



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN  
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

**POSGRADO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

**Variantes del modelo de Deffuant para dinámica de opinión en  
poblaciones estructuradas.**

Tesis que presenta

**Fernando Flores Briceño**

Para obtener el grado de

**Maestro en Control y Sistemas Dinámicos**

**Director de la Tesis:**

Dr. Juan Gonzalo Barajas Ramírez

San Luis Potosí, S.L.P., Mayo de 2024





## Constancia de aprobación de la tesis

La tesis **Variantes del Modelo de Deffuant para dinámica de opinión en poblaciones estructuradas** fue elaborada por **Fernando Flores Briceño** y aprobada el dd de mm de aaaa por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de **Control y Sistemas Dinámicos** del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

---

Dr. Juan Gonzalo Barajas Ramírez  
(Director de la tesis)

---

Dr. Adrián René Ramírez López  
(Asesor de la tesis)

---

Dr. Antonio Aguilera Ontiveros  
(Asesor de la tesis)





## **Créditos Institucionales**

Esta tesis fue elaborada en la División de Control y Sistemas Dinámicos del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección del Dr. Juan Gonzalo Barajas Ramírez.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología con No. de registro: 829438, y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.

Copia del acta del examen

*A mi madre Maribel que ha hecho todo lo posible para que concluyera todo lo que me propongo de manera sencilla, mi hermana Ingrid que cada semana hablábamos y escuchábamos nuestras desgracias motivándonos y mi novia Samara que gracias a ella el esfuerzo y dedicación que tengo se multiplica para tener estabilidad en nuestra familia, a todas que sin su apoyo constante no hubiera sido sencillo en muchos aspectos terminar esta tesis, gracias por todo. Incluyo a mi perros Obi y Oso que espero siempre en verlos pronto y a mi gatita Simza quien me sacaba una sonrisa al verla dormir mientras escribía.*

# Agradecimientos

- A mi asesor Juan Gonzalo Barajas Ramírez por la paciencia y ayuda en esta tesis.
- A los profesores que al acudir a ellos siempre trataron de despejar mis dudas.
- A mis compañeros siempre apoyándome.

# Resumen

En este trabajo se presentan variantes del modelo de Deffuant clásico sin restricción espacial, se indaga sobre la importancia de los parámetro del modelo en la obtención de resultados, en estas variantes se modifica la tolerancia del modelo  $d$  para incluir realismo; a su vez, se extiende el modelo a redes de mundo pequeño y de escala libre. Se concluye que la tolerancia y la estructura de la red son los principales contribuyentes en el tipo de resultado de cada realización, mostrando más realismo la variante llamada Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre, exhibiendo que los nodos concentradores atraen la opinión de los demás agentes, mostrando fragmentación y polarización.

# Abstract

In this work, variants of the classic Deffuant model without spatial restriction are presented. The importance of the model parameters in obtaining results is investigated. In these variants, the tolerance parameter  $d$  of the model is modified to include realism; furthermore, the model is extended to small-world and scale-free networks. It is concluded that tolerance and network structure are the main contributors to the type of result of each realization, with the variant called the Unbalanced Deffuant Model on a scale-free network showing more realism. This variant exhibits that hub nodes attract the opinion of other agents, demonstrating fragmentation and polarization.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>Abstract</b>	<b>XII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del conocimiento . . . . .	2
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	8
1.3. Objetivo e Hipótesis . . . . .	12
1.3.1. Objetivo . . . . .	12
1.3.2. Hipótesis . . . . .	13
1.4. Resultados y descripción de la tesis . . . . .	13
<b>2. El modelo de Deffuant clásico</b>	<b>15</b>
2.1. Ejemplo 1 del modelo de Deffuant clásico . . . . .	15
2.2. Ejemplo 2 del modelo de Deffuant clásico . . . . .	18
2.3. Ejemplo 3 del modelo de Deffuant clásico . . . . .	20
2.4. Ejemplo 4 del modelo de Deffuant clásico . . . . .	21
2.5. Comportamiento asintótico del modelo . . . . .	23
<b>3. Variantes del modelo de Deffuant</b>	<b>29</b>
3.1. Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño . . . . .	48
3.1.1. Resultados . . . . .	49
3.1.2. Probabilidad de reconexión $p=0$ . . . . .	49
3.1.3. Probabilidad de reconexión $p=0.01$ . . . . .	52
3.1.4. Probabilidad de reconexión $p=0.1$ . . . . .	55
3.2. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño . . . . .	59
3.2.1. Resultados . . . . .	59
3.2.2. Probabilidad de reconexión $p=0$ . . . . .	59
3.2.3. Probabilidad de reconexión $p=0.01$ . . . . .	61
3.2.4. Probabilidad de reconexión $p=0.1$ . . . . .	63
3.3. Modelo de Deffuant balanceado en una red de libre escala . . . . .	65
3.3.1. Resultados . . . . .	66
3.3.2. $\eta_i$ aleatoriamente uniformemente distribuida . . . . .	66
3.3.3. $\eta_i$ aleatoriamente exponencialmente distribuida . . . . .	69
3.3.4. $\eta_i = 1$ idéntica en toda la red . . . . .	72
3.4. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de libre escala . . . . .	75
3.4.1. Resultados . . . . .	76
3.4.2. $\eta_i$ aleatoriamente uniformemente distribuido. . . . .	76
3.4.3. $\eta_i$ aleatoriamente y exponencialmente distribuido. . . . .	78
3.4.4. $\eta_i = 1$ idéntica en toda la red. . . . .	79

<b>4. Conclusiones</b>	<b>83</b>
4.1. Discusión de los resultados obtenidos . . . . .	83
4.2. Trabajo a futuro . . . . .	84
4.3. Anexos . . . . .	85

# Índice de figuras

1.1. Grafo con su matriz de adyacencia . . . . .	5
1.2. Matriz de adyacencia e ilustración de una red Watts-Strogatz con $N = 10$ , $k = 2$ y $p = 0.2$ . . .	6
1.3. Se muestra que en $p = 0.01$ se exhiben las propiedades de mundo pequeño, imagen recuperada de la referencia [9] . . . . .	6
1.4. Matriz de adyacencia e ilustración de una red Biaconi-Barabasi con $N = 10$ , $\eta_i = 1$ . Se puede ver que los agentes 2 y 3 son nodos concentradores. . . . .	7
1.5. Matriz de adyacencia e ilustración de una red Biaconi-Barabasi con $N = 10$ , $\eta_i$ distribuida aleatoriamente y uniformemente. Se puede ver que los agentes 3 y 4 son nodos concentradores. . . . .	8
1.6. Representación gráfica de un vector con cinco componentes, representado con números el vector es $S = \{-1, 1, 1, 1, -1\}$ . . . . .	8
1.7. Ejemplo de arreglo con $N = 10$ agentes en el estado inicial $t = 1$ . . . . .	9
1.8. Ejemplo aplicando la regla 1 en agentes con vecino a la derecha del mismo color para mostrar consenso. En cada iteración $t$ , el agente escogido en $t - 1$ se representa con un rombo en la siguiente iteración para mostrar los vecinos que cambiaron debido a este agente. Las iteraciones se detienen hasta alcanzar la opinión invariante en $t = 7$ ; es decir, el consenso. En el consenso se muestra la propagación de opinión. . . . .	9
1.9. Ejemplo aplicando la regla 2 en agentes con vecino a la derecha de distinto color para mostrar discordia. En cada iteración $t$ , el agente escogido en $t - 1$ se representa con un rombo en la siguiente iteración para mostrar los vecinos que cambiaron debido a este agente. Las iteraciones se detienen hasta alcanzar opiniones invariantes en $t = 4$ ; es decir, la fragmentación. . . . .	10
2.1. Ilustración del ejemplo 1 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 160 ticks, se observa consenso de opiniones. $d = 0.4$ y $\mu = 0.5$ . . . . .	17
2.2. Ilustración del ejemplo 2 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 300 ticks, se observa fragmentación de opiniones. $d = 0.2$ y $\mu = 0.5$ . . . . .	19
2.3. Ilustración del ejemplo 3 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 140 ticks, se observa consenso de opiniones. $d = 0.5$ y $\mu = 0.5$ . . . . .	21
2.4. Ilustración del ejemplo 4 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 497 ticks, se observa consenso de opiniones. $d = 0.5$ y $\mu = 0.1$ . . . . .	22
2.5. <b>Resultados para el modelo de Deffuant clásico</b> con diferentes valores de $d > 0.5$ con condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas para todos los resultados y $\mu = 0.5$ fijo ( $\mu$ tiene solo repercusión en el tiempo de simulación). Se muestra consenso fuerte en todos los resultados, mostrando lo mencionado anteriormente. . . . .	24
2.6. <b>Resultados del modelo de Deffuant clásico</b> con diferentes valores de $d < 0.5$ mostrando opinión vs tick y su histograma con condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas para todos los resultados y $\mu = 0.5$ fijo . . . . .	25
2.7. Ilustración de la distancia mínima para interacción, si $d < d_{min}$ se crean dos clusters, si $d > d_{min}$ se crea un cluster. . . . .	26

2.8. Comparación de <b>resultados del modelo de Deffuant clásico</b> con condiciones iniciales distribuidas de manera aleatoria y normal en dos grupos, cada uno de 5 agentes, un grupo con $x(0)$ alrededor de 0.75 y otro con $x(0)$ alrededor de 0.25 . . . . .	27
2.9. Comparación de <b>resultados en el modelo de Deffuant clásico</b> diferentes $\mu$ . . . . .	27
3.1. Ilustración del Resultado 1 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant desbalanceado</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 161 ticks, se observa consenso de opiniones. . . . .	32
3.2. Ilustración del Resultado 2 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant desbalanceado</b> , se muestran opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 352 ticks, se observa fragmentación de opiniones. . . . .	34
3.3. Matriz de adyacencia e ilustración del grafo WS con $p = 0.1$ . . . . .	35
3.4. Ilustración del Resultado 3 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 227 ticks, se observa consenso fuerte de opiniones. . . . .	36
3.5. Ilustración del Resultado 4 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 11394 ticks, se observa fragmentación de opiniones. . . . .	38
3.6. Ilustración del Resultado 5 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 173 ticks, se observa consenso de opiniones. . . . .	40
3.7. Ilustración del Resultado 6 del Capítulo 3 en el <b>Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 867 ticks, se observa fragmentación de opiniones. . . . .	41
3.8. matriz de adyacencia e ilustración del grafo. . . . .	42
3.9. Ilustración del Resultado 7 en el <b>Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 582 ticks, se observa consenso de opiniones. . . . .	44
3.10. Ilustración del Resultado 8 en el <b>Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre</b> de opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 34 ticks, se observa fragmentación de opiniones. . . . .	45
3.11. Ilustración del Resultado 9 en el <b>Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre</b> , se muestra opiniones vs ticks y su histograma para $N = 10$ agentes evolucionando en 331 ticks, se observa fragmentación de opiniones. . . . .	47
3.12. Los 3 grafos que se utilizarán para obtener los resultados del siguiente apartado . . . . .	48
3.13. Resultados variando el rango de interacción $d$ . . . . .	50
3.14. Resultados de la red WS con $p = 0$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	51
3.15. Resultados de la red WS con $p = 0$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra fragmentación de opiniones, con un cluster con más del 50% de opiniones. . . . .	52
3.16. Resultados variando el rango de interacción $d$ . . . . .	53
3.17. Resultados de la red WS con $p = 0.01$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	54
3.18. Resultados de la red WS con $p = 0.01$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil de opiniones. . . . .	55
3.19. Resultados variando el rango de interacción $d$ . . . . .	56
3.20. Resultados de la red WS con $p = 0.1$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	57
3.21. Resultados de la red WS con $p = 0.1$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra tendencia a consenso débil de opiniones. . . . .	58
3.22. Resultados de la red WS con $p = 0$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se observa tendencia a la fragmentación. . . . .	59
3.23. Resultados de la red WS con $p = 0$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia al consenso fuerte. . . . .	60
3.24. Resultados de la red WS con $p = 0.01$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	61
3.25. Resultados de la red WS con $p = 0.01$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia a consenso fuerte. . . . .	62

3.26. Resultados de la red WS con $p = 0.1$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se observa consenso débil. . . . .	63
3.27. Resultados de la red WS con $p = 0.1$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa consenso fuerte. . . . .	64
3.28. Los 3 grafos que se utilizarán para obtener los resultados del siguiente apartado . . . . .	65
3.29. Resultados variando el rango de interacción $d$ . . . . .	67
3.30. Resultados de la red BB con $\eta_i$ aleatoria y exponencialmente distribuido variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se observa fragmentación con tendencia al consenso débil. . . . .	68
3.31. Resultados de la red BB con $\eta_i$ aleatoria y uniformemente distribuido con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra fragmentación. . . . .	69
3.32. Resultados variando el rango de interacción $d$ para la red de escala libre con $\eta_i$ distribuida exponencialmente, se observa un cluster principal ligado al nodo concentrador de la red. . . . .	70
3.33. Resultados de la red BB con $\eta_i$ distribuida de manera aleatoria y exponencial variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	71
3.34. Resultados de la red BB con $\eta_i$ distribuida de manera aleatoria y exponencial con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil. . . . .	72
3.35. Resultados variando el rango de interacción $d$ . . . . .	73
3.36. Resultados de la red BB con $\eta_i = 1$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se muestra fragmentación. . . . .	74
3.37. Resultados de la red BB con $\eta_i = 1$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil. . . . .	75
3.38. Resultados de la red BB con $\eta_i$ aleatoria y uniformemente distribuido variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se observa fragmentación. . . . .	76
3.39. Resultados de la red BB con $\eta_i$ aleatoria y uniformemente distribuido con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa fragmentación. . . . .	77
3.40. Resultados de la red BB con $\eta_i$ distribuida de manera aleatoria y exponencial variando el parámetro de convergencia $\mu$ . . . . .	78
3.41. Resultados de la red BB con $\eta_i$ distribuida de manera aleatoria y exponencial con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia al consenso fuerte. . . . .	79
3.42. Resultados de la red BB con $\eta_i = 1$ variando el parámetro de convergencia $\mu$ . Se muestra fragmentación. . . . .	80
3.43. Resultados de la red BB con $\eta_i = 1$ con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa fragmentación. . . . .	81
4.1. Primera parte del código del modelo de Deffuant clásico . . . . .	85
4.2. Segunda parte del código del modelo de Deffuant clásico . . . . .	86
4.3. Primera parte del código del modelo de Deffuant SM . . . . .	87
4.4. Segunda parte del código del modelo de Deffuant SM . . . . .	88
4.5. Tercera parte del código del modelo de Deffuant SM . . . . .	89
4.6. Primera parte donde se modifica el código original BA para incluir el parámetro fitness y ser la variante BB . . . . .	90
4.7. Segunda parte del código del modelo de Deffuant BB . . . . .	91
4.8. Tercera parte del código del modelo de Deffuant BB . . . . .	92
4.9. Cuarta parte del código del modelo de Deffuant BB . . . . .	93
4.10. Quinta parte del código del modelo de Deffuant BB . . . . .	94

