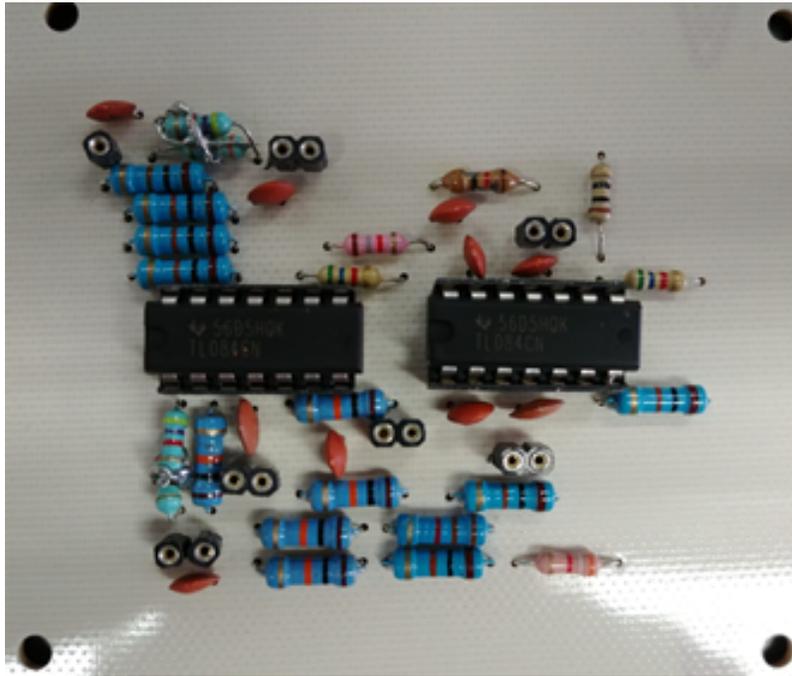


Figura 3.4: Prototipo del controlador PIR

Para mantener una comparativa justa, el controlador PID se diseña usando la técnica de colocación de polos, buscando ubicar los polos dominantes del sistema en una posición lo más cercana posible al lugar donde se ubican los polos dominantes del sistema regulado con el controlador PIR (tres polos en $-\sigma$). Al realizar este procedimiento se obtiene el controlador PID

$$\frac{\hat{u}(s)}{\hat{e}(s)} = 0.174 + \frac{4100.53}{s} + 2.636s, \quad (3.24)$$

siguiendo los diseños de [41] para las acciones proporcional, integral y derivada se obtiene el esquema eléctrico de la Figura 3.5, para posteriormente construir el prototipo que se muestra en la Figura 3.6.

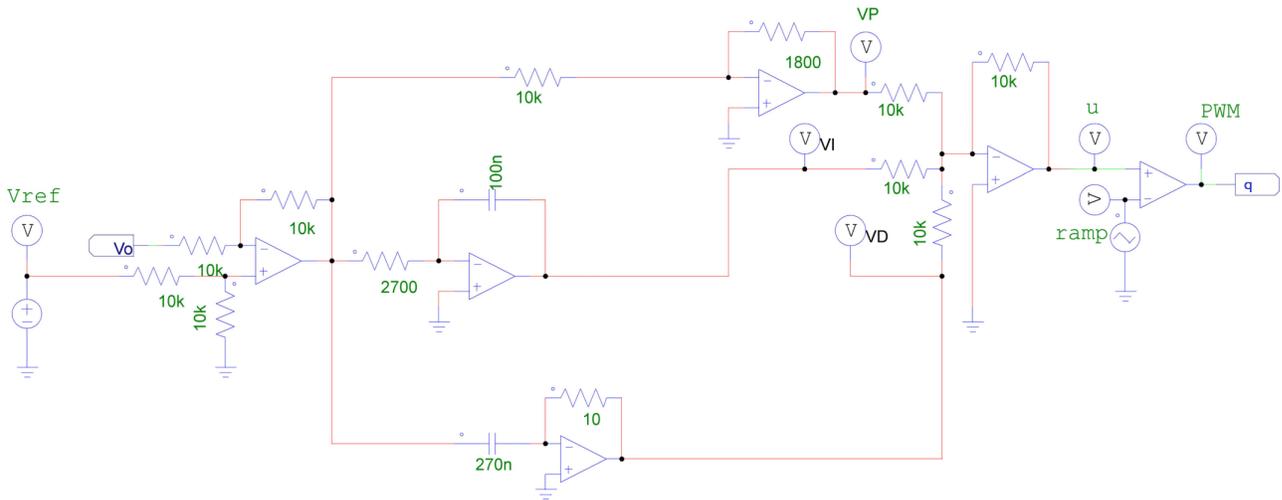


Figura 3.5: Diagrama eléctrico del controlador PID

3.4. Resultados experimentales en lazo cerrado

Con el fin de verificar experimentalmente que el controlador PIR es una alternativa válida para la regulación del voltaje de salida de un convertidor CD-CD reductor se plantea, en una primera instancia, una comparativa entre el controlador PIR y el controlador PID, que ha sido una opción clásica utilizada previamente para esta aplicación [8, 9, 10, 11]. Ambos controladores se implementan analógicamente mediante amplificadores operacionales y componentes pasivos, como se muestra en las secciones anteriores. A continuación se estudia el desempeño del controlador PIR ante variaciones en la carga y en el voltaje de entrada.

3.4.1. Experimento 1: comparativa a potencia nominal

Para este experimento se busca obtener la respuesta del convertidor reductor en su punto de operación nominal, mostrado en la Tabla 2.1. Con el propósito de demostrar las ventajas

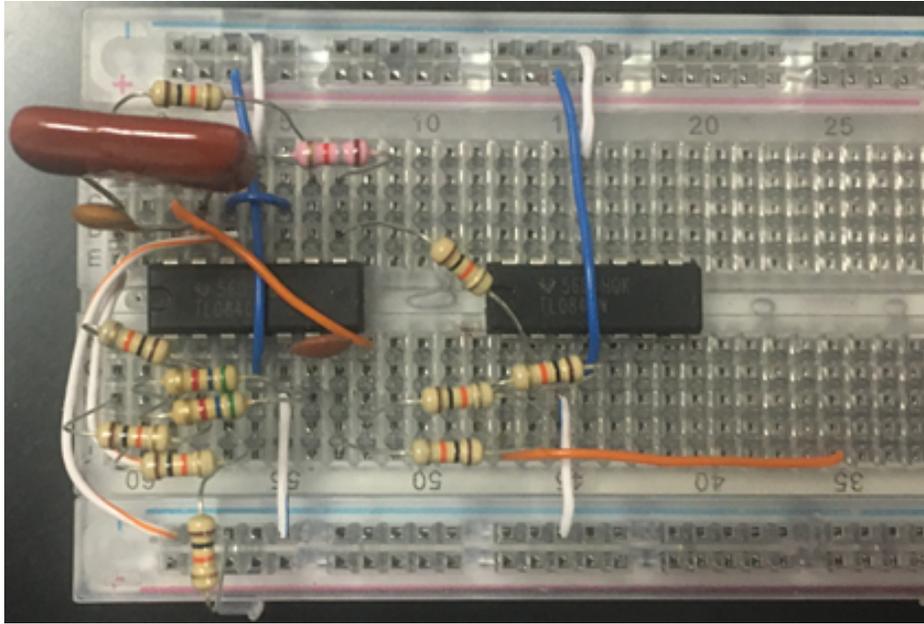


Figura 3.6: Prototipo del controlador PID

del esquema de control propuesto se usan tres métricas definidas a continuación [18]:

- La variación total del control

$$\text{TVC} = \int_0^{\infty} \left| \frac{du(t)}{dt} \right| dt,$$

índice que evalúa la suavidad de la señal de control.

- El esfuerzo de control total

$$\text{TCE} = \int_0^{\infty} |u(t)| dt,$$

índice que pondera la cantidad de energía necesaria para realizar la tarea de control.

- La integral del cuadrado del error

$$\text{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt,$$

índice que mide la reducción del error en el sistema.

La Figura 3.7 muestra la respuesta en estado estable del sistema usando el controlador PIR a la izquierda y el controlador PID a la derecha, respectivamente. La señal de control producida por los controladores es empleada para operar el convertidor reductor via PWM considerando una frecuencia de conmutación de 100 KHz. Se debe notar que ambos controladores siguen de cerca a la referencia de voltaje en 12 V. Sin embargo, la señal de control producida por el controlador PID exhibe una mayor cantidad de ruido de alta frecuencia.

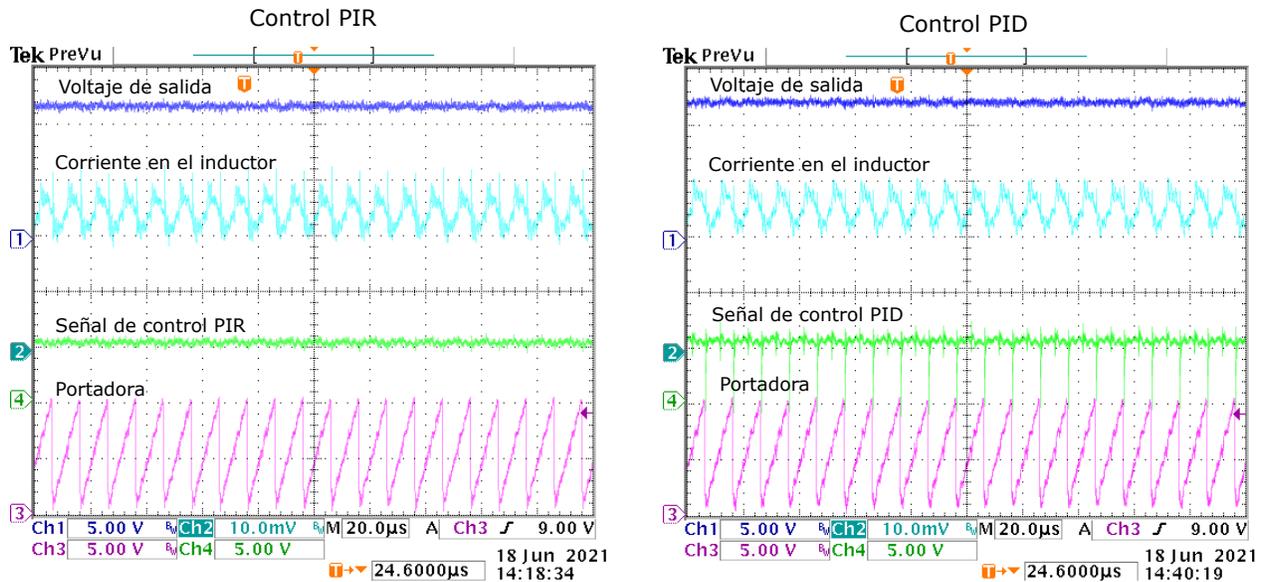


Figura 3.7: Respuesta en estado estable del convertidor reductor en condiciones nominales de operación. A la izquierda, usando el esquema de control PIR. A la derecha, usando el esquema de control PID. Voltaje de entrada: 24 V. Voltaje de salida: 12 V. Resistencia de carga: 5 Ω . Potencia nominal: 29 W. Corriente promedio en el inductor 2.4A. Señal de control 5 V. Señal portadora 10 V.

Los datos experimentales arrojados por el osciloscopio empleado en este experimento son recolectados en formato .CSV y posteriormente importados a MATLAB[®] con la finalidad de comparar las señales de importancia para el experimento y calcular las métricas de desempeño discutidas anteriormente. La Figura 3.8 muestra la comparativa entre las señales producidas por el controlador PIR (en color azul) y por el controlador PID (en color rojo). Es necesario señalar que el voltaje de salida, que se obtiene empleando el controlador PIR, se encuentra alrededor de la referencia de 12 V. En contraste, al emplear el controlador PID, se observa una ligera desviación de la referencia deseada. Lo anterior se refleja en un orden de magnitud de diferencia entre las métricas ISE respectivas.

Como se puede observar en la figura, la señal de control producida por el controlador PIR es más suave con una lectura de TVC reducida de 6.7672×10^{-5} , la cual es de un orden de magnitud por debajo de la lectura obtenida para el controlador PID, a saber: 1.1525×10^{-4} . Finalmente, al observar el esfuerzo de control necesario para cada uno de los esquemas de control, se puede concluir que el controlador PIR tiene un desempeño superior al obtenido con el controlador PID en términos de las métricas consideradas en este trabajo de tesis.

Observacion 3.4.1. Destaca que la señal de control producida por el PID es tal que $u \notin [0, 1]$ para todo $t \geq 0$, saturando el PWM en repetidas ocasiones, lo cual explicaría la causa de la regulación deficiente del voltaje de salida obtenido en el caso del esquema de control PID. Es importante aclarar que esta observación solo es válida para la actual sintonización del controlador PID, diferentes ganancias pueden producir diferentes resultados en este aspecto.

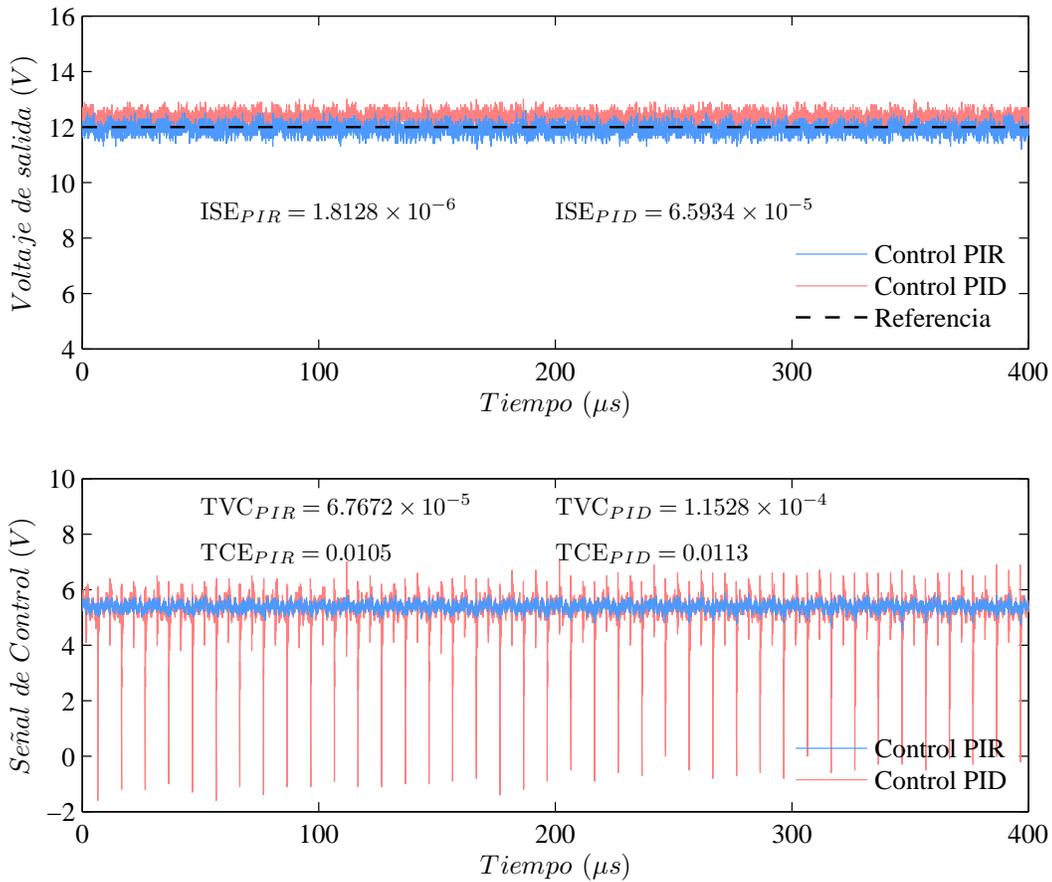


Figura 3.8: Comparativa experimental entre los esquemas de control PIR y PID. Las señales en color azul corresponden al esquema de control PIR. Las señales en color rojo corresponden al esquema de control PID. Panel superior: voltajes de salida. Panel inferior: señales de control.

3.4.2. Experimento 2: carga pulsante

Como se concluyó, a partir de los resultados obtenidos en el Experimento 1, el controlador PIR representa una alternativa de control eficaz ante controladores clásicos como el controlador PID. En el Experimento 2 se estudia el comportamiento del convertidor bajo el esquema de control PIR y ante perturbaciones en el sistema. Para ello, se conmuta la resistencia de carga entre su valor nominal de 5Ω y el doble del mismo a 10Ω con una frecuencia de 1 Hz. El voltaje de entrada se fija en 24 V y el voltaje de salida deseado es de 12 V. El experimento inicia con el controlador energizado y el voltaje de entrada del convertidor en 0 V, para posteriormente energizar el convertidor a su voltaje de entrada nominal (24 V) y observar la respuesta transitoria del sistema. La configuración experimental se muestra en la Figura 3.9 y los resultados del experimento en la Figura 3.10, en donde se observa que la res-

puesta del sistema se encuentra dentro de los límites aceptables de funcionamiento detallados en el Capítulo 2. Se puede observar que el controlador PIR logra una correcta regulación del voltaje de salida y mantiene una señal de control acotada y libre de ruido de alta frecuencia, a pesar de los cambios en la carga.

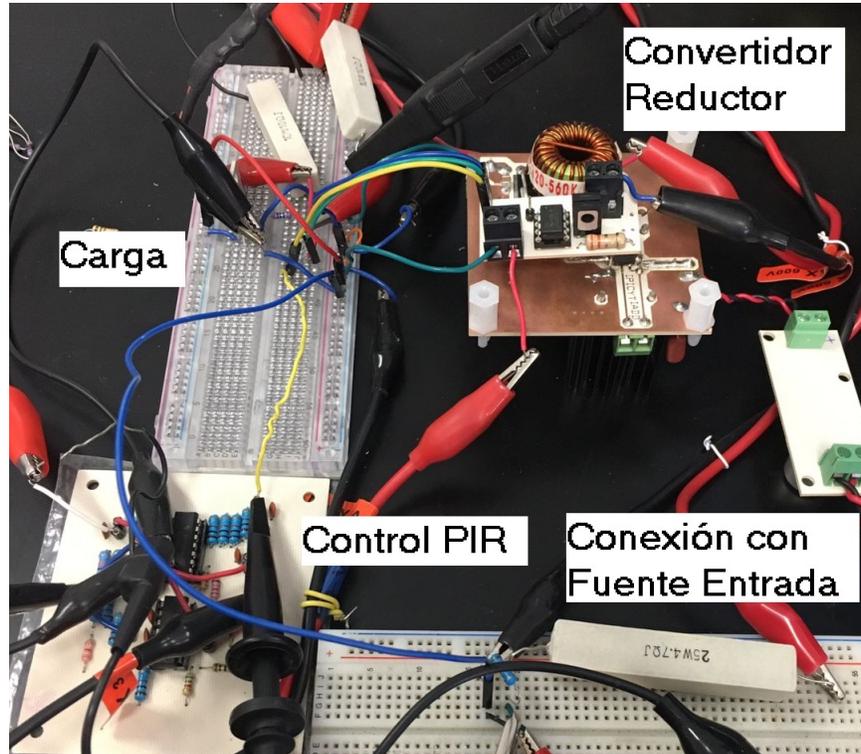


Figura 3.9: Configuración y conexiones del experimento con cambios de carga y variaciones en el voltaje de entrada.

Observación 3.4.2. Cabe señalar que la respuesta transitoria del sistema no exhibe sobretiros al momento de cerrar el lazo de control y que el controlador conduce al sistema, con condiciones iniciales cero $(v_0, i_L) = (0, 0)$, hasta su punto de operación sin esfuerzos de control que generen fenómenos de saturación.