# Capítulo 1

## Introducción

Investigar las propiedades dinámicas de los comportamientos colectivos en grupos de agentes que interactúan entre sí es un problema importante en diversas disciplinas científicas. El comportamiento colectivo puede representar el surgimiento de un estado común entre agentes. Por ejemplo, durante la propagación de enfermedades cuando una gran parte de la población se enferma al mismo tiempo, se genera un brote epidémico y si el contagio se presenta en toda la población se tiene una pandemia [1]. Otro ejemplo de comportamiento colectivo es la forma en que los precios cambian en el mercado de valores, debido a la interacción entre empresas, países y comunidades [2]. Las propiedades del comportamiento colectivo en estas poblaciones dependen de los elementos en el grupo colectivo, las propiedades características de los agentes e incluso la forma en que los individuos interactúan. En particular, este último aspecto de la interacción tiende a ser determinante en el surgimiento de comportamientos emergentes. En años recientes, incluir la estructura de interacciones en los mecanismos que determinan el comportamiento colectivo de poblaciones es llamado *estudio de la complejidad* [3].

Desde el punto de vista de la teoría de complejidad, el surgimiento de comportamientos emergentes en una población es resultado de la interacción entre los agentes de la misma. es importante remarcar que el surgimiento de comportamiento emergente está presente en sistemas que pueden ser biológicos, sociales, químicos, financieros, termodinámicos, entre muchos otros, en general podemos decir que en realidad cualquier sistema complejo que tiene un comportamiento colectivo es la respuesta de las interacciones entre sus componentes individuales.

En ciencias sociales, donde los agentes son humanos con opiniones individuales son complicados, el comportamiento colectivo en comunidades es difícil determinar dado que cada individuo en la sociedad tiene su juicio sobre un objeto o tema, a esto se le llama *opinión*. Debido a que estas opiniones son individuales, determinar la existencia de una opinión colectiva es una pregunta de importancia. Más aún, preguntar como una opinión colectiva es influenciada por la interacción entre los individuos resultado de un cambio de opinión individual también lo es. Es decir, ya que cada humano es un ser social, la interacción entre ellos debe ser la influencia principal para el cambio de opiniones. Esta relación debe ser reflejada en el comportamiento dinámico de las opiniones del grupo y el surgimiento de una opinión colectiva dominante que se impone en la población.

En esta tesis se investigan el modelo de dinámica de opinión de Deffuant, específicamente se describirán los antecedentes de los modelos planteados en la literatura, hasta el objetivo de la tesis. Un aspecto importante a considerar es la estructura de la interacción entre los individuos, para esto se discuten modelos de red compleja de mundo pequeño y escala libre. Utilizando esto como base proponemos variantes del modelo de Deffuant de opiniones y determinamos el efecto de la estructura en los estados estacionarios de las opiniones del grupo.

Los autómatas celulares surgen a mediados del siglo XX con John Von Neumann [4]. Inicialmente interpretados como conjuntos de células que crecían, se reproducían y morían después de un tiempo. Un autómata celular es un modelo matemático compuesto por un conjunto de celdas  $N \in \mathbb{Z}$  en una dimensión con un conjunto de estados iniciales  $x_0 \in \mathbb{Z}$  y frontera abierta, reflectora o periódica, el conjunto de celdas evoluciona de

forma discreta en  $t^+$  mediante una expresión matemática. El estado  $t + 1$  de la celda depende del estado  $t$  de las celdas vecinas, a esto se le conoce como regla de transición local. La relevancia de los autómatas celulares viene de su capacidad de mostrar propiedades a través del paso del tiempo, estas propiedades no son fáciles de analizar solo con el estado inicial  $x(0)$ .

Anteriormente en 1920, Lenz [5] formuló un modelo para estudiar los materiales ferromagnéticos y en 1921, Ising [6] siendo estudiante de doctorado de Lenz retoma el modelo y lo presenta como tesis doctoral concluyendo que no existe transición de fase. El modelo de Ising en una dimensión es un conjunto de celdas  $N$ , las celdas son llamadas spins, los cuales tienen un estado inicial distribuido de manera aleatoria y uniforme  $s_i(0) = -1$  o  $s_i(0) = 1$ , siendo los únicos dos estados accesibles en el sistema. El Hamiltoniano del modelo sin campo externo es

$$H = \sum_{i,j} -J s_i s_j \quad (1.1)$$

donde  $\sum_{i,j}$  es la suma de los spins vecinos,  $s_i$  es el spin  $i$ -ésimo y  $J$  es el factor de escala entre los spins y la energía. El modelo de Ising puede ser representado mediante un autómata celular para ser simulado computacionalmente. Para el modelo de Ising en dos dimensiones se usa una retícula cuadrada, donde los spins interactúan con sus primeros vecinos en una vecindad de Neumann. El modelo de Ising a través de los años ha tenido variantes en diferentes áreas de la ciencia, una variante enfocada en sistemas sociales es el modelo de Snzajd.

A inicios del siglo XXI se presentó por primera vez el modelo de Snzajd. Es modelo que basado en las dos siguientes reglas:

- Validación social: En un conjunto de spins  $S$ , si se escoge al azar el spin  $s_i$  y el spin  $s_{i+1}$  tiene el mismo estado que  $s_i$  entonces, los vecinos  $s_{i-1}$  y  $s_{i+2}$  tendrán el mismo estado que los spins  $s_i$  y  $s_{i+1}$  en el tiempo  $(t + 1)$ , de esta forma los 4 spins mencionados tendrán el mismo estado en  $(t + 1)$  formando la validación social.
- Discordia: En un conjunto de spins  $S$ , si se escoge al azar el spin  $s_i$  y el spin  $s_{i+1}$  tiene un estado diferente que  $s_i$  entonces, el vecino  $s_{i-1}$  y  $s_{i+1}$  tendrán el mismo estado mientras que  $s_i$  y  $s_{i+2}$  tendrán el mismo estado pero diferente a los otros dos spins, formando una cadena de spins con estados: blanco, negro, blanco, negro o de otra manera negro, blanco, negro, blanco.

Las reglas evolucionan en un autómata celular y presenta resultados acerca de la propagación de la opinión en un grupo [15]. En resumen, se usó el modelo de Ising en una dimensión, se crea una cadena de spins con condiciones a la frontera periódicas.

Este primer modelo introduce la relevancia de la física estadística en el campo de fenómenos colectivos de econofísica y sociofísica. Los primeros modelos de dinámica de opinión abren camino a análisis en herramientas estadísticas sencillas, que con el paso de los años los científicos implementan complejidad para su estudio en diversos temas. Por otro lado, el modelo de Deffuant [7] a diferencia del modelo de Snzajd puede ser simulado como un conjunto de ecuaciones en diferencia en una red en lugar de en un autómata celular, añadiendo complejidad a través de la estructura que puede derivar a resultados distintos. A continuación, se presenta un resumen del estado de conocimiento, explicando redes complejas y los modelos de dinámica de opinión.

## 1.1. Estado del conocimiento

Existen modelos de dinámica de opinión, los cuales buscan representar la evolución de las opiniones desde un estado inicial, pasado por un estado transitorio hasta el estado estacionario del sistema (si es que existe) [14]. El comportamiento estacionario de los sistemas de dinámica de opinión suele llegar a los siguientes dos estados de opinión:

1. Consenso: Implica que todos los miembros del grupo tienen la misma opinión.

2. Fragmentación: Implica la existencia de diversos grupos con opiniones diferentes.

Los modelos de dinámica de opinión contienen los siguientes elementos:

- Número finito de  $N \in \mathbb{N}$  agentes.
- Tiempo  $t \in \mathbb{N}$  que representa la iteración actual.
- La opinión de cada agente  $x_i(t)$  con  $i = \{1, 2, \dots, N\}$ .
- Reglas de iteración que definen el siguiente estado de cada agente, tal que  $x_i \rightarrow x_i(t+1)$ .

La dinámica de opinión es el estudio de opiniones individuales en una población que evolucionan a lo largo del tiempo. Cada modelo de dinámica de opinión considera una variedad de factores que influyen en el cambio de opinión, como lo son:

- Interacciones sociales.
- Medios de comunicación.
- Líderes de opinión.
- Cambio de contexto.
- Dinámica de grupo

Se requiere de modelos matemáticos, simulaciones y análisis empíricos para la comprensión de cómo cambian las opiniones dependiendo del contexto social. La aplicación incluye la evolución de actitudes públicas, el comportamiento político, la propagación de rumores y la difusión de información dentro de una sociedad. Algunos de los ejemplos de modelos de dinámica de opinión son el modelo de Sznajd que muestra la propagación de las opiniones y el modelo de Deffuant [7] que muestra el resultado de la interacción entre agentes que deriva en consenso o fragmentación de opiniones a partir de una tolerancia  $d$  para los agentes. Cada modelo tiene diferente grado de complejidad y mientras más avanza el tiempo, se toman los modelos básicos y se modifican para diferentes análisis y estudios, construyendo nuevas variantes. Actualmente los modelos se extienden cambiando la forma de interacción entre los agentes, desde modelos de partículas de gas hasta modelos con estructura de una red.

En redes complejas se define primero lo que es una red y lo que significa que algo es complejo. Una red es un conjunto de objetos interconectados, cuya manera de conectarse muestra una estructura que puede ser influyente en la manera en que los objetos interactúan. Por otro lado, cuando nos referimos a "complejo" se habla de un sistema que se compone por muchos elementos, en el cual es difícil establecer el funcionamiento o la estructura del mismo. Si se compara una red simple con una red compleja, se dice que la diferencia se encuentra en la sencillez en que se pueden describir las conexiones de la red.

Los problemas que son definidos por elementos interconectados y las conexiones entre ellos son estudiados a través de la teoría de grafos. Los grafos son considerados como diagramas o conjuntos, el álgebra en la teoría de grafos se encarga de usar técnicas para traducir las propiedades de los grafos en propiedades algebraicas para facilitar definiciones y demostraciones [8], a continuación, se describe qué son los grafos y se definen algunas de sus características.

Un grafo se conforma por dos conjuntos llamados: conjunto no vacío de nodos  $N$  y conjunto de enlaces  $e \in N \times N$ , así:

$$G = (N, e) \tag{1.2}$$

Los grafos son representaciones de numerosas situaciones. Un nodo puede representar un insecto, una persona, una planta de energía, un canal de televisión, una página de internet, entre muchos otros ejemplos. Los enlaces representan la manera en la que se conectan los diferentes nodos, pueden representar cables, un canal

de comunicación, una interacción, entre otras. Los grafos solo brindan información topológica, si un grafo se muestra en un esquema puede interpretarse como información sobre la colocación espacial de objetos, sin embargo, esto es erróneo, un grafo solo informa de la conectividad de los objetos o nodos.

Es posible caracterizar un grafo o una red a través de sus aspectos estructurales [10], los cuales pueden clasificar a la red dependiendo de sus medidas, los aspectos estructurales básicos se miden a través de lo siguiente:

- Longitud de camino promedio: La longitud de camino es la distancia más corta entre dos nodos. El promedio se calcula midiendo las distancias más cortas entre todos los enlaces de la red, al mismo tiempo la longitud de camino promedio hace referencia al tamaño del grafo, se describe matemáticamente de la siguiente manera:

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} d(i, j) \quad (1.3)$$

con  $i, j = 1, 2, \dots, n$  siendo los nodos,  $d(i, j)$  es la distancia mínima en enlaces que conecta dos nodos,  $N$  la cantidad total de nodos en un grafo.

- Coeficiente de agrupamiento: En una vecindad; es decir, los nodos conectados a un nodo en específico tienen una distancia de 1 enlace, el coeficiente de agrupamiento la fracción de nodos vecinos que son vecinos entre sí. El coeficiente de agrupamiento hace referencia a la densidad del grafo. Se calcula de la siguiente manera:

$$C_i = \frac{2e_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (1.4)$$

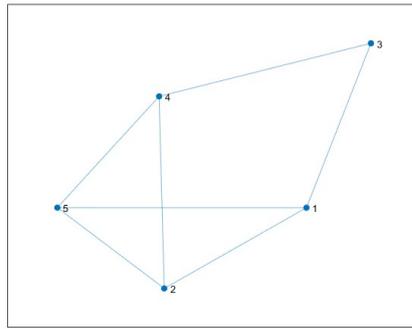
donde  $e_i$  representa los enlaces posibles del nodo y  $k_i$  representa el grado de nodo.

- Distribución de grado de nodo: La distribución de grado de nodos  $P(k)$  es la probabilidad en la que  $k$  enlaces toquen un nodo escogido al azar dentro del grafo. La distribución de grado de nodo hace referencia a la conectividad de los nodos en la red. Es posible obtener la distribución si se colocan todos los grados de nodo del grafo en un histograma.

Una manera útil de obtener información de un grafo es mediante su representación matricial, el etiquetado de los nodos es el primer paso para representar mediante una matriz cuadrada a el grafo. La matriz de adyacencia  $A(G) := (a_{i,j}) \in NxN$  es una matriz de  $NxN$ , donde el número de columnas y de renglones está relacionado con la etiqueta del nodo al que se refiere dentro de la matriz. Cada elemento de la matriz  $a_{ij}$  representará con un número si el nodo  $i$  se conecta con el nodo  $j$  de tal manera que

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si no existe un enlace entre dos nodos.} \\ 1 & \text{si existe un enlace entre dos nodos} \end{cases} \quad (1.5)$$

Si el grafo no tiene conexiones hacia sí mismo entonces la diagonal será solo de ceros, mientras que fuera de la diagonal puede contener ceros o unos. Como ejemplo se muestra el siguiente grafo junto con su matriz de adyacencia:

(a) Ejemplo gráfico de un grafo  $G$ 

$$A = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

(b) Matriz de adyacencia del grafo  $G$ 

Figura 1.1: Grafo con su matriz de adyacencia

Otra matriz de importancia con más información que la matriz de adyacencia es la matriz Laplaciana  $L := (l_{i,j}) \in N \times N$ , cuya diagonal contendrá el grado de nodo del nodo correspondiente, de manera que  $l_{i,j}$  cuando  $i = j$  es  $l_{ii} = -k_i$  con  $k_i$  siendo el grado de nodo. De tal manera que:

$$l_{ij} = \begin{cases} -k_i & \text{si } i = j \\ 1 & \text{si existe un enlace entre dos nodos y es fuera de la diagonal.} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (1.6)$$

Así, la matriz Laplaciana del grafo anterior de la figura 1.1 es:

$$L = \begin{Bmatrix} -3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -3 \end{Bmatrix}$$

De esta manera es posible representar fácilmente un grafo sin necesidad de un dibujo.

Con las siguientes referencias [17] y [19] se da una breve introducción a los modelos de red. En la necesidad de una representación más realista de los grafos en el mundo, se estudian los grafos aleatorios en áreas de ciencias, computación, matemáticas y estadística, con el fin de acercarse a fenómenos que puedan ser mostrados con grafos. Estos estudios se enfocan en los tipos de grafos aleatorios y de sus cualidades topológicas para comprender el comportamiento y sus aplicaciones. A continuación se describen algunos tipos de grafos aleatorios:

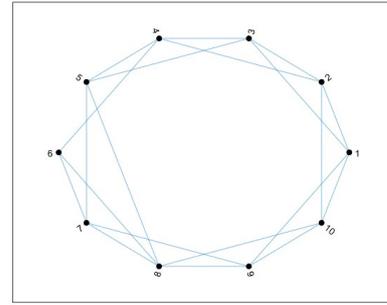
1. Redes de Mundo Pequeño: Un modelo, creado inicialmente con el algoritmo Watts-Strogatz (WS) [17] que combina propiedades de un grafo regular y de uno aleatorio. El algoritmo tiene los siguientes pasos

- a) Se construye un grafo de anillo regular de  $N \in \mathbb{Z}$  nodos, conectados a  $k$  vecinos, siendo  $\frac{k}{2}$  los vecinos de cada lado.
- b) Cada enlace de cada nodo tiene una probabilidad de reconexión  $p \in [0, 1]$ , la reconexión de cada enlace implica que en un enlace, un extremo siga conectado al nodo en el cual se realiza la reconexión, mientras que el otro extremo se desconecta del nodo al que estaba conectado, se escoge de manera aleatoria y uniforme cualquier otro nodo de la red para realizar la reconexión, eludiendo ciclos y duplicación de enlaces.

A continuación, como ejemplo se muestra la matriz de adyacencia y la ilustración de una red WS con  $N = 2$ ,  $k = 2$  y  $p = 0.2$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

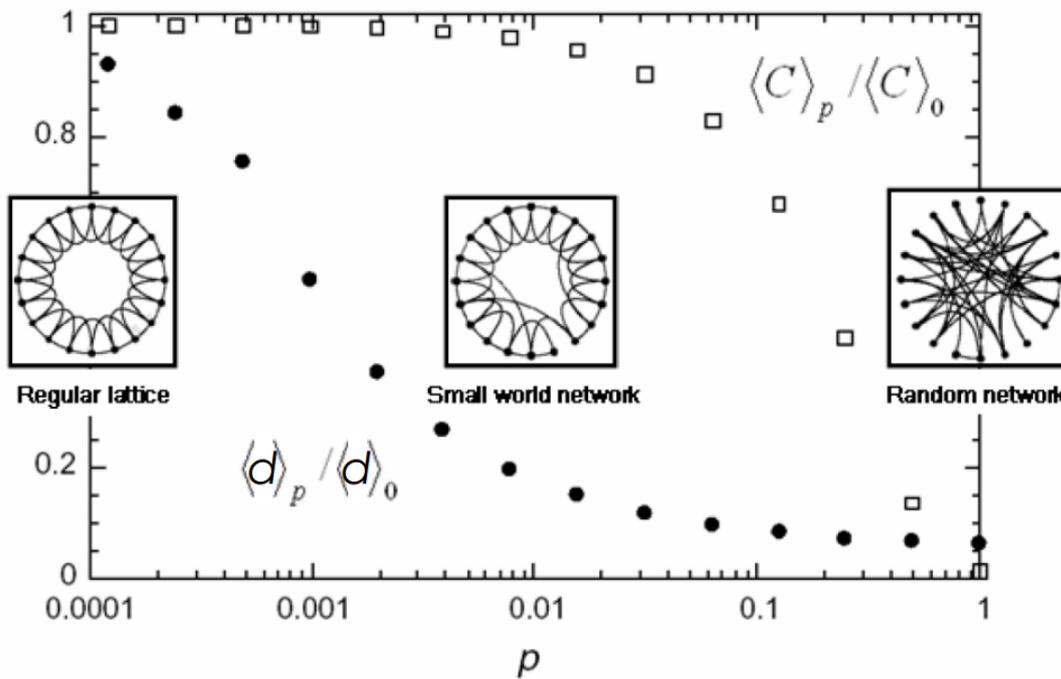
(a) Matriz de adyacencia de red WS



(b) Ilustración de la red WS

Figura 1.2: Matriz de adyacencia e ilustración de una red Watts-Strogatz con  $N = 10$ ,  $k = 2$  y  $p = 0.2$ 

El Modelo Watts-Strogatz crea según la probabilidad de realambrado grafos regulares y grafos aleatorios, a continuación se muestra una imagen en la cual existen las propiedades del mundo pequeño con la condición sobre  $p$ .

Figura 1.3: Se muestra que en  $p = 0.01$  se exhiben las propiedades de mundo pequeño, imagen recuperada de la referencia [9]

Como resultado general de Watts-Strogatz se obtiene una estructura que muestra el agrupamiento típico de grafos regulares y la longitud de camino promedio de los grafos aleatorios. Las características topológicas de este modelo son:

- Longitud de camino promedio  $L \approx \log(n)$ .
- Coeficiente de agrupamiento  $C \approx 3/4$ .
- $P(k)$  como distribución de Poisson.

2. Modelo de escala libre: Un modelo que produce grafos con distribuciones de grado de nodo de libre escala, esto implica que existen nodos con muchos enlaces, llamados también "nodos concentradores". Este modelo se basa en el algoritmo de Barabási-Albert (BA) [13] cuyo principio es el acoplamiento preferencial. En esta tesis se usará el modelo de Biaconi-Barabasi (BB) [20] que tiene un parámetro fitness  $\eta_i$  que es distribuido en los nodos mientras se crean. Si  $\eta_i = \eta_j$  para todo  $i, j$ , entonces el algoritmo es igual al de BA.

Los pasos para construir la red de BB son los siguientes:

- a) Se inicia una red con un número pequeño de  $m_0$  nodos, los cuáles tendrán un parámetro llamado fitness, que tendrá solo una de las siguientes distribuciones para cada red.
- 1) Distribución aleatoria y uniforme.
  - 2) Distribución aleatoria y exponencial.
  - 3) Todas  $\eta_i$  iguales (caso de Barabasi-Albert).
- b) A cada paso de tiempo se añade un nuevo nodo con  $m \leq m_0$  enlaces que se conecten al nuevo vértice a  $m$  diferentes vértices que ya se encuentren en el sistema. Los nuevos enlaces se conectarán con probabilidad  $\Pi$  que dependerá de la conectividad  $k_i$  y de  $\eta_i$ .

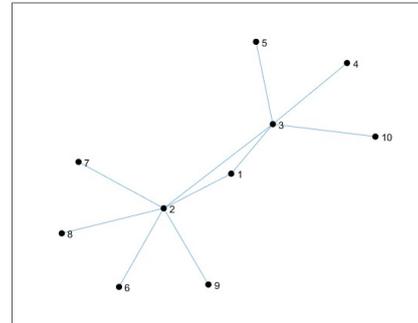
$$\Pi_i = \frac{\eta_i k_i}{\sum_j \eta_j k_j} \quad (1.7)$$

$k_i$  es el grado de nodo del nodo actual al que trata de conectarse el nodo nuevo,  $\eta_i$  es el factor fitness asignado a cada nodo, mientras que  $\sum_j \eta_j k_j$  es la suma de grado de nodo de todos los nodos en el sistema.

Se presenta a continuación un ejemplo de la red BB con  $N = 10$ ,  $\eta_i = 1$  para presentar un grafo Barabasi-Albert a partir del modelo Biaconi-Barabasi. Se presenta la matriz de adyacencia y la ilustración de la red:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Matriz de adyacencia de red BA



(b) Ilustración de la red BA creada a partir del algoritmo BB.

Figura 1.4: Matriz de adyacencia e ilustración de una red Biaconi-Barabasi con  $N = 10$ ,  $\eta_i = 1$ . Se puede ver que los agentes 2 y 3 son nodos concentradores.

Mostrando otro ejemplo para el modelo BB ahora con un grafo con  $\eta_i$  distribuido de manera aleatoria y uniforme se obtiene lo siguiente:

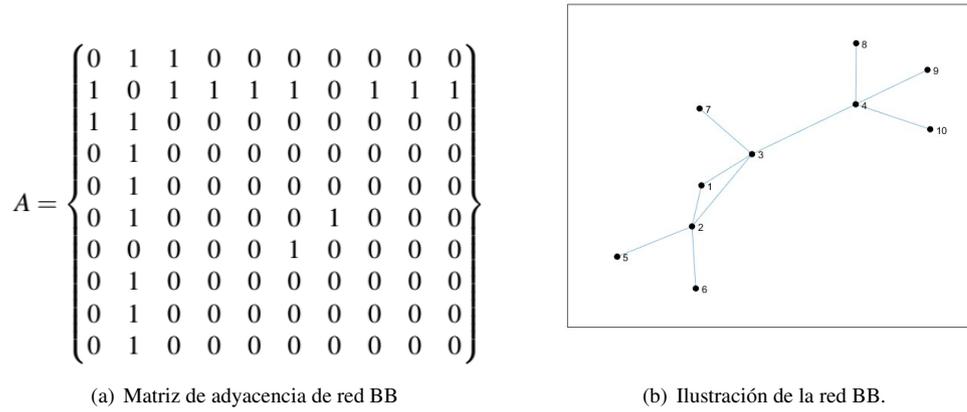


Figura 1.5: Matriz de adyacencia e ilustración de una red Biaconi-Barabasi con  $N = 10$ ,  $\eta_i$  distribuida aleatoriamente y uniformemente. Se puede ver que los agentes 3 y 4 son nodos concentradores.

Se generan estructuras similares a las del World Wide Web y las redes sociales. Las características topológicas de este modelo son:

- $C \approx 1.255$ .
- $P(k)$  como distribución de ley de potencias.

con las propiedades topológicas de los grafos aleatorios es posible analizar comportamientos de múltiples ramas de la ciencia. En el siguiente apartado se nombrará una serie de estudios alrededor de los grafos.

En esta tesis se estudiará el modelo de Deffuant y se extenderá a una estructura de red. Se espera que las propiedades topológicas de las redes influyan de manera relevante en el resultado del modelo.

## 1.2. Planteamiento del problema

El modelo de Sznajd fue el primer paso para el modelo de Deffuant añade ecuaciones para simular la dinámica de opinión en un grupo de agentes sociales; por otro lado, el modelo sigue siendo un planteamiento sencillo que abre más preguntas. La sociedad está estructurada en forma de diferentes redes complejas, tales como redes de mundo pequeño, redes jerárquicas, redes de escala libre. El hecho de una estructura modifica el resultado de una dinámica de opinión, desde la existencia de personas más influenciables que otras, hasta la aparición de personas con alto carisma, que les permite influenciar fácilmente a otros.

Para poder aplicar la estructura a modelos de dinámica de opinión, se tienen que seguir pasos para facilitar la extensión de modelos de dinámica de opinión. A continuación se explica cómo implementarlo.

Los autómatas celulares son modelos matemáticos para sistemas dinámicos, éstos evolucionan con pasos de iteración discretos. Cuando se habla de un autómata celular, usualmente se piensa en un vector, en este caso  $S$ , a cada componente del vector se le denomina celda o célula  $s_i(t)$ . A cada célula le corresponde un estado, generalmente 1 o -1 (blanco o negro):



Figura 1.6: Representación gráfica de un vector con cinco componentes, representado con números el vector es  $S = \{-1, 1, 1, 1, -1\}$

Este tipo de autómatas se denominan "autómatas unidimensionales". Los autómatas evolucionan mediante unas reglas definidas y que usualmente están relacionadas con la  $i$ -ésima célula y con su vecindad.