Como se mencionó al inicio de este trabajo, un cambio de carga agresivo en un SCC genera una variación en el voltaje entregado por el grupo de celdas de combustible. Para emular este comportamiento, a continuación se realizan pruebas experimentales en donde los cambios de carga considerados suceden a una frecuencia de 25 Hz y generan variaciones en el voltaje de entrada del convertidor. Los resultados se muestran en la Figura 3.11 los cuales, a pesar del bajo nivel de potencia considerado en el experimento, sirven como prueba de concepto y garantizan que el controlador basado en retardos PIR es una opción viable para el control de SCC.

Para concluir, se puede observar en la Figura 3.11 que, aunque el voltaje de salida logra llegar a su referencia en 12 V, las variaciones simultáneas de voltaje y carga generan osci-

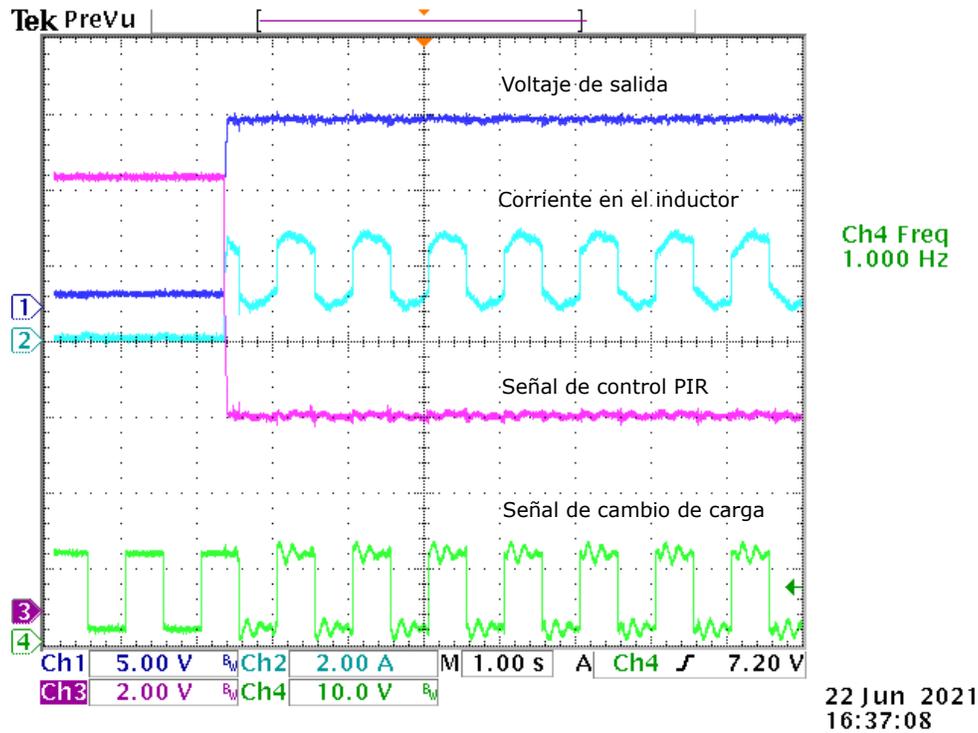


Figura 3.10: Respuesta transitoria y en estado estable del convertidor reductor en lazo cerrado con el controlador PIR considerando una carga pulsante con cambios entre 5Ω y 10Ω a una frecuencia de 1 Hz. El voltaje de salida del convertidor va de 0 V a los 12 V de referencia sin sobretiros. La señal de control PIR va de la saturación de los amplificadores operacionales (12 V) al punto de operación nominal 5 V (equivalente a 50% del ciclo de trabajo del PWM). La señal de cambio de carga que controla al MOSFET encargado de realizar dicho cambio varía entre 10 V (alto) y 0 V (bajo).

laciones no deseadas. En un esfuerzo por subsanar dicho comportamiento “errático”, en el siguiente capítulo, se incluirá dentro del modelado la dinámica de la celda de combustible.

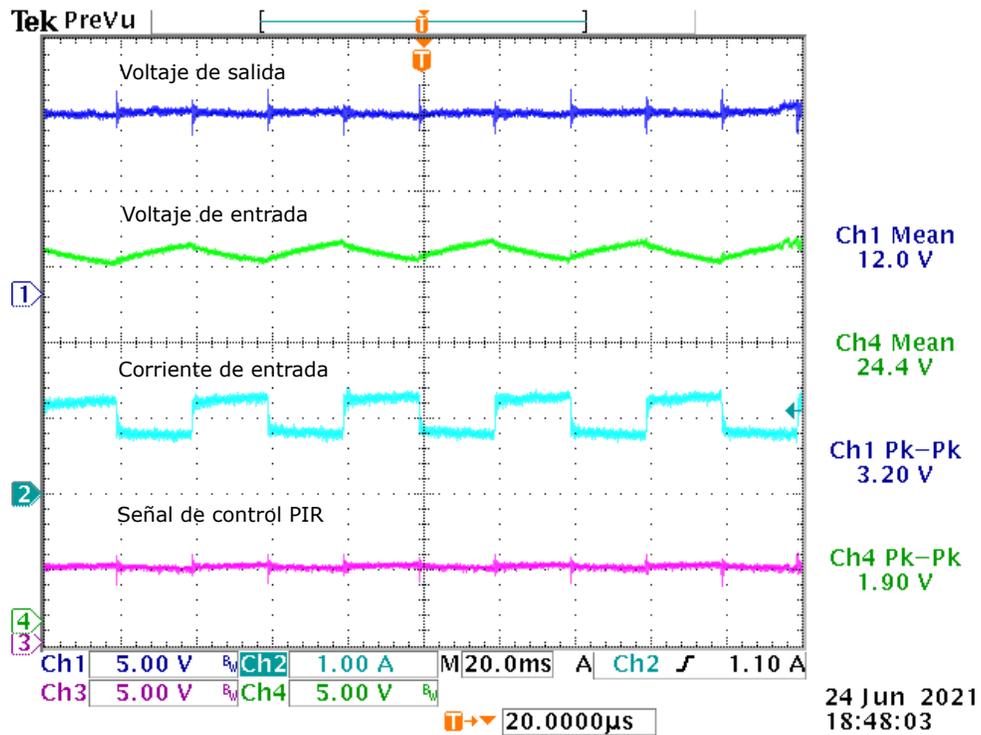


Figura 3.11: Respuesta en estado estable del convertidor reductor en lazo cerrado con el controlador PIR ante cambios de carga entre el 100% (5Ω) y 50% (10Ω) a una frecuencia de 25 Hz y variaciones de 1.9 V pico-a-pico en el voltaje de entrada nominal de 24 V. El voltaje de salida esta alrededor de 12 V y la señal de control alrededor de 5 V.

Capítulo 4

Control PIR de un SCC

Los resultados experimentales obtenidos en el Capítulo 3 dan pie a que en la presente etapa se incluya la dinámica de la celda de combustible en el modelo obtenido en el Capítulo 2 con la intención de llegar a una sintonización de los parámetros del controlador PIR que la incorpore. Para ello, primero se describe el nuevo modelo y se le aplica la metodología de análisis empleada en el Capítulo 3. Esto permite identificar numéricamente una triple raíz —no necesariamente dominante— de la función característica mediante los parámetros de control (h, k_r) , los cuales se encuentran en el dominio de estabilidad del sistema sujeto a estudio, lo que garantiza estabilidad. Por último, se simula el sistema en lazo cerrado y se observa la respuesta, así como también las características de la señal de control.

4.1. Análisis del SCC

Como se mencionó anteriormente, el sistema que se plantea analizar en este trabajo se compone de una celda de combustible, un convertidor reductor y una carga resistiva. El diagrama del sistema se puede observar en la Figura 2.1 del Capítulo 2, en donde v_s es el voltaje entregado por el grupo de celdas de combustible y v_o es el voltaje de salida del convertidor.

4.1.1. Modelo en pequeña-señal

Al incluir la dinámica de la celda de combustible mostrada en la Figura 2.1, y siguiendo el procedimiento descrito en el Capítulo 2, se obtiene el siguiente modelo en pequeña señal del sistema de celda de combustible

$$\begin{aligned}C_s \frac{d\hat{v}_s}{dt} &= \hat{i}_s - U\hat{i}_L - I_L\hat{u}, \\L \frac{d\hat{i}_L}{dt} &= -\hat{v}_o + U\hat{v}_s + V_s\hat{u}, \\C \frac{d\hat{v}_o}{dt} &= \hat{i}_L - \frac{1}{R}\hat{v}_o,\end{aligned}\tag{4.1}$$

en donde los valores nominales obtenidos a partir de las condiciones de equilibrio del sistema están dados por

$$I_s = I_L U, \quad V_o = V_s U, \quad \text{y} \quad I_L = V_o / R. \quad (4.2)$$

Se puede observar que el voltaje de salida V_o y la resistencia de carga R son fijas; sin embargo, es necesario determinar el valor de V_s , \hat{i}_s y U . Para este propósito se utiliza el modelo estático para una celda de combustible propuesto en [42] dado por

$$V_s = \frac{E_o I^\mu}{I^\mu + i_s^\mu}, \quad (4.3)$$

en donde E_o es el voltaje de la celda de combustible en circuito abierto; i_s la corriente en la celda; e I y μ son constantes que dependen de las condiciones de humedad en el ambiente, así como de la temperatura en la celda de combustible.