Se considera el estado inicial  $S(t = 0)$  como un vector definido, los estados  $S(t + 1)$  son obtenidos a partir del estado anterior  $S(t)$ , dependiendo de la información que las células obtengan de los estados anteriores de sus vecinas y de sus propios estados anteriores. El modelo de Sznajd anteriormente mencionado se basa en el modelo de Ising en una dimensión, el cual es un autómata celular que sigue una serie de reglas para obtener los resultados de propagación de opinión. A continuación se mostrará el ejemplo del modelo de Sznajd y su funcionamiento.

Considere las reglas del modelo de Sznajd en un autómata celular. Para un grupo de  $N = 10$  agentes ordenados en una dirección con condiciones de frontera cíclica.



Figura 1.7: Ejemplo de arreglo con  $N = 10$  agentes en el estado inicial  $t = 1$

Los agentes tienen uno de dos estados posibles,  $S_i = \{-1, 1\}$  representados por los colores negro y blanco respectivamente, con  $i = \{1, 2, \dots, 10\}$ , donde  $t \in \mathbb{N}$  que representa el paso de iteración. En el estado inicial cada uno de los agentes comienza con un estado aleatorio con una distribución uniforme. Se escoge un agente al azar en cada iteración  $t$  y se aplica una de las dos reglas para este modelo, los agentes no escogidos mantienen su estado para la siguiente iteración. En las figuras 1.8 y 1.9 se muestran las iteraciones aplicando la regla 1 y la regla 2 respectivamente hasta llegar al consenso o a la fragmentación. En las figuras anteriormente mencionadas se representa con un rombo el agente escogido, ahora con el índice  $k$ , para aplicar una regla.

1. Regla 1 (validación social): Si  $S_i(t) = S_{i+1}(t)$  entonces  $S_{i-1}(t+1) = S_{i+2}(t+1) = S_i(t)$ . De otro modo, se escoge otro agente al azar y se repite el proceso.
2. Regla 2 (Discordia): Si  $S_i(t) = -S_{i+1}(t)$  entonces  $S_{i-1}(t+1) = S_{i+1}(t)$  y  $S_{i+2}(t+1) = S_i(t)$ . De otro modo, se escoge otro agente al azar y se repite el proceso

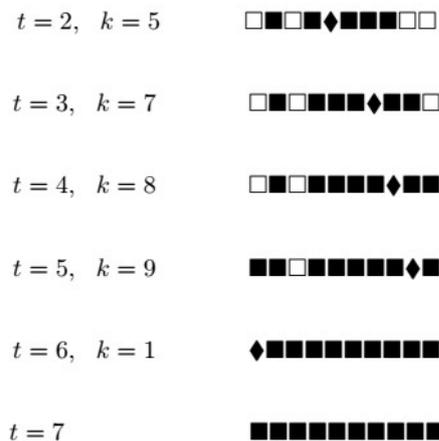


Figura 1.8: Ejemplo aplicando la regla 1 en agentes con vecino a la derecha del mismo color para mostrar consenso. En cada iteración  $t$ , el agente escogido en  $t - 1$  se representa con un rombo en la siguiente iteración para mostrar los vecinos que cambiaron debido a este agente. Las iteraciones se detienen hasta alcanzar la opinión invariante en  $t = 7$ ; es decir, el consenso. En el consenso se muestra la propagación de opinión.

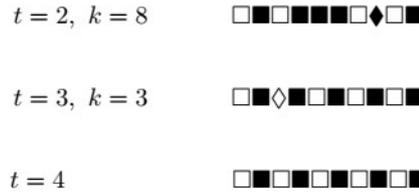


Figura 1.9: Ejemplo aplicando la regla 2 en agentes con vecino a la derecha de distinto color para mostrar discordia. En cada iteración  $t$ , el agente escogido en  $t - 1$  se representa con un rombo en la siguiente iteración para mostrar los vecinos que cambiaron debido a este agente. Las iteraciones se detienen hasta alcanzar opiniones invariantes en  $t = 4$ ; es decir, la fragmentación.

Dadas estas dos reglas se puede llegar a dos resultados estacionarios, un consenso (estado ferromagnético) o una fragmentación (estado anti-ferromagnético). Cuando en el modelo, la posición de las celdas no indica quiénes son los vecinos para que se cree la interacción, se puede hablar de redes, donde las parejas de vecinos se generan por medio de otra estructura [11].

Llevando ésta idea, en lugar de reglas se puede plantear una ecuación en diferencias para obtener la dinámica de un solo agente y su manera de interactuar con los agentes a su alrededor, con esto en mente, se describen a continuación ecuaciones para la dinámica de agentes, siendo conocidas como las ecuaciones del modelo de Deffuant.

El modelo de Deffuant [7] está diseñado para capturar el surgimiento de consenso o fragmentación de opiniones de un grupo de agentes con opiniones representadas como un número real entre cero y uno que se ajustan por interacción de un par de agentes a la vez. El modelo consiste en un grupo de  $N \in \mathbb{Z}$  agentes sin restricción espacial, cada agente tiene una opinión continua  $x_i(t) \in [0, 1]$  con  $i \in v = \{1, 2, \dots, N\}$  para cada tiempo  $t \in \mathbb{Z}$ . Solamente un par de agentes interactúan a cada paso de tiempo, mientras que el resto de los agentes mantienen el estado que tenían en el instante de tiempo anterior. El único par de agentes, mencionado anteriormente se escoge de manera aleatoria y uniforme en el sistema, el agente  $i$  y el agente  $j$  tal que  $i \neq j$  y  $j \in \rho_i$  siendo  $\rho_i$  el conjunto de primeros vecinos del agente  $i$ .

Se describe el modelo con los siguientes pasos:

Dado un grupo de  $N \in \mathbb{Z}$  agentes que se describen como  $x_i(t)$  con  $t = 0, 1, 2, \dots$  y  $i \in v = \{1, 2, \dots, N\}$  cada uno con una opinión inicial  $x_i(0) \in [0, 1]$ .

1. Las opiniones de los agentes en el instante siguiente se calculan como sigue:

a) Solo un par de nodos son escogidos al azar,  $i, j \in v[v = \{1, 2, \dots, N\}]$  con  $j \in \rho_i$ , interactúan de acuerdo con la siguiente regla :

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (1.8)$$

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (1.9)$$

Se interpreta que si los agentes se encuentran dentro de la tolerancia entonces ambos son influenciados debido a la opinión del agente contrario. Se define  $\mu \in [0, 0.5]$  como el parámetro de convergencia y  $d \in [0, 0.5]$  como la tolerancia o el rango de interacción para cada agente; es decir, la distancia entre opiniones para la cual se permite la interacción entre los agentes.

b) Los agentes que no fueron escogidos en este instante  $t$  mantienen su opinión sin cambio, tal que  $x_k(t+1) = x_k(t)$ ,  $k \in v$ ,  $k \neq i, j$

2. Se repite el paso anterior hasta satisfacer una condición de paro, cuando se dé la condición de paro se considera que el sistema ha llegado a uno o más opiniones invariantes. Sea  $\Delta x_i(t)$  el error entre las diferencias de opinión del agente  $i$  entre  $x_i(t)$  y  $x_i(t-1)$ , si

$$\Delta x(t) = |x(t-1) - x(t)| < \varepsilon \quad (1.10)$$

y sea

$$\varepsilon_v(t) = \sum_{\rho_v=1, \rho_v \neq v}^N |x_v(t) - x_{\rho_v}(t)| \quad (1.11)$$

con  $v = \{1, 2, \dots, N\}$  el error entre el agente  $v$  y los agentes dentro del rango de interacción de  $x_v(t)$ . Si se cumplen las siguientes condiciones entonces  $\omega = 1$  activa la condición de paro después de 10 iteraciones, si no se cumplen las condiciones entonces  $\omega = 0$ , por lo cual el sistema sigue evolucionando.

$$\omega = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta x(t) < \varepsilon \text{ y } \sum_{v=1}^N \varepsilon_v(t) < \varepsilon \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (1.12)$$

El modelo de Deffuant se define como un sistema de ecuaciones lineal por partes, y debido a que las ecuaciones se mantienen fijas a través del tiempo se dice que es un sistema determinista, sin embargo existen soluciones estacionarias locales en el espacio de opinión para un  $d$  acotado, donde el número de estados estacionarios dependen del valor de  $d$ . Debido a la naturaleza de selección aleatoria de los agentes  $i, j$ , las regiones de atracción dentro del espacio de opinión tienen probabilidad de que un par de agentes alcance a estar dentro de estas regiones; es decir, cada realización del modelo de Deffuant puede tener diferentes opiniones invariantes en diferentes regiones, en ocasiones pueden ser más opiniones invariantes (con  $x(0), d, \mu$  fijos se obtienen diferentes resultados por la selección aleatoria de agentes) como se verá más adelante en las definiciones de consenso fuerte y consenso débil con los mismos parámetros de simulación. El modelo de Deffuant exhibe un valor crítico  $d_c$  para el cual todos los agentes llegan solo alcanzan el consenso (una sola opinión invariante), siendo  $d_c = 0.5$  [21], por lo que para  $d > 0.5$  se alcanza el consenso y para  $d < 0.5$  es posible obtener varios estados estacionarios, debido a esto y a que  $d$  tiene que ser mayor a 0 por ser una distancia, los valores que se toman en cuenta para  $d$  siendo global es  $d \in [0, 0.5]$ .

Por otro lado, para definir los valores de  $\mu$  se realiza un análisis de la estabilidad del sistema, obtenemos la matriz Jacobiana, definida como:

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Específicamente para el modelo de Deffuant obtenemos la siguiente matriz Jacobiana:

$$J_{Deffuant} = \begin{bmatrix} 1 - \mu & \mu \\ \mu & 1 - \mu \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Para los valores de  $\mu < 0$  obtenemos que los valores propios de la matriz Jacobiana son  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 > 1$ . Para los valores de  $\mu \in [0, 1]$  obtenemos que los valores propios de la matriz Jacobiana son  $\lambda_1 \in [-1, 1], \lambda_2 = 1$ . Para los valores de  $\mu > 1$  obtenemos que los valores propios de la matriz Jacobiana son  $\lambda_1 < -1, \lambda_2 = 1$ . De esta manera podemos clasificar la estabilidad del sistema para los distintos valores de  $\mu$ .

- Primer caso  $\mu < 0$ . Dado que  $|\lambda_1| = 1$  y  $|\lambda_2| > 1$  entonces decimos que el sistema en este caso es inestable.

- Segundo caso  $\mu \in [0, 1]$ , dentro de este caso se pueden obtener dos subcasos:
  - $\mu = 0, 1$ . En este caso  $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 1$ , decimos que es un centro.
  - $\mu \in (0, 1)$ . En este caso  $|\lambda_1| < 1$  y  $|\lambda_2| = 1$ , decimos que es un punto neutro estable.
- Tercer caso  $\mu > 0$  Dado que  $|\lambda_1| > 1$  y  $|\lambda_2| = 1$ , decimos que este caso es inestable.

Para que el sistema sea convergente  $\mu \in (0, 1)$ , sin embargo la convergencia es más lenta cuando  $\mu > 0.5$ , por lo que los valores de  $\mu$  que son escogidos para el modelo de Deffuant son  $\mu \in (0, 0.5]$

Para la construcción del modelo de Deffuant en una red compleja en un programa fue necesario repasar cómo representar la red. Iniciando de manera más sencilla con representar los autómatas celulares y sus reglas. Al mismo tiempo se escogen redes representativas de interacciones sociales, como lo son las redes de mundo pequeño y las redes de escala libre. Las redes de mundo pequeño, que presentan un fenómeno en el cual dentro de un grafo aunque la mayoría de los nodos no sean vecinos entre sí, pueden ser alcanzados por un camino corto (longitud de camino promedio), éste fenómeno es relevante debido a que socialmente se ha estudiado cómo dos personas en cualquier parte del mundo pueden conocerse en un camino promedio de 6 personas (6 grados de separación), fenómeno presentado en el experimento de Milgram [12]. Por otra parte, las redes de escala libre, son redes las cuales tienen nodos concentradores, típico del internet, redes de comercio, redes de amistades entre personas, etc... Se dice que son de escala libre debido a que la red presenta una distribución de grado usual independientemente del tamaño de la red, manteniéndose a lo largo del tiempo, como fue presentado en la WWW en el trabajo de Lászlo Bábarasi [13].

A partir de lo antes mencionado sobre la extensión de fenómenos sociales en física estadística, los modelos de dinámica de opinión en sistemas sociales, las ecuaciones de un modelo social y la estructura de una red es posible extender el modelo de Deffuant a una red compleja. Creando la red, cada nodo será el equivalente a un agente, el cual tendrá las ecuaciones dinámicas para su evolución a través del tiempo, para obtener un resultado es necesario imponer condiciones iniciales a cada agente, en otras palabras cada agente tendrá una opinión inicial. Con todas las consideraciones anteriores se pueden crear variantes del modelo de Deffuant.

La variante del modelo de Deffuant Desbalanceado que se presenta más adelante es una propuesta original de esta tesis, utilizando  $d_i$  para cada uno de los agentes y siendo modificada dependiendo de la estructura de la red, si la red es regular  $d_i$  se reparte de manera uniforme, mientras que en otras redes como la de escala libre podemos darle relevancia mediante la estructura, tal que  $d_i = \frac{1}{k_i}$  donde  $k_i$  es el grado de nodo, convirtiendo a los nodos concentradores en nodos con gran influencia, mientras los nodos con menos enlaces son considerados nodos influenciados. La propuesta para la red de escala libre conduce a la polarización de opiniones, siendo relevante en temas sociales.