Luego de sustituir (4.2) en (4.3) y, después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene la función

$$F(V_s) = (V_s - E_o)(IRV_s)^\mu + V_s(V_o^2)^\mu.$$

Entonces, si para esta función se dan valores fijos de V_o , R , E_o , I y μ , se puede obtener un valor de V_s como

$$V_s \in \{V_s^* \in \mathbb{R}^+ : F(V_s^*) = 0\}. \quad (4.4)$$

Con el cual es posible determinar la señal de control nominal U de (4.2) del siguiente modo

$$U = V_o / V_s \in [0, 1].$$

Finalmente, para obtener el valor de \hat{i}_s se debe tener en cuenta que $v_s = V_s + \hat{v}_s$, esto unido al modelo estático (4.3) permite ver con claridad que pequeñas variaciones de v_s alrededor de V_s son ocasionadas por pequeñas variaciones de \hat{i}_s . Lo anterior se puede expresar como

$$\hat{v}_s = m \hat{i}_s, \quad (4.5)$$

en donde m es la desviación de V_s con respecto a i_s , alrededor de I_s , es decir,

$$m = \left. \frac{dV_s}{di_s} \right|_{i_s=I_s} = -\frac{\mu E_o I^\mu I_s^\mu}{(I^\mu + I_s^\mu)^2 I_s}. \quad (4.6)$$

Con el valor de m caracterizado, \hat{i}_s se puede resolver de (4.5) como $\hat{i}_s = \hat{v}_s / m$. Resultado de lo anterior, el modelo en pequeña señal toma su forma final como,

$$\begin{aligned} C_s \frac{d\hat{v}_s}{dt} &= \frac{1}{m} \hat{v}_s - U \hat{i}_L - \frac{V_o}{R} \hat{u}, \\ L \frac{d\hat{i}_L}{dt} &= -\hat{v}_o + U \hat{v}_s + V_s \hat{u}, \\ C \frac{d\hat{v}_o}{dt} &= \hat{i}_L - \frac{1}{R} \hat{v}_o. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Sean \hat{u} la señal de control y \hat{v}_o la señal de salida del sistema, ambas en pequeña-señal. Tomando la primera y segunda derivada con respecto al tiempo de la salida \hat{v}_o , se puede obtener una parametrización para las variables de estado \hat{i}_L y \hat{v}_s en términos de la entrada de control y la salida del sistema a partir de (4.7); es decir,

$$U^2 \hat{i}_L = U^2 C \frac{d\hat{v}_o}{dt} + \frac{U^2}{R} \hat{v}_o, \quad (4.8)$$

$$\frac{U}{m} \hat{v}_s = \frac{LC}{m} \frac{d^2 \hat{v}_o}{dt^2} + \frac{L}{mR} \frac{d\hat{v}_o}{dt} + \frac{1}{m} \hat{v}_o - \frac{V_s}{m} \hat{u}. \quad (4.9)$$

Al derivar por tercera vez la salida del sistema se obtiene

$$LCC_s \frac{d^3 \hat{v}_o}{dt^3} = -\frac{LC_s}{R} \frac{d^2 \hat{v}_o}{dt^2} - C_s \frac{d\hat{v}_o}{dt} + \frac{U}{m} \hat{v}_s - U^2 \hat{i}_L + C_s V_s \frac{d\hat{u}}{dt} - \frac{UV_o}{R} \hat{u}. \quad (4.10)$$

Reemplazando (4.8) y (4.9) en (4.10) tenemos que

$$a_3 \frac{d^3 \hat{v}_o}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \hat{v}_o}{dt^2} + a_1 \frac{d\hat{v}_o}{dt} + a_0 \hat{v}_o = b_1 \frac{d\hat{u}}{dt} + b_0 \hat{u} \quad (4.11)$$

en donde los coeficientes, todos positivos¹, están dados por

$$\begin{aligned} a_3 &= LCC_s, & a_0 &= U^2/R - 1/m, \\ a_2 &= LC_s/R - LC/m, & b_1 &= C_s V_s, \\ a_1 &= C_s + U^2 C - L/(mR), & b_0 &= -V_s/m - UV_o/R. \end{aligned}$$

Finalmente, usando la transformada de Laplace en (4.11), con $s \in \mathbb{C}$ como la variable de Laplace, se obtiene la función de transferencia entrada-salida en pequeña señal para el SCC como

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.12)$$

Este sistema es de fase mínima, ya que para $\hat{v}_o = 0$ en el punto de equilibrio, la dinámica cero dada por $d\hat{u}/dt = -b_0/b_1 \hat{u}$ es estable.

4.2. Diseño del controlador PIR

Recordando la estructura del controlador PIR en (3.3), tenemos que su función de transferencia en pequeña señal está dada por

$$\frac{\hat{u}(s)}{\hat{e}(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} - k_r e^{-sh}, \quad (4.13)$$

en donde $h > 0$ es un retardo intencional; y k_p , k_i y k_r son la ganancia proporcional, integral y retardada, respectivamente.

¹Al sustituir (4.2), (4.3) y (4.6) en la ecuación b_0 , siempre se obtiene un valor positivo pese a los signos negativos en la expresión.

Considerando un esquema de control con realimentación unitaria, se obtiene la función de transferencia del sistema en lazo cerrado como sigue

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{f}(s)} = \frac{ks^2 + (dk+l)s + dl - (s^2 + ds)\bar{e}k_r e^{-sh}}{s^4 + as^3 + (b + k_p\bar{e})s^2 + (k_p f + k_i\bar{e} + c)s + k_i f - (s^2 + ds)\bar{e}k_r e^{-sh}} \quad (4.14)$$

con

$$\begin{aligned} a &= a_2/a_3, & d &= b_0/b_1, \\ b &= a_1/a_3, & \bar{e} &= b_1/a_3, \\ c &= a_0/a_3, & f &= b_0/a_3. \end{aligned}$$

Con lo anterior, la función característica del sistema en lazo cerrado es

$$p(s, h, k_r) = p_0(s) + p_1(s)k_r e^{-sh}, \quad (4.15)$$

en donde p_0 y p_1 son polinomios en s definidos como

$$(p_0, p_1) = (s^4 + as^3 + (b + k_p\bar{e})s^2 + (k_p f + k_i\bar{e} + c)s + k_i f, -(s^2 + ds)\bar{e}). \quad (4.16)$$

Como se mencionó anteriormente, la existencia del término exponencial e^{-sh} con $h > 0$ induce un número infinito de raíces características; por lo tanto, el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado (4.14) a través de su función característica (4.15) no es trivial.

4.2.1. Descomposición del plano (h, k_r)

Para la sintonización del controlador PIR se emplearán ideas similares a las discutidas en el enfoque previamente utilizado en el Capítulo 3 para determinar fórmulas para los parámetros k_p , k_r y h dado algún k_i fijo. Entonces, se inicia realizando el cambio de variable $s \rightarrow s - \sigma$ con $s \in \mathbb{C}$ y $\sigma \geq 0$, para de este modo analizar σ -estabilidad. Así $p(s, h, k_r)$ se reescribe como

$$\tilde{p}(\sigma, s, h, k_r) = \tilde{p}_0(\sigma, s) + \tilde{p}_1(\sigma, s)k_r e^{\sigma h} e^{-sh}, \quad (4.17)$$

en donde \tilde{p}_0 y \tilde{p}_1 son evidentes de (4.16). Es importante aclarar que, aunque la metodología para obtener fórmulas de sintonización sigue la filosofía descrita en el Capítulo 3, en este caso, el valor de σ no está directamente relacionado con el decaimiento exponencial de las soluciones del sistema, ver Ejemplo 4.2.1.

Continuando con la sintonización del controlador se debe descomponer el espacio de parámetros (h, k_r) bajo las mismas consideraciones discutidas en el Capítulo 3. De ahí que para encontrar las fronteras de cruce de estabilidad, primero se deben encontrar los puntos de cruce que satisfacen la siguiente ecuación

$$\tilde{p}(\sigma, j\omega, h, k_r) = 0, \quad (4.18)$$

para algún $\omega \geq 0$. Para simplificar la notación se reescribe a \tilde{p} como sigue

$$\tilde{p}(\sigma, j\omega, h, k_r) = \tilde{H}(\sigma, j\omega) + k_r e^{\sigma h} e^{-j\omega h} = 0, \quad (4.19)$$

en donde $\tilde{H} = \tilde{p}_0/\tilde{p}_1$. Definiendo $\tilde{H}' = \partial\tilde{H}/\partial\omega$ y considerando la siguiente descomposición en sus partes reales e imaginarias

$$\tilde{H} = -(R_{\tilde{H}} + jI_{\tilde{H}}), \quad (4.20)$$

$$\tilde{H}' = -(R_{\tilde{H}'} + jI_{\tilde{H}'}), \quad (4.21)$$

en donde

$$R_{\tilde{H}} = \frac{ad\omega^4}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{b\omega^4}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{cd\omega^2}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{fk_i\omega^2}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{dfk_p\omega^2}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{\omega^6}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{dk_i\omega^2}{d^2\omega^2 + \omega^4} - \frac{k_p\omega^4}{d^2\omega^2 + \omega^4},$$

$$I_{\tilde{H}} = -\frac{a\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{bd\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{c\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{dfk_i\omega}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{fk_p\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{d\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{k_i\omega^3}{d^2\omega^2 + \omega^4} - \frac{dk_p\omega^3}{d^2\omega^2 + \omega^4},$$

$$R_{\tilde{H}'} = -\frac{3ad\omega^7}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{3ad\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{ad^3\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{2b\omega^7}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2b\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{cd\omega}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{3cd\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{cd^3\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2fk_i\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{dfk_p\omega}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{3dfk_p\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2\omega^9}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{4\omega^5}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{dk_i\omega}{d^2\omega^2 + \omega^4} + \frac{3dk_i\omega^5}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{2k_p\omega^7}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2k_p\omega^3}{d^2\omega^2 + \omega^4} + \frac{d^3fk_p\omega^3}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{d^3k_i\omega^3}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2},$$

$$I_{\tilde{H}'} = -\frac{3a\omega^4}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{2a\omega^8}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2bd\omega^2}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} + \frac{3bd\omega^6}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{bd^3\omega^4}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{c\omega^2}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{2c\omega^6}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{3dfk_i\omega^4}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{fk_p\omega^2}{g(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{2fk_p\omega^6}{g(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{4d\omega^4}{g(d^2\omega^2 + \omega^4)} - \frac{3d\omega^8}{\bar{e}(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{k_i\omega^2}{d^2\omega^2 + \omega^4} - \frac{2k_i\omega^6}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{2dk_p\omega^2}{d^2\omega^2 + \omega^4} + \frac{3dk_p\omega^6}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{d^3fk_i\omega^2}{g(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} - \frac{d^3\omega^6}{g(d^2\omega^2 + \omega^4)^2} + \frac{d^3k_p\omega^4}{(d^2\omega^2 + \omega^4)^2}.$$

Con las consideraciones anteriores se puede plantear la siguiente proposición, la cual determina los puntos de cruce que generan raíces sobre el eje imaginario desplazado; es decir, sobre $s = -\sigma + j\omega$.