## 1.3. Objetivo e Hipótesis

### 1.3.1. Objetivo

El objetivo general de esta tesis es realizar un análisis dinámico del comportamiento estacionario de las variantes del modelo de Deffuant en redes de mundo pequeño y de escala libre. Para alcanzar este objetivo se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Determinar las condiciones para que el comportamiento estacionario antes mencionado exista y las características con las que cuentan (consenso o fragmentación).
- Definir variantes en las ecuaciones de evolución y en la estructura de la red. Presentando el Modelo de Deffuant Balanceado y Modelo de Deffuant Desbalanceado, extendiéndolos a redes de mundo pequeño Watts-Strogatz y redes de escala libre Biaconi-Barabasi.
- Indagar sobre la relevancia de los parámetros  $d, \mu$ , las condiciones iniciales  $x(0)$  y la estructura de la red, mostrando cómo es posible obtener resultados de consenso o fragmentación a partir de diferentes condiciones en los modelos.

### 1.3.2. Hipótesis

Se espera que con la introducción de una estructura en el modelo de Deffuant original se modifiquen las condiciones que conducen al resultado estacionario de consenso o de fragmentación. El modelo de Deffuant original se puede ver como una red con estructura de todos contra todos, al ser posible la interacción entre todos los nodos de la red. Suponemos que en la variante del modelo de Deffuant balanceado se obtendrán resultados similares a los del modelo de Deffuant clásico, debido a la distribución uniforme de las condiciones iniciales. Las opiniones de los agentes tienen tendencia a dirigirse al promedio de los nodos vecinos, esto puede provocar un resultado similar al original, siendo  $d$  la mayor influencia sobre los resultados. Al aplicarse a una red de mundo pequeño puede ser relevante el resultado, mostrando cómo se distribuye la información en diferentes sistemas sociales, mostrando la influencia del coeficiente de agrupamiento y de la longitud de camino promedio.

El modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre al tener una dinámica diferente y al depender del grado de nodo, puede presentar resultados relevantes, debido a la presencia de nodos concentradores y de su importancia en la red. Esta variante puede presentar influencia de los nodos concentradores hacia todos los demás nodos de la red. Este resultado puede ser útil para fenómenos sociales, debido a que hace referencia a nodos o personas importantes que tienen muchas conexiones y son una alta influencia en la sociedad. Esta red se relaciona a la World Wide Web, así que los resultados pueden ser relevantes para páginas de internet y el alcance que tienen en las personas. A continuación se describen los resultados obtenidos en esta tesis.

## 1.4. Resultados y descripción de la tesis

Los resultados obtenidos en la tesis son específicos para determinadas condiciones iniciales usadas en este trabajo. Todos los resultados (exceptuando el caso donde se usan condiciones iniciales distribuidas de manera normal) inician con las mismas condiciones iniciales; es decir, se indaga el comportamiento estacionario del sistema modificando uno de los parámetros del modelo, sean  $d$ ,  $\mu$  o la estructura de la red (definidas y específicas también para este trabajo).

El parámetro  $\mu$  afecta en la duración del comportamiento transitorio del sistema, a menor  $\mu$  la duración del comportamiento transitorio se incrementa mientras que a mayor  $\mu$  ocurre una reducción. Es posible manipular el número de opiniones invariantes mediante las condiciones iniciales.

En el modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño, en general se muestra fragmentación con múltiples clusters para rangos de interacción bajos, sin embargo suele existir un cluster que contiene una fracción de agentes mayor al promedio. En los resultados de la variación del parámetro de convergencia se suele mostrar como el tiempo aumenta a medida que  $\mu$  descende, sin embargo para  $p = 0$  el tiempo entre ambos resultados de  $\mu$  es similar, se puede concluir que la estructura de esta red afecta de igual manera la convergencia de las opiniones. También se observó un comportamiento indeterminado de las opiniones debido a cómo está conectada la red, clusters cercanos de opinión intercambian agentes durante un largo periodo de tiempo. Las condiciones iniciales distribuidas de manera normal y uniforme pueden recuperar el consenso en cierta medida, mientras más cercanas sean más fuerte será el consenso.

En el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño se observa un incremento considerable en el tiempo de convergencia, con todos los resultados de la variación de  $\mu$  sin converger completamente, superando el límite para la simulación. Se observa tendencia al consenso fuerte para todos los casos y aparentemente mientras menor es  $p$  la convergencia es más rápida. Por otro lado, las condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria llevaron al consenso fuerte.

En el modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre, al disminuir  $d$  se observa múltiples agentes separados y aislados, obteniendo un mayor número de opiniones estables e invariantes de las que se habían observado, teniendo un menor número de agentes en cada grupo de opinión, se muestra también mayor uniformidad en los clusters de opinión, teniendo una fracción de agentes pequeña. Para  $d = 0.4$  solo se observó consenso débil. Los resultados de  $\mu$  muestran que la red tiene tendencia a tener tiempos largos para  $d = 0.5$  (caso que suele llevar a la convergencia fácilmente en otros resultados). Para condiciones iniciales distribuidas

de manera aleatoria y normal se observa que fácilmente se puede alcanzar el consenso débil, sin embargo siguen existiendo múltiples agentes aislados.

En el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre se observa que a diferencia de la variante anterior, los agentes forman clusters de diferente tamaño (dependiendo del nodo concentrador al que estén conectados), siendo el caso con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial el más notable, donde se puede ver que el único nodo concentrador forma la fracción más grande de nodos con la misma opinión. En este caso  $\mu$  afecta al tiempo de convergencia de los agentes, a menor  $\mu$  mayor es el tiempo de convergencia, en el caso con  $\eta_i$  aleatoriamente exponencialmente distribuido se llega al consenso. Para condiciones iniciales distribuidas de manera aleatoria y normal se observa tendencia al consenso fuerte a través de un largo periodo de tiempo, similar al caso del modelo WS con  $p = 0$ , las opiniones entre agentes concentradores suelen intercambiarse durante un largo periodo de tiempo en algunos casos.

Con todo esto en mente, en el Capítulo 1 se introduce a los modelos de dinámica de opinión, específicamente al modelo de Deffuant y el contexto histórico en el que se desarrolla desde los autómatas celulares, el modelo de Ising, el modelo de Snzajid hasta llegar al modelo de Deffuant clásico. Se plantea extender el modelo mediante las redes complejas con el objetivo de estudiar el comportamiento estacionario del sistema, siendo influenciado por la dinámica de la red. A través del objetivo y de la hipótesis se define el trabajo a realizar y lo que se espera en la simulación del modelo con estructura. Se resume los resultados obtenidos y se plantean los pasos a seguir para obtener los resultados deseados. Al final del capítulo se propone trabajo para realizar a futuro.

En el Capítulo 2 se especifica el modelo de Deffuant y se identifican los resultados posibles variando los parámetros del modelo. Se dan ejemplos de cómo se llega al consenso y a la fragmentación, además de sugerir cuáles son los aspectos más influyentes para los resultados.

En el Capítulo 3 se definen las variantes del modelo de Deffuant, se dan ejemplos para observar el comportamiento con redes pequeñas y se varían diferentes parámetros en redes con  $N = 100$  para obtener resultados sobre si los parámetros originales del modelo son o no más influyentes que la estructura de la red.

En el Capítulo 4 se escriben los resultados obtenidos en el Capítulo 3, discutiendo y concluyendo la relevancia de la estructura de la red. A continuación en el siguiente capítulo se muestran los resultados del modelo de Deffuant clásicos.

En el siguiente capítulo se exploran resultados en el modelo de Deffuant clásico variando diferentes parámetros.

## Capítulo 2

# El modelo de Deffuant clásico

En el capítulo anterior se mencionó brevemente el modelo de Deffuant, en este capítulo se expondrán algunos resultados típicos del modelo. Usualmente son posibles dos resultados a largo plazo: consenso y fragmentación. El consenso se divide en consenso fuerte y consenso débil.

- Consenso fuerte: Sucede cuando se forma un solo cluster<sup>1</sup> de opinión.
- Consenso débil: Sucede cuando la mayoría de los agentes están en un cluster de opinión, con excepción de las alas.<sup>2</sup>
- Fragmentación: Sucede cuando casi toda la red tiene opiniones distintas o cuando se forman clusters de opinión de tamaño muy pequeño.

Los resultados anteriores son los esperados, con esto en mente se mostrarán diferentes ejemplos en los cuales se describe el proceso y se brinda información relevante. A continuación se consideran en los siguientes ejemplos, un grupo de  $N = 10$  agentes con opiniones iniciales distribuidas de manera aleatoria y uniforme. Se mostrarán dos ejemplos, donde para el primero  $d = 0.4$ , mientras que para el segundo  $d = 0.2$ . Ambos ejemplos mantienen constantes  $\mu = 0.5$  y las opiniones iniciales  $x_i(0)$ . Cada paso de tiempo es llamado tick, en un tick solamente interactua un par de agentes, mientras que los demás agentes mantienen sus opiniones constantes.

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (2.1)$$

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (2.2)$$

Se mostrarán el conjunto las ilustraciones de Opinión vs Ticks y sus histogramas, de manera que en la ilustración de Opinión vs Ticks se muestre el tiempo que tarda el sistema en llegar al comportamiento estacionario y el número de opiniones invariantes, por otro lado en los histogramas se mostrará la cantidad de agentes en cada cluster de opinión, observando si hay algún cluster principal.

### 2.1. Ejemplo 1 del modelo de Deffuant clásico

Este ejemplo se realizó con  $d = 0.4$ ,  $N = 10$  y  $\mu = 0.5$ ,  $x_i(0)$  constantes. Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla serán llamados  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Se presentarán los  $t = 0, 1, 2$  mostrando las condiciones iniciales y cómo interactúan. De igual manera se presentarán las últimas 3 interacciones del sistema.

<sup>1</sup>Cluster: Un cluster son dos o más agentes que pertenecen a un mismo grupo

<sup>2</sup>Alas: Las alas son agentes o clusters con una misma opinión, siendo un cluster diferente al cluster de opinión principal (de mucho mayor tamaño), la cantidad de agentes pertenecientes a este agrupamiento es menor al 5% de la población.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=1	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=2	0.4979	0.0883	0.3107	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.3943	0.2136

Cuadro 2.1: Primera interacciones del ejemplo 1,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.4$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 5 y 7, son seleccionados al azar, dado que  $x_5(0) = 0.0272$  y  $x_7(0) = 0.7406$  entonces  $|x_5(0) - x_7(0)| = 0.7134 > d$ , por lo tanto sus opiniones se mantienen sin cambio:

$$x_5(1) = x_5(0)$$

$$x_7(1) = x_7(0)$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_2$  y  $x_8$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_2(1) - x_8(1)| = 0.3342 < d$ , ocurre la siguiente operación:

$$x_2(2) = x_3(1) + \mu(x_8(1) - x_2(1)) = 0.3107$$

$$x_8(2) = x_8(1) + \mu(x_2(1) - x_8(1)) = 0.3943$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 2.1. Estos pasos se repiten hasta el tick 150 (comportamiento estacionario). Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 160; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=158	0.4379	0.4377	0.4378	0.4377	0.4378	0.4379	0.4377	0.4377	0.4378	0.4378
t=159	0.4379	0.4377	0.4378	0.4377	0.4378	0.4379	0.4378	0.4377	0.4378	0.4378
t=160	0.4379	0.4377	0.4378	0.4377	0.4378	0.4379	0.4378	0.4377	0.4378	0.4378

Cuadro 2.2: Últimas interacciones del ejemplo 1,  $t = 0, 1, 2$  con  $d = 0.4$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(160)$  como se observa en  $t = 160$ .

donde

$$\Delta x(150) = |x(160) - x(159)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(160)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.001$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v = 0.0009$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

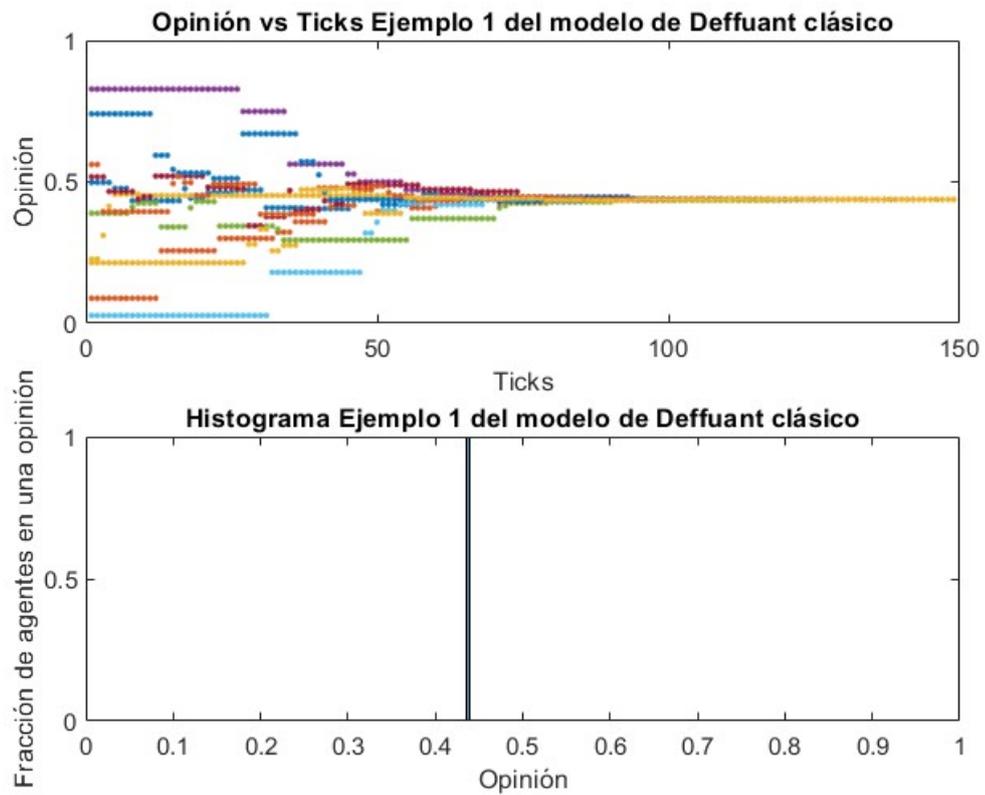


Figura 2.1: Ilustración del ejemplo 1 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 160 ticks, se observa consenso de opiniones.  $d = 0.4$  y  $\mu = 0.5$

## 2.2. Ejemplo 2 del modelo de Deffuant clásico

Este ejemplo se realizó con  $d = 0.2$ ,  $N = 10$  y  $\mu = 0.5$ ,  $x_i(0)$  constantes, iguales al ejemplo anterior. Se presentarán los  $t = 0, 1, 2$  mostrando las condiciones iniciales y cómo interactúan. De igual manera se presentarán las últimas 3 interacciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=1	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=2	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136

Cuadro 2.3: Primeras interacciones del ejemplo 2,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.2$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 9 y 6, son seleccionados al azar, dado que  $x_9(0) = 0.2136$  y  $x_6(0) = 0.5176$  entonces  $|x_9(0) - x_6(0)| = 0.3040 > d$ , por lo tanto sus opiniones se mantienen sin cambio:

$$x_9(1) = x_9(0)$$

$$x_6(1) = x_6(0)$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_0$  y  $x_3$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_0(1) - x_3(1)| = 0.3300 > d$ , ocurre lo siguiente sin cambio:

$$x_0(2) = x_0(1)$$

$$x_3(2) = x_3(1)$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 2.3. Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 300; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=298	0.4507	0.1629	0.1628	0.7448	0.4505	0.1628	0.4498	0.7448	0.7448	0.1629
t=299	0.4507	0.1629	0.1628	0.7448	0.4505	0.1628	0.4498	0.7448	0.7448	0.1629
t=300	0.4505	0.1629	0.1628	0.7448	0.4505	0.1628	0.4502	0.7448	0.7448	0.1629

Cuadro 2.4: Últimas interacciones del ejemplo 2,  $t = 298, 299, 300$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.2$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(300)$  como se observa en  $t = 300$ .

donde

$$\Delta x(300) = |x(300) - x(299)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(160)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.001$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v = [0.0002, 0.00004, 0.00004, 0.00001, 0.0003, 0.00004, 0.0005, 0.000007, 0.000008, 0.00004]$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

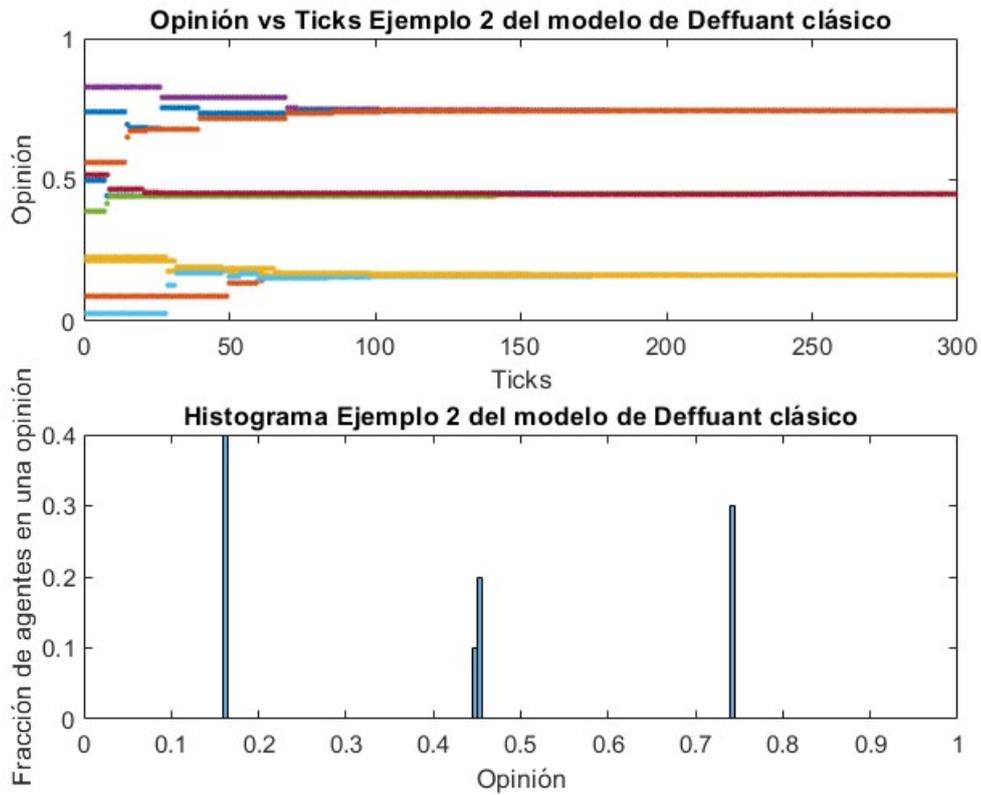


Figura 2.2: Ilustración del ejemplo 2 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 300 ticks, se observa fragmentación de opiniones.  $d = 0.2$  y  $\mu = 0.5$

Por otro lado, el parámetro  $\mu$  tiene efecto sobre el tiempo en el que tarda el sistema en llegar a su opinión invariante, debido a que afecta al peso del cambio de opinión en cada interacción volviendo lenta o rápida la convergencia del modelo. A continuación se mostrarán dos ejemplos, en el Ejemplo 3  $\mu = 0.5$ , mientras que en el Ejemplo 4  $\mu = 0.1$ , ambos tendrán  $d = 0.5$  y las mismas condiciones iniciales de antes.

### 2.3. Ejemplo 3 del modelo de Deffuant clásico

Este ejemplo se realizó con  $d = 0.5$ ,  $N = 10$  y  $\mu = 0.5$ ,  $x_i(0)$  constantes, iguales al ejemplo anterior. Se presentarán los  $t = 0, 1, 2$  mostrando las condiciones iniciales y cómo interactúan. De igual manera se presentarán las últimas 3 interacciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=1	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=2	0.4979	0.0883	0.3107	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.3943	0.2136

Cuadro 2.5: Primeras interacciones del ejemplo 3,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 5 y 3, son seleccionados al azar, dado que  $x_5(0) = 0.0272$  y  $x_3(0) = 0.8279$  entonces  $|x_5(0) - x_3(0)| = 0.7007 > d$ , por lo tanto sus opiniones se mantienen sin cambio:

$$x_5(1) = x_5(0)$$

$$x_3(1) = x_3(0)$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_2$  y  $x_8$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_2(1) - x_8(1)| = 0.3342 < d$ , ocurre la siguiente operación:

$$x_2(2) = x_2(1) + \mu(x_8(1) - x_2(1))$$

$$x_8(2) = x_8(1) + \mu(x_2(1) - x_8(1))$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 2.5. Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 140; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=138	0.4074	0.4073	0.4074	0.4073	0.4073	0.4074	0.4074	0.4073	0.4074	0.4073
t=139	0.4074	0.4073	0.4074	0.4073	0.4073	0.4074	0.4074	0.4073	0.4074	0.4073
t=140	0.4074	0.4073	0.4074	0.4073	0.4073	0.4074	0.4073	0.4073	0.4074	0.4073

Cuadro 2.6: Últimas interacciones del ejemplo 3,  $t = 138, 139, 140$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$  y  $x_i(140)$  como se observa en  $t = 140$ .

donde

$$\Delta x(140) = |x(140) - x(139)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(140)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.001$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

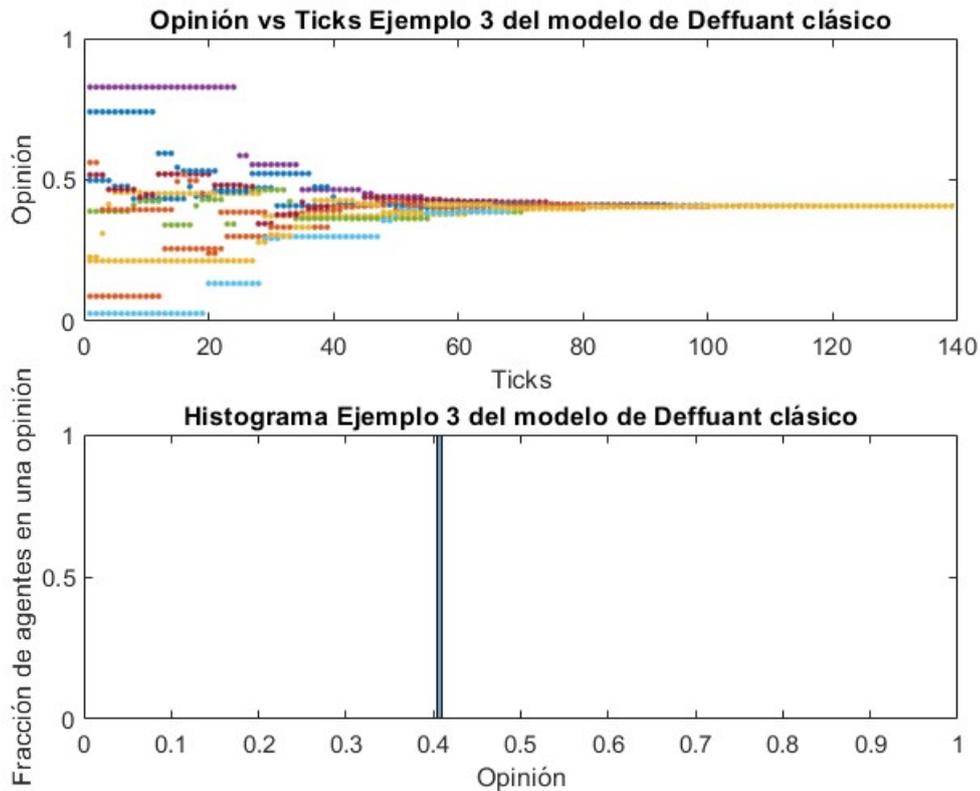


Figura 2.3: Ilustración del ejemplo 3 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 140 ticks, se observa consenso de opiniones.  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$

## 2.4. Ejemplo 4 del modelo de Deffuant clásico

Este ejemplo se realizó con  $d = 0.5$ ,  $N = 10$  y  $\mu = 0.1$ ,  $x_i(0)$  constantes, iguales al ejemplo anterior. Se presentarán los  $t = 0, 1, 2$  mostrando las condiciones iniciales y cómo interactúan. De igual manera se presentarán las últimas 3 interacciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=1	0.4979	0.0883	0.2272	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5614	0.2136
t=2	0.4979	0.0883	0.2573	0.8279	0.3889	0.0272	0.5176	0.7406	0.5279	0.2136

Cuadro 2.7: Primeras interacciones del ejemplo 4,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$  y  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 9 y 7, son seleccionados al azar, dado que  $x_9(0) = 0.2136$  y  $x_7(0) = 0.7406$  entonces  $|x_9(0) - x_7(0)| = 0.5207 > d$ , por lo tanto sus opiniones se mantienen sin cambio:

$$x_9(1) = x_9(0)$$

$$x_7(1) = x_7(0)$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_2$  y  $x_8$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_2(1) - x_8(1)| = 0.3342 < d$ , ocurre la siguiente operación:

$$x_2(2) = x_2(1) - \mu(x_8(1) - x_2(1))$$

$$x_8(2) = x_8(1) - \mu(x_2(1) - x_8(1))$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 2.7. Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 497; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=495	0.4132	0.4132	0.4132	0.4133	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132
t=496	0.4132	0.4132	0.4132	0.4133	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132	0.4132
t=497	0.4132	0.4132	0.4132	0.4133	0.4132	0.4132	0.4132	0.4133	0.4132	0.4132

Cuadro 2.8: Últimas interacciones del ejemplo 4,  $t = 495, 496, 497$  con  $N = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$  y  $x_i(140)$  como se observa en  $t = 497$ .

donde

$$\Delta x(497) = |x(497) - x(496)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(497)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.001$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

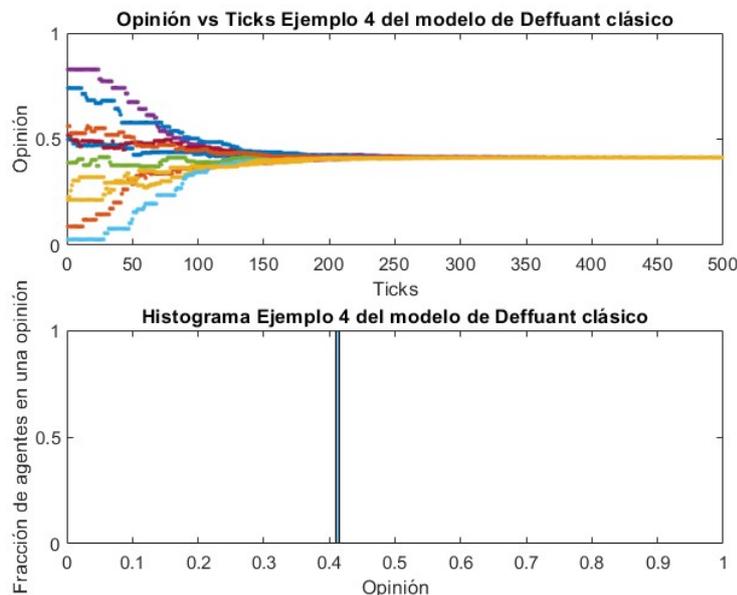


Figura 2.4: Ilustración del ejemplo 4 del modelo de Deffuant clásico de opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 497 ticks, se observa consenso de opiniones.  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.1$

En el siguiente apartado se mencionará el comportamiento asintótico del modelo.