Proposición 4.2.1. *Dados $\sigma > 0$ y $\omega \geq 0$, los puntos de cruce correspondientes en el plano (h, k_r) están determinados por:*

$$h = -\frac{1}{\omega} \cot^{-1} \left(\frac{R_{\tilde{H}}}{I_{\tilde{H}}} \right) \mp \frac{n\pi}{\omega}, \quad (4.22)$$

$$k_r = \frac{R_{\tilde{H}}}{e^{\sigma h} \cos(\omega h)}, \quad (4.23)$$

con $n = 0, 1, 2, \dots$. Además, si $\omega = 0$, para cualquier $h > 0$ tenemos que

$$k_r = -\tilde{H}(\sigma, 0)e^{-\sigma h}, \quad (4.24)$$

también califica como punto de cruce.

Demostración. Tomando la parte real e imaginaria de (4.19) se obtiene

$$0 = -R_{\tilde{H}} + k_r e^{\sigma h} \cos(\omega h) \quad (4.25)$$

$$0 = -I_{\tilde{H}} - k_r e^{\sigma h} \sin(\omega h) \quad (4.26)$$

Las ecuaciones (4.25) y (4.26) implican que

$$\cot(\omega h \pm n\pi) = -\frac{R_{\tilde{H}}}{I_{\tilde{H}}}. \quad (4.27)$$

Al manipular algebraicamente (4.27) se llega a la ecuación (4.22). Para obtener (4.23) se resuelve k_r directamente de (4.25). Por último, para el caso cuando $\omega = 0$, se reemplaza este valor en (4.19) y se resuelve directamente para k_r , obteniendo (4.24). \square

Ejemplo 4.2.1. *El siguiente ejemplo muestra cómo el dominio de σ -estabilidad colapsa en un punto caracterizado por, al menos, una triple raíz. Considerando, entonces, la función característica (4.19) con los siguientes parámetros operacionales*

$$\begin{aligned} a &= 40355, & e &= 6.04713 \times 10^{10}, \\ b &= 1.61471 \times 10^9, & f &= 1.1019 \times 10^{13}, \\ c &= 3.31583 \times 10^{11}, & k_p &= 0.1, \\ d &= 182.215, & k_i &= 0.05, \end{aligned} \quad (4.28)$$

se pueden determinar las fronteras de cruce de estabilidad mediante (4.22), (4.23) y (4.24). Con las cuales, realizando un barrido de $\omega \geq 0$ para algún $\sigma \geq 0$ dado, es posible obtener las fronteras de cruce en el plano (h, k_r) que se muestran en la Figura 4.1 en línea sólida para diferentes valores de σ . En la figura, las regiones rellenas en color sólido, representan los dominios de estabilidad para los diferentes valores de σ considerados. Vale aclarar que el

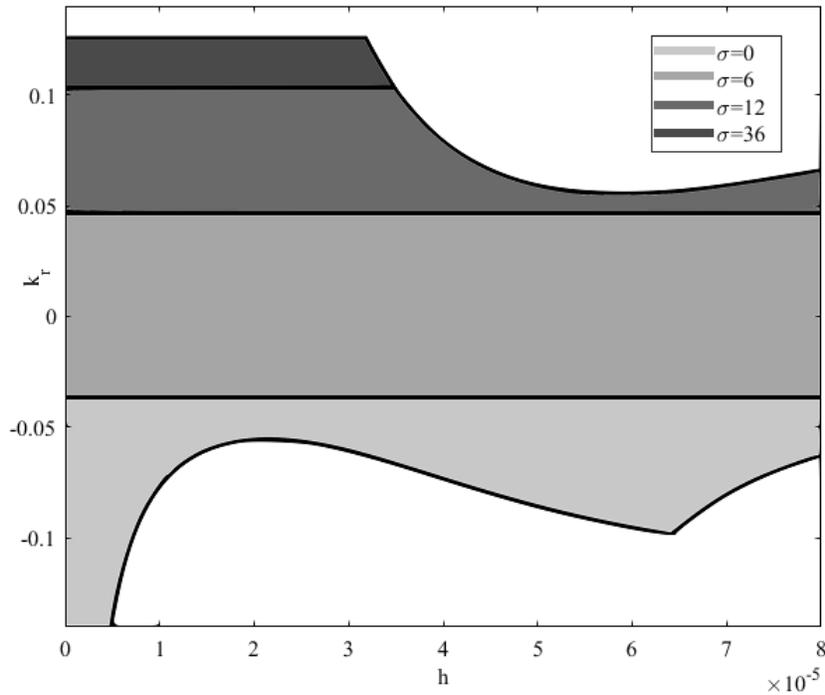


Figura 4.1: Regiones de σ -estabilidad en el espacio (h, k_r)

comportamiento del dominio de estabilidad observado en este caso es distinto al observado previamente en el Capítulo 3. Es decir, el dominio de estabilidad se hace más pequeño a medida que incrementa σ . Como σ está relacionado con raíces con parte real en $-\sigma$, se puede concluir que empujar la parte real de las raíces características dentro de \mathbb{C}^- podría ser muy restrictivo al elegir valores σ -estabilizantes para (h, k_r) .

Al continuar incrementando el valor de σ , algunas regiones interesantes denotadas por D_σ , comienzan a emerger como se muestra en la Figura 4.2 en código de colores. Para cada punto dentro de estas regiones existe al menos una raíz característica —no necesariamente dominante— con parte real $-\sigma$. Dos observaciones importantes son pertinentes: (i) destaca que a medida que se continua incrementando el valor de σ , las regiones D_σ colapsan para un valor crítico $\bar{\sigma}$. Note que en este valor crítico $\bar{\sigma}$ las fronteras generadas por (4.22), (4.23) y (4.24) se encuentran unas con otras en $D_{\bar{\sigma}}$ generando a una triple raíz real² en $-\bar{\sigma}$ y (ii) dicho punto de colapso está contenido en la región de estabilidad del sistema bajo estudio.

Una pregunta que surge a partir del análisis anterior es si $\bar{\sigma}$ puede ser caracterizado de forma analítica. Si la respuesta es afirmativa, ¿Cómo se deben sintonizar las ganancias del controlador PIR tal que el sistema en lazo cerrado opere en este valor crítico $\bar{\sigma}$? Esta pregunta se responde a continuación.

²Cabe mencionar que por la forma en que sucede el colapso una raíz está asociada a $\omega = 0$ a través de (4.24) y las dos raíces reales restantes se generan a partir de (4.22) y (4.23) cuando el $\lim \omega \rightarrow 0$.

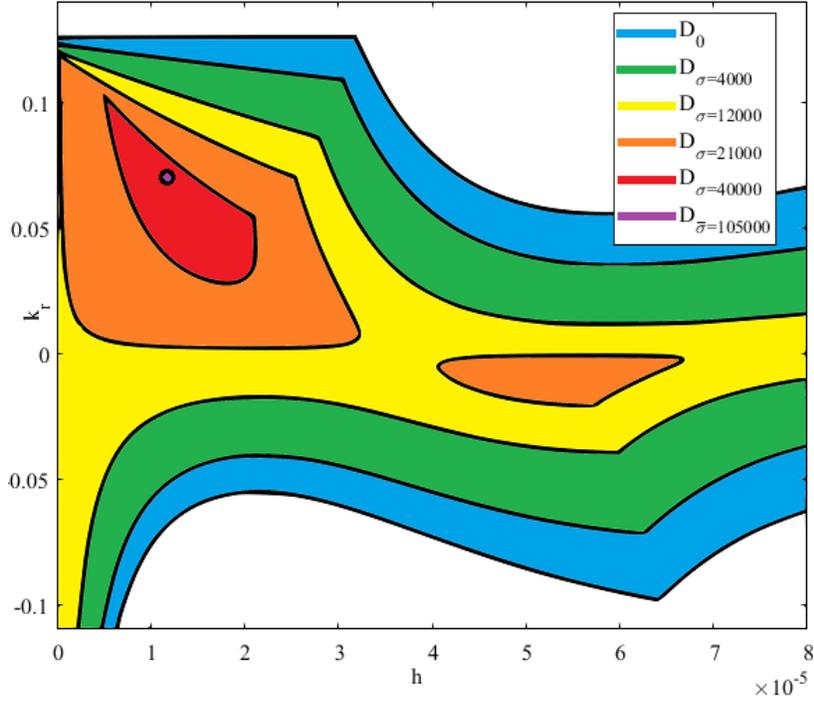


Figura 4.2: Regiones σ en el espacio (h, k_r)

4.2.2. Sintonización

Con base en las discusiones anteriores, y partiendo de la hipótesis de que para $\bar{\sigma}$ existe al menos una triple raíz real en $-\bar{\sigma}$ que satisface a (4.19), se tiene que las siguientes condiciones

$$\tilde{p}_{\bar{\sigma}} = 0, \quad \tilde{p}'_{\bar{\sigma}} = 0, \quad \text{and} \quad \tilde{p}''_{\bar{\sigma}} = 0, \quad (4.29)$$

se satisfacen, en donde el subíndice $\bar{\sigma}$ indica que la función \tilde{p} y su primer y segunda derivadas con respecto a s , a saber \tilde{p}' y \tilde{p}'' , son evaluadas en $(\sigma, \omega) = (\bar{\sigma}, 0)$.

Las condiciones anteriores requieren que

$$\tilde{H}_{\bar{\sigma}} + k_r e^{\bar{\sigma}h} = 0, \quad (4.30)$$

$$\tilde{H}'_{\bar{\sigma}} - h k_r e^{\bar{\sigma}h} = 0, \quad (4.31)$$

$$\tilde{H}''_{\bar{\sigma}} + h^2 k_r e^{\bar{\sigma}h} = 0. \quad (4.32)$$

Resolviendo a h de (4.30) y (4.31) se obtiene

$$h = -\frac{\tilde{H}'_{\bar{\sigma}}}{\tilde{H}_{\bar{\sigma}}}. \quad (4.33)$$

De manera similar, de (4.31) y (4.32) resulta

$$h = -\frac{\tilde{H}''_{\bar{\sigma}}}{\tilde{H}'_{\bar{\sigma}}}. \quad (4.34)$$

Eliminando h de las dos ecuaciones anteriores se tiene

$$\tilde{H}'_{\bar{\sigma}} \tilde{H}'_{\bar{\sigma}} - \tilde{H}''_{\bar{\sigma}} \tilde{H}_{\bar{\sigma}} = 0. \quad (4.35)$$

Expandiendo el lado izquierdo de (4.35) se obtiene

$$\alpha_2 k_p^2 + \alpha_1 k_p + \alpha_0 = 0 \quad (4.36)$$

en donde

$$\alpha_2 = 2e(f - ed)\bar{\sigma}^5 + (e^2d^2 - f^2)\bar{\sigma}^4,$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & -2\bar{\sigma}^8e + 8\bar{\sigma}^7f + 4(eda - 3fd - af)\bar{\sigma}^6 + 2(ce - ad^2e + e^2k_i + fb + 2adf - 2bde \\ & + 3d^2f)\bar{\sigma}^5 + 2(bd^2e - 4fek_i - fc - ad^2f)\bar{\sigma}^4 + 4(f^2k_i + 2fk_i ed)\bar{\sigma}^3 \\ & - 4fd(fk_i + k_i de)\bar{\sigma}^2 + 2f^2k_id^2\bar{\sigma}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_0 = & 2\bar{\sigma}^{10} - 2(a + 3d)\bar{\sigma}^9 + (8ad + a^2 - 2b + 3d^2)\bar{\sigma}^8 + 4(2ek_i + 2c - ad^2 - a^2d)\bar{\sigma}^7 \\ & + 2(2bda - 2ca - 6ek_id + a^2d^2 - 8fk_i - 6dc - 2ek_ia)\bar{\sigma}^6 + 2(3d^2ek_i + cb + 5k_ifa \\ & + 2dac - d^2ba + 2dk_iea - db^2 + 14fk_id + k_i be + 3d^2c)\bar{\sigma}^5 \\ & + (b^2d^2 - 6fk_ib - 2ad^2c - k_i^2e^2 - 16adfk_i - 14fk_id^2 - 2ek_ic - 2ad^2ek_i - c^2)\bar{\sigma}^4 \\ & + 4(2bdfk_i + ek_i^2f + 2ad^2fk_i + fk_ic)\bar{\sigma}^3 - 2fk_i(2bd^2 + 2dc + fk_i + 2ek_id)\bar{\sigma}^2 \\ & + 2fk_id(k_i de + dc + fk_i)\bar{\sigma} - f^2k_i^2d^2. \end{aligned}$$

La relevancia de los desarrollos anteriores se hace evidente en la siguiente proposición, en donde se plantea una regla de sintonización para los parámetros del controlador PIR.

Proposición 4.2.2. *Dado un $k_i > 0$ y un $\sigma_d > 0$, se asignan al menos tres raíces reales en $-\sigma_d$ en el plano complejo mediante la siguiente regla de sintonización*

$$k_p = -\frac{\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_2\alpha_0}}{2\alpha_2}, \quad h = -\frac{\tilde{H}'_{\sigma_d}}{\tilde{H}_{\sigma_d}}, \quad k_r = -\frac{\tilde{H}_{\sigma_d}}{e^{\sigma_d h}}, \quad (4.37)$$

en donde las funciones \tilde{H}_{σ_d} y \tilde{H}'_{σ_d} se definen respectivamente en (4.20) y (4.21) y el subíndice σ_d denota que la función está evaluada en $(\sigma, \omega) = (\sigma_d, 0)$.

Demostración. La ganancia proporcional k_p se resuelve directamente de (4.36) descartando la raíz negativa. El retardo h se obtiene de (4.33) y la ganancia k_r se obtiene de (4.31). \square

4.3. Resultados numéricos

A partir de la estrategia de sintonización para los parámetros del controlador PIR, establecida en la sección anterior, se verifican los resultados vía simulaciones numéricas en MATLAB[®] y Simulink[®] utilizando un método de integración automático y un paso variable con tolerancia relativa de 1×10^{-5} .

4.3.1. Simulación 1: potencia nominal

Los parámetros nominales del sistema están dados en (4.28).

Con $\sigma_d = 105 \times 10^3$ y $k_i = 1$, se obtienen el resto de parámetros del controlador PIR a partir de (4.37). Entonces,

$$k_p = 0.0953176, \quad k_i = 1, \quad k_r = 0.0664503, \quad h = 1.17901 \times 10^{-5}.$$

El sistema de celda de combustible y su controlador se implementan en MATLAB[®] y Simulink[®], utilizando un módulo de celdas de combustible PEMFC a 1.26 kW de potencia nominal incorporada en el software. Ver Figura 4.3.

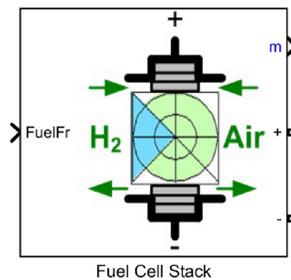


Figura 4.3: Módulo PEMFC a 1.26 kW existente en MATLAB[®] y Simulink[®].

El convertidor reductor CD-CD se construye en Simulink[®] como se muestra en la Figura 4.4, el cual es operado mediante un PWM a una frecuencia de conmutación de 100 kHz y cuya señal moduladora $u(t)$ es proporcionada por el controlador PIR.

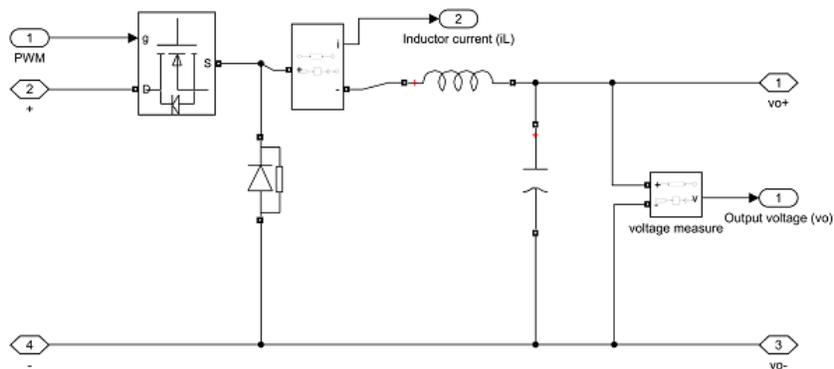


Figura 4.4: Convertidor CD-CD reductor construido en Simulink[®]

En la simulación se desea que el controlador PIR mantenga el voltaje de salida de convertidor regulado en su referencia a $V_o = 12$ V. Este convertidor reductor es distinto al diseñado en el capítulo 2, debido a la diferencia existente en el voltaje de entrada para ambos casos. El primero fue diseñado para un voltaje de entrada de 24V y, en este caso, el voltaje de entrada (suministrado por la celda de combustible) es de 40V. Por lo tanto, el ciclo de trabajo nominal del PWM tampoco será del 50% sino del 30%. Los resultados se muestran en la Figura 4.5