## 2.5. Comportamiento asintótico del modelo

La discusión del modelo se basa en las siguientes referencias [7] y [16]. En cada simulación del modelo de Deffuant con los mismos parámetros son posibles 3 configuraciones distintas [16], dependiendo del número de clusters posibles:

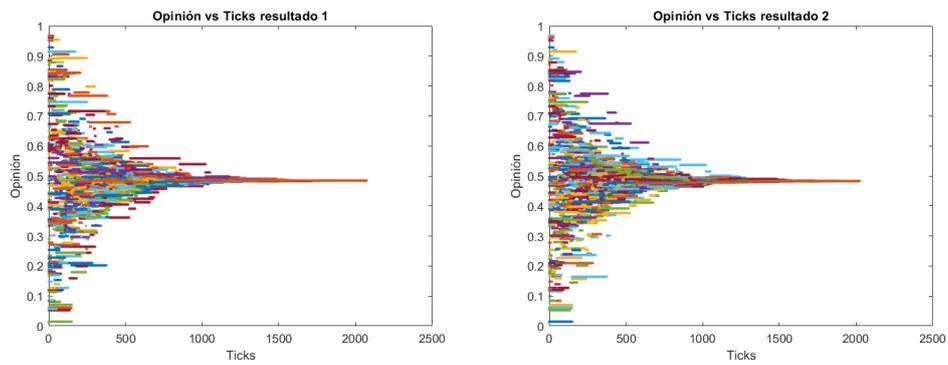
1. Consenso fuerte: Cuando todos los agentes del sistema tienden al mismo valor invariante; es decir, son un cluster.
2. Consenso débil: Cuando existen una o más alas de poblaciones; es decir, un pequeño conjunto de agentes que no pertenecen a un cluster principal y que se encuentran en valores extremos del espacio de opinión, cerca de 0 o 1.
3. Fragmentación: Cuando se generan clusters distintos.

A partir de ahora se identificará en cada ejemplo el tipo de resultado obtenido según la definición de consenso fuerte, consenso débil y fragmentación. Al mismo tiempo los gráficos de ticks vs opiniones servirán para identificar el tiempo que tarda una simulación en alcanzar la condición de paro, así como el número de clusters totales. Los gráficos de los histogramas ayudarán en identificar las "alas de poblaciones" que son clusters de agentes que contienen menos del 5% de la población total, exhibiendo los clusters de opinión con poca densidad de agentes. A continuación se describe el comportamiento estacionario del sistema dependiente de distintos factores como:

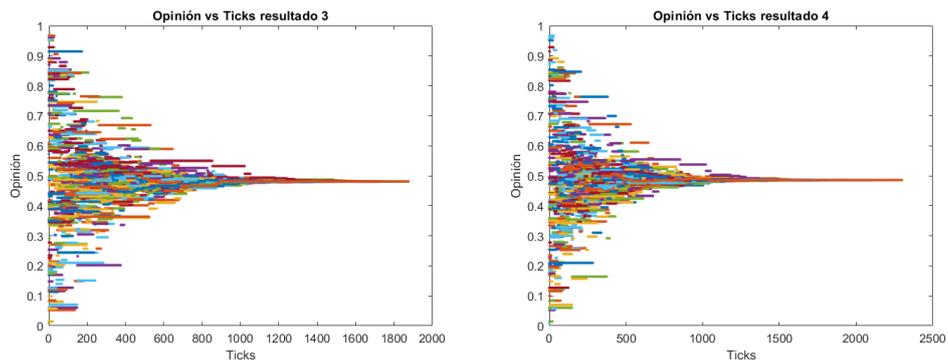
1. La tolerancia o rango de interacción  $d$ , siendo  $2d$  la distancia total de interacción de cada agente.
  - a) Caso típico  $N \gg 1$  ( $N = 100$  para mostrar ejemplo.) con condiciones iniciales aleatoriamente uniformes: El rango de opinión de los agentes es de 0 a 1, debido a esto, el valor máximo de  $d$  a considerar es  $d = 0.5$ ,  $d > 0.5$  se vuelve irrelevante por tener el mismo resultado de consenso fuerte. A continuación en la figura 2.5 se mostrará lo explicado anteriormente con gráficos de ticks vs opinión, que mostrarán un solo cluster.

Por otra parte el número aproximado de clusters es  $c \sim \frac{1}{2d}$  [7], dependiendo número resultante de clusters de la posición inicial de los agentes y de las primeras interacciones entre agentes en tiempo temprano. A continuación se mostrarán resultados de la variación de  $d < 0.5$  y se contarán el número de clusters. Para esto, adicionalmente será necesario observar el histograma de los resultados, mostrando cuántos agentes contiene cada cluster. Los resultados que se muestran en la figura 2.6 mantendrán las condiciones anteriores ( $N = 100$ , condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas para todos los resultados y  $\mu = 0.5$ ).

**Nota:** La condición de paro para un número grande de agentes será con  $\varepsilon < 0.005$ , esto debido a que si dos agentes se aíslan con una opinión cercana, la probabilidad de que interactúen estos dos agentes es baja, para que los agentes alcancen la condición de paro anterior  $\varepsilon < 0.001$  se tiene que alargar la simulación.

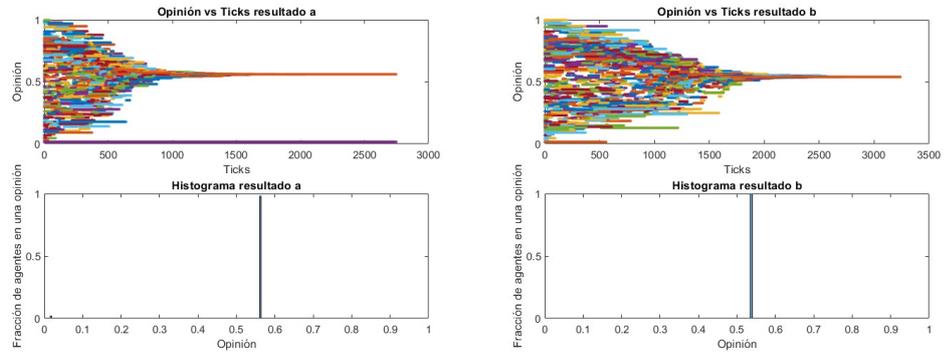


(a) Resultado 1 con  $N = 100, d = 0.6, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 2073$  (b) Resultado 2 con  $N = 100, d = 0.7, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 2022$



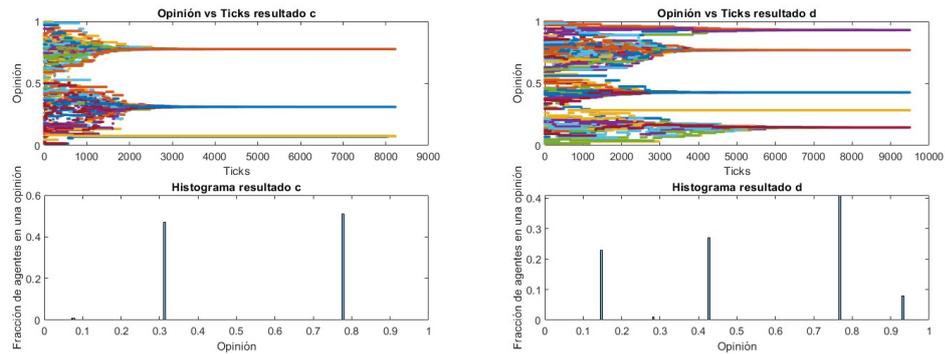
(c) Resultado 3 con  $N = 100, d = 0.8, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 1877$  (d) Resultado 4 con  $N = 100, d = 0.9, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 2301$

**Figura 2.5: Resultados para el modelo de Deffuant clásico** con diferentes valores de  $d > 0.5$  con condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas para todos los resultados y  $\mu = 0.5$  fijo ( $\mu$  tiene solo repercusión en el tiempo de simulación). Se muestra consenso fuerte en todos los resultados, mostrando lo mencionado anteriormente.



(a) Resultado a del modelo de Deffuant clásico con  $N = 100, d = 0.4, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 2748$ . Se observan 2 clusters, sin embargo uno contiene más del 95% de los agentes; es decir, se muestra consenso débil.  $c \sim 1.25$

(b) Resultado b del modelo de Deffuant clásico con  $N = 100, d = 0.3, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 3240$ . Se observa 1 cluster; es decir, consenso fuerte,  $c \sim 1.66$



(c) Resultado c del modelo de Deffuant clásico con  $N = 100, d = 0.2, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 8223$ . Se observan 3 clusters, uno de ellos con un porcentaje muy bajo de agentes, se observa fragmentación.  $c \sim 2.5$

(d) Resultado d del modelo de Deffuant clásico con  $N = 100, d = 0.1, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 9500$ . Se observan 5 clusters, uno de ellos con un porcentaje muy bajo de agentes, se observa fragmentación.  $c \sim 5$

Figura 2.6: **Resultados del modelo de Deffuant clásico** con diferentes valores de  $d < 0.5$  mostrando opinión vs tick y su histograma con condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas para todos los resultados y  $\mu = 0.5$  fijo .

- b) Caso posible si  $N = 2$ . Con condiciones iniciales aleatorias y uniformes fijas y  $\mu = 0.5$ , el rango de interacción  $d$  necesita ser lo suficientemente amplio para que los dos agentes interactúen, en caso contrario anula lo mencionado para el caso típico. Suponga que existen dos agentes tal que

$$x(0) = \{0.14589, 0.85218\}$$

la distancia mínima para la interacción entre los agentes es  $d_{min} = 0.7629$ , por lo tanto si  $d < d_{min}$  los agentes nunca interactuarán, de otra manera si  $d > d_{min}$  entonces tendrán interacción.

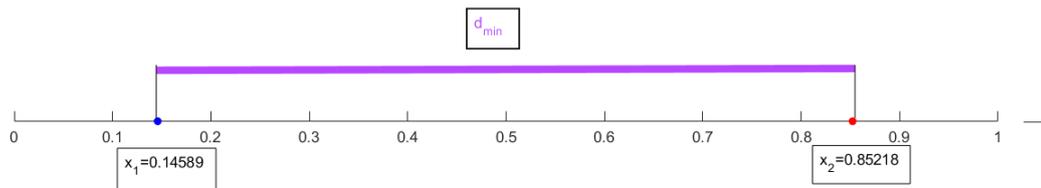
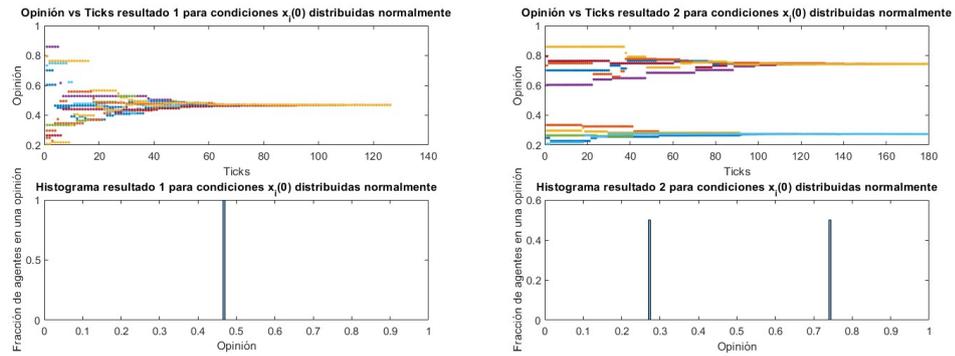


Figura 2.7: Ilustración de la distancia mínima para interacción, si  $d < d_{min}$  se crean dos clusters, si  $d > d_{min}$  se crea un cluster.

Al ser un modelo con interacción entre pares, si  $N \gg 1$ , un solo agente  $i$  inicia con una cantidad de agentes dentro de su  $d$ , si los demás agentes fuera de  $d$  interactúan primero, entonces el número de agentes inicial con los que puede interactuar el agente  $i$  puede disminuir al ser  $d < d_{min}$ , antes de poder interactuar con el agente  $i$ . Esto es una breve explicación sobre el impacto de  $\mu$  que se detallará en 3.

2. Condiciones iniciales del sistema  $x_i(0)$ . La posición de los agentes sin importar si  $N \gg 1$  determina en gran medida el resultado del modelo. Opiniones iniciales distribuidas en los extremos puede crear típicamente fragmentación, mientras que si los agentes tienen opiniones cercanas usualmente se creará consenso, esto considerando que  $d$  es menor a la distancia entre condiciones iniciales, a continuación unos ejemplos con  $N = 10, \mu = 0.5$ , modificando  $d$  y las condiciones iniciales según el caso.