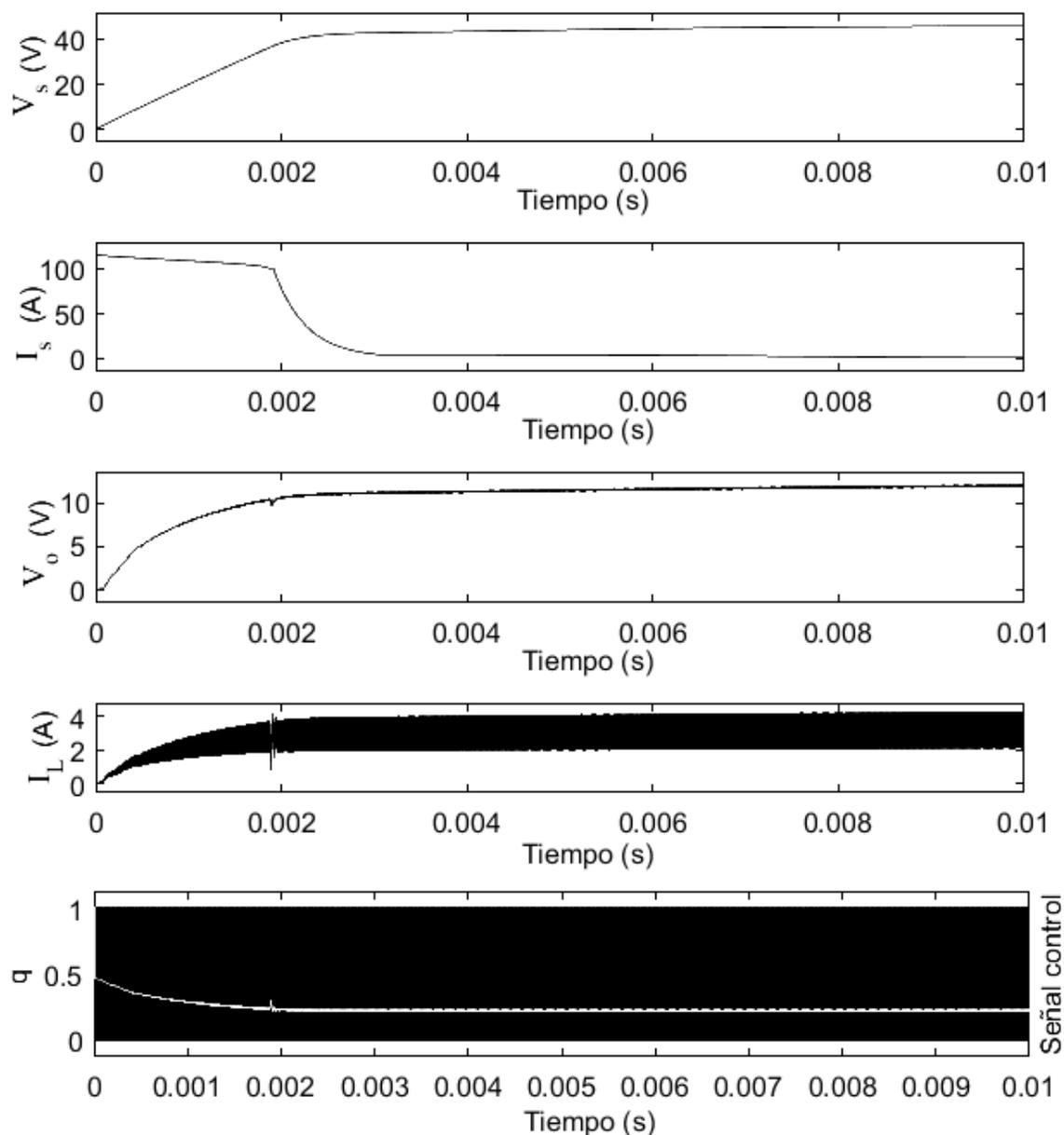


Figura 4.5: Respuesta del sistema de celda de combustible en lazo cerrado con un controlador PIR a potencia nominal. En los dos primeros paneles se observa el voltaje y la corriente en la celda de combustible; los dos siguientes muestran el voltaje de salida del convertidor y la corriente en el inductor; en el último panel se muestra la señal de control u en blanco y la señal conmutada q en negro.

de donde se puede concluir que el controlador PIR propuesto, efectivamente, mantiene el voltaje de salida del convertidor dentro de los parámetros aceptables definidos en el Capítulo 2.

4.3.2. Simulación 2: carga pulsante

Utilizando los mismos parámetros de la primer simulación, se desea que el controlador PIR mantenga el voltaje de salida de convertidor regulado en su referencia a $V_o = 12$ V, pese a que, en este caso, se añaden cambios de carga los cuales corresponden a una carga pulsante que varía entre 1.5Ω a 3Ω a una frecuencia de 0.5 Hz iniciando en $t = 1$ s.

Los resultados se muestran en la Figura 4.6 de donde se concluye que el controlador PIR propuesto mantiene el voltaje de salida en los 12 V deseados, con todo y las perturbaciones introducidas al realizar un cambio en la carga. Debe observarse que los cambios de carga inducen también variaciones en el voltaje de entrada, debido a las características de funcionamiento de las celdas de combustible previamente discutidas. Finalmente, cabe destacar que la señal producida por el controlador PIR exhibe bajos niveles de ruido y previene que el sistema presente oscilaciones no deseadas alrededor del punto de operación.

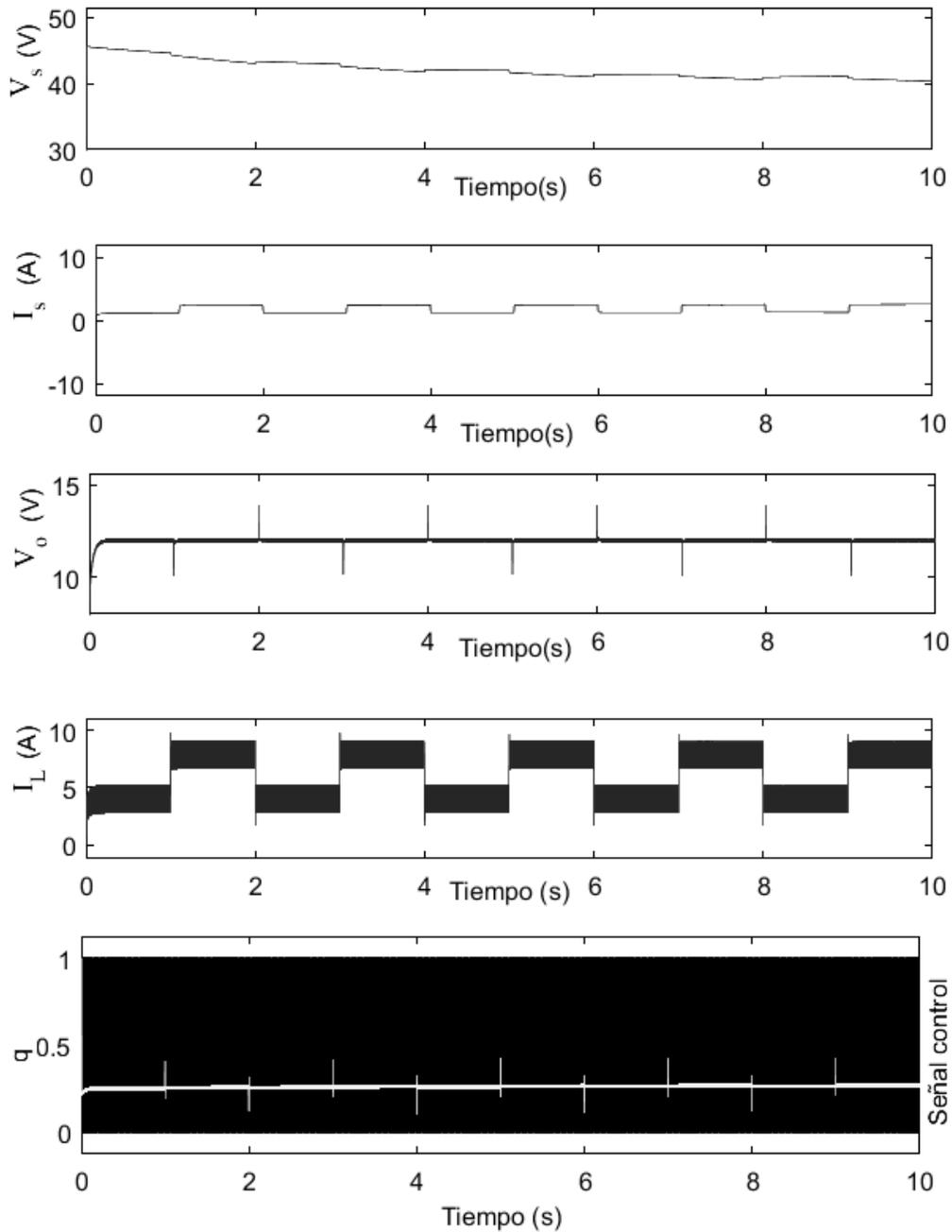


Figura 4.6: Respuesta del sistema de celda de combustible en lazo cerrado con un controlador PIR ante cambios de carga del 50%. En los dos primeros paneles se observa el voltaje y la corriente en la celda de combustible; los dos siguientes muestran el voltaje de salida del convertidor y la corriente en el inductor; en el último panel se muestra la señal de control u en blanco y la señal conmutada q en negro.

Capítulo 5

Conclusiones

El objetivo central de esta investigación es proporcionar una prueba de concepto acerca de la aplicación de los controladores con retardos en la regulación del voltaje de un sistema de energía con celdas de combustible. Dicha prueba consiste en diversos experimentos a baja potencia, destinados a corroborar en una aplicación en el mundo real, los beneficios teóricos del uso intencional de retardos en esquemas de control. En particular, se propone un controlador proporcional-integral-retardado (PIR) para regular el voltaje de salida de un sistema de celdas de combustible (SCC).

Como una primera aproximación al problema de regulación del voltaje de un SCC, se consideró que el grupo de celdas de combustible se comporta como una fuente de voltaje constante sujeta a variaciones generadas por cambios abruptos en la carga. Bajo esta suposición, se diseñó un esquema de control PIR para un convertidor CD-CD tipo reductor. Al emplear herramientas frecuenciales, se propuso una sintonización para los parámetros del controlador PIR con la cual se optimizó el decaimiento exponencial de las soluciones del sistema. El objetivo de dicha sintonización era dotar al sistema en lazo cerrado con la capacidad de compensar perturbaciones tan rápido como fuese posible. Con la regla de sintonización disponible, a continuación se procedió con la construcción de un prototipo del convertidor CD-CD reductor y la realización analógica del controlador PIR usando componentes electrónicos ordinarios.

Con base en los resultados experimentales, se concluye que el controlador PIR es capaz de proporcionar una correcta regulación del voltaje de salida del convertidor a pesar de las perturbaciones descritas anteriormente. Cabe recordar que las suposiciones hechas sobre las perturbaciones consideradas tenían como objetivo emular el comportamiento dinámico del grupo de celdas de combustible. Adicionalmente, el desempeño del controlador PIR se contrastó de manera experimental con el desempeño de un controlador PID clásico en condiciones de operación semejantes. Aquí se consideraron tres parámetros de rendimiento, a saber: suavidad de la señal de control, esfuerzo total de control y reducción del error de regulación. Dichos parámetros se miden respectivamente por medio de los índices de desempeño TVC, TCE e ISE. Nuevamente, con base en los datos obtenidos de forma experimental, se presenta al controlador PIR como una mejor opción al controlador PID en términos de las

tres métricas definidas anteriormente.

Al terminar la primer etapa de esta investigación, y con la confianza de la validación experimental antes descrita, como una segunda aproximación al problema de regulación del voltaje de un SCC, se incluyó la dinámica del grupo de celdas de combustible en un modelo unificado en pequeña señal. Con los conocimientos adquiridos en la primera aproximación, se procedió a la sintonización del controlador PIR considerando esta vez el modelo unificado. Con una propuesta en mano para la sintonización de los parámetros del controlador, se realizó una verificación numérica del desempeño del esquema de control mediante MATLAB[®] y Simulink[®] a partir de la cual se concluye que un controlador construido con retardos es capaz de regular el voltaje entregado por un SCC, pese a variaciones agresivas en la carga.

Trabajo a futuro

Los sistemas de control que incluyen retardos artificiales tienen gran potencial y requieren un mayor desarrollo en los siguientes años. De modo que pruebas de concepto, como la realizada en este estudio, se posicionan como elementos necesarios para masificar su utilización; no obstante, estas no son el único factor a tener en cuenta para alcanzar tal fin.

Como en este trabajo se dejan por fuera muchos detalles sobre la implementación con el propósito de privilegiar el desarrollo matemático, un enfoque multidisciplinario permitiría observar fenómenos que solo ocurren al trabajar este tipo de sistemas a alta potencia. Así se obtendría una validación experimental completa.

Adicionalmente, uno de los factores decisivos a la hora de trabajar con sistemas basados en retardos es su complejidad de análisis y sintonización. Por consiguiente, se debe continuar el estudio de estos sistemas con el objetivo de proveer reglas de sintonización claras que permitan al posible usuario y/o investigador entrar en contacto con este tipo de controladores sin enfrentarse a dicha complejidad inicial. De esta forma, el tipo de herramientas utilizadas en este estudio se pueden extrapolar a otros sistemas de potencia con distintas topologías, e incluso, a otros sistemas que tengan potencial para beneficiarse de la inclusión de un retardo en su esquema de control o de un controlador con características naturales para la atenuación del ruido de alta frecuencia.

Bibliografía

- [1] X. Chang, T. Ma, and R. Wu, “Impact of urban development on resident’s public transportation travel energy consumption in china: An analysis of hydrogen fuel cell vehicles alternatives,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 44, no. 30, pp. 16015–16027, 2019.
- [2] A. Rodríguez-Castellanos, J. Díaz-Bernabé, S. Citalán-Cigarroa, and O. Solorza-Feria, “Development and applications of portable systems based on conventional pem fuel cells,” in *Portable Hydrogen Energy Systems*, pp. 91–106, Elsevier, 2018.
- [3] A. Taniguchi, T. Akita, K. Yasuda, and Y. Miyazaki, “Analysis of electrocatalyst degradation in pemfc caused by cell reversal during fuel starvation,” *J. Power Sources*, vol. 130, no. 1, pp. 42–49, 2004.
- [4] W. Daud, R. Rosli, E. Majlan, S. Hamid, R. Mohamed, and T. Husaini, “Pem fuel cell system control: A review,” *Renewable Energy*, vol. 113, pp. 620–638, 2017.
- [5] O. Rgab, D. Yu, and J. Gomm, “Polymer electrolyte membrane fuel cell control with feed-forward and feedback strategy,” *Int. J. Eng. Sci. Tech.*, vol. 2, no. 10, 2010.
- [6] Y. A. Zúñiga-Ventura, D. Langarica-Córdoba, J. Leyva-Ramos, L. H. Díaz-Saldierna, and V. M. Ramírez-Rivera, “Adaptive backstepping control for a fuel cell/boost converter system,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 686–695, 2018.
- [7] Y. Wang, K. S. Chen, J. Mishler, S. C. Cho, and X. C. Adroher, “A review of polymer electrolyte membrane fuel cells: Technology, applications, and needs on fundamental research,” *Applied energy*, vol. 88, no. 4, pp. 981–1007, 2011.
- [8] W. Garcia-Gabin, F. Dorado, and C. Bordons, “Real-time implementation of a sliding mode controller for air supply on a pem fuel cell,” *Journal of process control*, vol. 20, no. 3, pp. 325–336, 2010.
- [9] C. H. Woo and J. B. Benziger, “Pem fuel cell current regulation by fuel feed control,” *Chemical engineering science*, vol. 62, no. 4, pp. 957–968, 2007.

- [10] M. Serra, J. Aguado, X. Ansedé, and J. Riera, “Controllability analysis of decentralised linear controllers for polymeric fuel cells,” *Journal of Power Sources*, vol. 151, pp. 93–102, 2005.
- [11] J. T. Pukrushpan, A. G. Stefanopoulou, and H. Peng, *Control of fuel cell power systems: principles, modeling, analysis and feedback design*. Springer Science & Business Media, 2004.
- [12] K. Agbossou, A. Bilodeau, and M. Doumbia, “Development of a control method for a renewable energy system with fuel cell,” in *AFRICON 2009*, pp. 1–5, IEEE, 2009.
- [13] Y. Zhan, J. Zhu, Y. Guo, and J. Jin, “Control of proton exchange membrane fuel cell based on fuzzy logic,” in *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference, CCC 2007*, 2007.
- [14] Y. Zhan, J. Zhu, Y. Guo, and H. Wang, “Performance analysis and improvement of a proton exchange membrane fuel cell using comprehensive intelligent control,” in *2008 International Conference on Electrical Machines and Systems*, pp. 2378–2383, IEEE, 2008.
- [15] J. G. Williams, G.-P. Liu, K. Thanapalan, and D. Rees, “Design and implementation of on-line self-tuning control for pem fuel cells,” *World Electric Vehicle Journal*, vol. 2, no. 4, pp. 242–252, 2008.
- [16] A. Dalvi and M. Guay, “Control and real-time optimization of an automotive hybrid fuel cell power system,” *Control Engineering Practice*, vol. 17, no. 8, pp. 924–938, 2009.
- [17] I. Suh and Z. Bien, “Proportional minus delay controller,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 24, no. 2, pp. 370–372, 1979.
- [18] A. Ramírez, R. Garrido, R. Sipahi, and S. Mondié, “On delay-based control of low-order lti systems: A simple alternative to pi/pid controllers under noisy measurements,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 10, pp. 188–193, 2016.
- [19] A. Ramírez, R. Sipahi, L. Díaz, and J. Leyva, “Delay-based voltage-mode control of switched dc-dc buck converters for fuel-cell power applications,” in *2020 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, vol. 1, pp. 364–369, IEEE, 2020.
- [20] D. Bratsun, D. Volfson, L. S. Tsimring, and J. Hasty, “Delay-induced stochastic oscillations in gene regulation,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 102, no. 41, pp. 14593–14598, 2005.
- [21] G. Orosz, J. Moehlis, and R. M. Murray, “Controlling biological networks by time-delayed signals,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 368, no. 1911, pp. 439–454, 2010.

- [22] K. Watanabe, E. Nobuyama, and A. Kojima, “Recent advances in control of time delay systems a tutorial review,” in *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 2, pp. 2083–2089, IEEE, 1996.
- [23] A. Ramírez and R. Sipahi, “Single-delay and multiple-delay proportional-retarded (pr) protocols for fast consensus in a large-scale network,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, no. 5, pp. 2142–2149, 2018.
- [24] A. Ramírez and R. Sipahi, “Multiple intentional delays can facilitate fast consensus and noise reduction in a multiagent system,” *IEEE transactions on cybernetics*, vol. 49, no. 4, pp. 1224–1235, 2018.
- [25] A. Ramírez, R. Sipahi, C.-F. Mendéz-Barrios, and J. Leyva-Ramos, “Derivative-dependent control of a fuel cell system with a safe implementation: An artificial delay approach,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, p. 09596518211012784, 2021.
- [26] Y. Qiu, M. Xu, K. Yao, J. Sun, and F. C. Lee, “Multifrequency small-signal model for buck and multiphase buck converters,” *IEEE transactions on power electronics*, vol. 21, no. 5, pp. 1185–1192, 2006.
- [27] V. Das, S. Padmanaban, K. Venkitesamy, R. Selvamuthukumar, F. Blaabjerg, and P. Siano, “Recent advances and challenges of fuel cell based power system architectures and control - a review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 73, pp. 10–18, 2017.
- [28] R. Severns and G. Bloom, *Modern DC-to-DC switchmode power converter circuits*. Springer, 1985.
- [29] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power electronics: converters, applications, and design*. John wiley & sons, 2003.
- [30] A. Ramírez, S. Mondié, R. Garrido, and R. Sipahi, “Design of proportional-integral-retarded (pir) controllers for second-order lti systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1688–1693, 2015.
- [31] R. Villafuerte, S. Mondié, and R. Garrido, “Tuning of proportional retarded controllers: theory and experiments,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 3, pp. 983–990, 2012.
- [32] A. Ramírez, R. Garrido, and S. Mondié, “Velocity control of servo systems using an integral retarded algorithm,” *ISA transactions*, vol. 58, pp. 357–366, 2015.
- [33] R. Datko, “A procedure for determination of the exponential stability of certain differential-difference equations,” *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 36, no. 3, pp. 279–292, 1978.

- [34] I. I. Delice and R. Sipahi, "Delay-independent stability test for systems with multiple time-delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 4, pp. 963–972, 2011.
- [35] R. Courant and E. J. McShane, *Differential and integral calculus*, vol. 1. Wiley Online Library, 1937.
- [36] R. Sipahi and I. I. Delice, "Exact upper and lower bounds of crossing frequency set and delay independent stability test for multiple time delayed systems," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, no. 14, pp. 107–111, 2009.
- [37] R. Sipahi and I. I. Delice, "Advanced clustering with frequency sweeping methodology for the stability analysis of multiple time-delay systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 2, pp. 467–472, 2010.
- [38] W. Michiels and S.-I. Niculescu, *Stability and stabilization of time-delay systems: An Eigenvalue-Based Approach*. Philadelphia, PA: SIAM, 2007.
- [39] G. J. Silva, A. Datta, and S. P. Bhattacharyya, *PID controllers for time-delay systems*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [40] S. Kim, G. Ko, S. Kwon, and J. Lee, "Development of a non-delay line constant fraction discriminator based on the padé approximant for time-of-flight positron emission tomography scanners," *Journal of Instrumentation*, vol. 10, no. 01, p. P01005, 2015.
- [41] K. Ogata, *Modern control engineering*. Prentice hall, 2010.
- [42] A. Shahin, M. Hinaje, J.-P. Martin, S. Pierfederici, S. Raël, and B. Davat, "High voltage ratio dc–dc converter for fuel-cell applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 12, pp. 3944–3955, 2010.