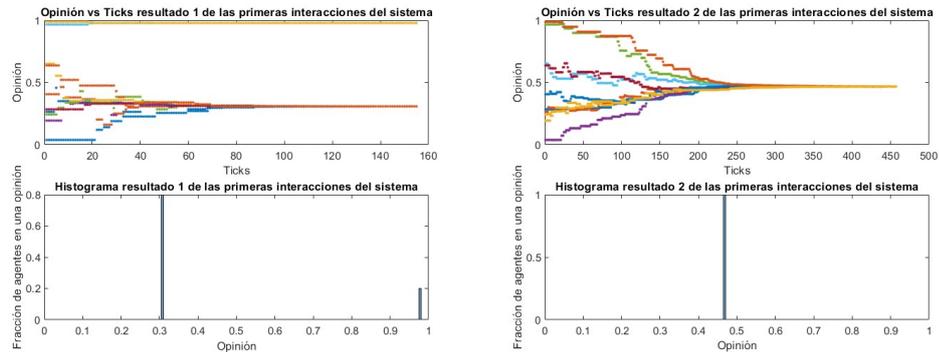
En el caso con  $d$  mayor a la distancia entre grupos de opiniones inicialmente separados se genera consenso mientras que si  $d$  es menor a la distancia entre grupos de opiniones inicialmente separados se genera fragmentación. Se distribuirán dos grupos de opiniones con dos distribuciones normales, la mitad de los agentes tendrán condiciones iniciales aleatoriamente distribuidas alrededor de 0.75 y la segunda mitad de los agentes tendrán condiciones iniciales aleatoriamente distribuidas alrededor de 0.25, por lo tanto si  $d = 0.5$  es suficiente para que se genere consenso mientras que si  $d = 0.25$  es suficiente para que se genere fragmentación. A continuación se ilustra lo mencionado con gráficos de ticks vs opinión en la imagen 2.8.



(a) Resultado 1 del modelo de Deffuant clásico con condiciones iniciales  $x_i(0)$  distribuidas de manera normal y aleatoria con  $N = 10, d = 0.5, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 127$ . Se observa consenso fuerte  
 (b) Resultado 2 del modelo de Deffuant clásico con condiciones iniciales  $x_i(0)$  distribuidas de manera normal y aleatoria con  $N = 10, d = 0.25, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 180$ . Se observa fragmentación

Figura 2.8: Comparación de **resultados del modelo de Deffuant clásico** con condiciones iniciales distribuidas de manera aleatoria y normal en dos grupos, cada uno de 5 agentes, un grupo con  $x(0)$  alrededor de 0.75 y otro con  $x(0)$  alrededor de 0.25 .

3. Primeras interacciones del sistema dependientes del parámetro de convergencia  $\mu$ . Los agentes en los extremos pueden ser guiados al consenso a través de otros agentes que se encuentren dentro del radio de interacción de la mayoría de agentes. No obstante, si los agentes en los extremos no interactúan de manera temprana con agentes centrales entonces pueden quedar aislados al estar fuera de rango, formando un grupo pequeño de agentes aislados; es decir, alas de poblaciones. A continuación se mostrará una comparación entre  $\mu = 0.5$  y  $\mu = 0.1$ , con  $N = 10, d = 0.5$  y condiciones iniciales aleatorias y uniformes.



(a) Resultado 1 para las primeras interacciones del sistema en el modelo de Deffuant clásico con  $N = 10, d = 0.5, \mu = 0.5$  y última iteración en  $t = 156$ . Se observa fragmentación, en el histograma se puede ver que solo una pequeña cantidad de nodos forma parte de un cluster.  
 (b) Resultado 2 para las primeras interacciones del sistema en el modelo de Deffuant clásico con  $N = 10, d = 0.5, \mu = 0.1$  y última iteración en  $t = 458$ . Se observa consenso fuerte y un incremento en el tiempo a alcanzar la condición de paro.

Figura 2.9: Comparación de **resultados en el modelo de Deffuant clásico** diferentes  $\mu$ .

Al disminuir  $\mu$ , las primeras interacciones disminuyen su impacto (peso), por lo cual permite que los agentes cercanos a los agentes externos no salgan fácilmente de su rango de interacción  $d$  si es que interactúan primero con otros agentes. De esta manera los agentes externos pueden unirse al consenso.

De las figuras 2.5, 2.6, 2.8 y 2.9 se concluye la importancia del rango de interacción  $d$ , las condiciones iniciales  $x(0)$  y el parámetro de convergencia  $\mu$  para el resultado del sistema. Conociendo la influencia de cada parámetro, es posible obtener un comportamiento deseado.

Del análisis del comportamiento se comprenden los resultados del modelo de Deffuant sin estructura dependientes de los parámetros y de las diferentes condiciones iniciales. Se considera que el modelo de Deffuant tiene una estructura de red tipo todos contra todos. Todos los agentes se consideran vecinos entre sí, lo que permite la interacción de todos los agentes con cualquier otro agente del sistema, lo que permite que el modelo no tenga restricción espacial. El modelo de Deffuant se extenderá a las estructuras de redes de mundo pequeño y redes de escala libre para estudiar el comportamiento del modelo debido a la estructura de la red.

En el siguiente capítulo se mencionarán las variantes del modelo de Deffuant y se ilustrarán resultados con base en los parámetros y la estructura de la red.

## Capítulo 3

# Variantes del modelo de Deffuant

Partiendo del modelo original de Deffuant [7]. Se proponen las siguientes variantes:

1. Las ecuaciones de evolución. Consideramos

- a) **Modelo de Deffuant Balanceado.** El Modelo de Deffuant clásico, ahora llamado Modelo de Deffuant Balanceado, considera que para cualquier par de agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$ , el rango de interacción  $d$  es el mismo en toda la población; es decir,  $d$  es global al igual que el parámetro de convergencia  $\mu$ . La estructura en la que interactúan los agentes es un grafo de todo contra todo, al interactuar al mismo tiempo los agentes el grafo es bidireccional. Las ecuaciones dinámicas en el modelo de Deffuant Balanceado siguen lo siguiente: Escogidos al azar dos agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$ , el agente  $i$  evolucionará de manera que:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (3.1)$$

Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases} \quad (3.2)$$

Este modelo ha sido ilustrado en el capítulo anterior.

- b) **Modelo de Deffuant Desbalanceado.** En esta variante cada agente  $x_i(t)$  tiene asociado su propio rango de interacción  $d_i$  que puede ser asignado al azar o dependiendo del grado de nodo  $k_i$  (a elección del usuario), para este caso en específico al ser una red regular, se usará  $d_i$  distribuida aleatoria y uniforme. Debido a que el rango de interacción de un agente puede ser mayor a otro, puede darse el caso en que el agente  $x_i(t)$  interactúe con  $x_j(t)$ , pero  $x_j(t)$  no interactúe con  $x_i(t)$ ; es decir, al ser una estructura todo contra todo con estas consideraciones es un grafo direccionado. Las ecuaciones para el modelo de Deffuant desbalanceado son las siguientes:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_i \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_i \end{cases} \quad (3.3)$$

Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_j \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_j \end{cases} \quad (3.4)$$

El modelo continúa hasta llegar a la condición de paro mencionada antes para el modelo de Deffuant clásico.

Se ilustrará el modelo de Deffuant Desbalanceado. Se considera que  $N = 10$  con  $d_i \in [0, 0.5]$  (en este caso) distribuida de manera aleatoria y uniforme,  $\mu = 0.5$ , los ejemplos usarán diferente  $\bar{d}$  tal que

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right) d_i \quad (3.5)$$

de manera que se pueda exhibir consenso o fragmentación dependiendo de  $\bar{d}$ . Las condiciones iniciales  $x(0)$  serán las mismas para ambos ejemplos. Los resultados se expondrán en el gráfico de ticks vs opinión y en el histograma, con el fin de obtener información sobre la condición de paro, el número de clusters y la cantidad de agentes en cada cluster.

- 1) Resultado 1 del Capítulo 3 en el **modelo de Deffuant desbalanceado** con  $\bar{d} = 0.41$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , para ilustrar este ejemplo se usa  $d_i \{0.32, 0.34, 0.36, 0.38, 0.40, 0.42, 0.44, 0.46, 0.48, 0.5\}$  y  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.32	0.34	0.36	0.38	0.4	0.42	0.44	0.46	0.48	0.5
t=0	0.7365	0.5382	0.5145	0.7890	0.7507	0.3269	0.1462	0.9221	0.0443	0.3336
t=1	0.7365	0.5382	0.5145	0.7890	0.7507	0.3269	0.1462	0.9221	0.0443	0.3336
t=2	0.6810	0.5382	0.6255	0.7890	0.7507	0.3269	0.1462	0.9221	0.0443	0.3336

Cuadro 3.1: Primeras interacciones del resultado 1,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d_i, x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 0 y 6, son seleccionados al azar, entonces  $|x_6(0) - x_8(0)| = 0.5906 > d_8$  y  $d_6$ , por lo tanto :

$$x_6(1) = x_6(0)$$

$$x_0(1) = x_0(0)$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_0$  y  $x_2$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_0(1) - x_2(1)| = 0.222 < d_3, d_0$ , ocurre la siguiente operación:

$$x_0(2) = x_0(1) + \mu(x_0(1) - x_2(1))$$

$$x_2(2) = x_2(1) + \mu(x_2(1) - x_0(1))$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 3.1 Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 161; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
t=159	0.4781	0.4779	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4779
t=160	0.4781	0.4779	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4779
t=161	0.4781	0.4779	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4780	0.4779

Cuadro 3.2: Últimas interacciones del resultado 1,  $t = 159, 160, 161$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d_i, x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$ .

donde

$$\Delta x(161) = |x(159) - x(161)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(161)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

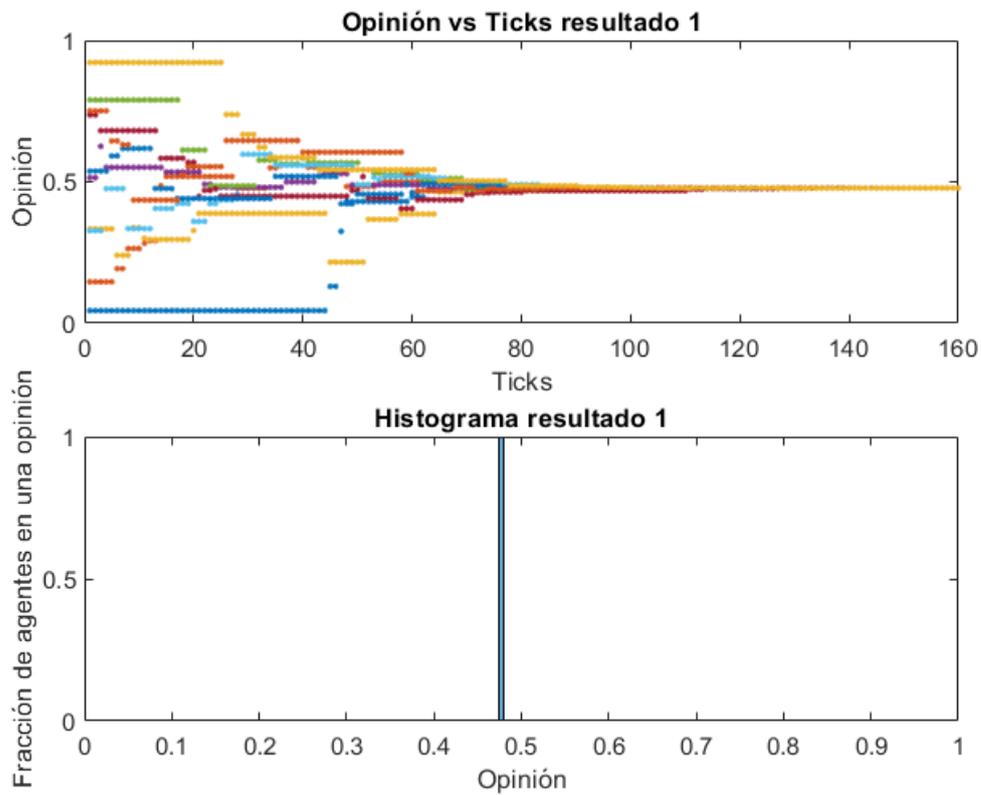


Figura 3.1: Ilustración del Resultado 1 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 161 ticks, se observa consenso de opiniones.

- 2) Resultado 2 del Capitulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado** con  $\bar{d} = 0.11$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , Para este ejemplo ilustrativo se usa  $d_i = \{0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.2\}$  y  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
t=0	0.4850	0.6666	0.4944	0.6375	0.2227	0.2591	0.7622	0.3769	0.7744	0.1342
t=1	0.4850	0.6666	0.4944	0.6375	0.2227	0.2591	0.7683	0.3769	0.7713	0.1342
t=2	0.4850	0.6666	0.4944	0.6375	0.2227	0.2591	0.7683	0.3769	0.7713	0.1342

Cuadro 3.3: Primeras interacciones del resultado 2),  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d_i, x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$ .

Asumir que en el primer tick tenemos los agentes 8 y 6, son seleccionados al azar, entonces  $|x_6(0) - x_8(0)| = 0.01 < d_8$  y  $< d_6$ , por lo tanto :

$$x_6(1) = x_6(0) + \mu(x_8(0) - x_6(0))$$

$$x_8(1) = x_8(0) + \mu(x_6(0) - x_8(0))$$

Mientras que todos los demás agentes mantienen su opinión anterior. En el segundo tick, el par  $x_0$  y  $x_3$  son escogidos al azar. Entonces  $|x_0(1) - x_3(1)| = 0.1525 > d_3, d_0$ , ocurre la siguiente operación:

$$x_0(2) = x_0(1)$$

$$x_3(2) = x_3(1)$$

por lo tanto  $x(1) \rightarrow x(2)$  como se muestra en la tabla 3.3 Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 352; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
t=350	0.5096	0.5098	0.5091	0.7560	0.2363	0.2363	0.7558	0.5097	0.7560	0.2363
t=351	0.5096	0.5098	0.5091	0.7560	0.2363	0.2363	0.7558	0.5097	0.7560	0.2363
t=352	0.5096	0.5098	0.5091	0.7560	0.2363	0.2363	0.7558	0.5097	0.7560	0.2363

Cuadro 3.4: Últimas interacciones del resultado 2),  $t = 2190, 2191, 2192$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.1$  y  $d_i, x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$ .

donde

$$\Delta x(352) = |x(351) - x(352)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(352)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

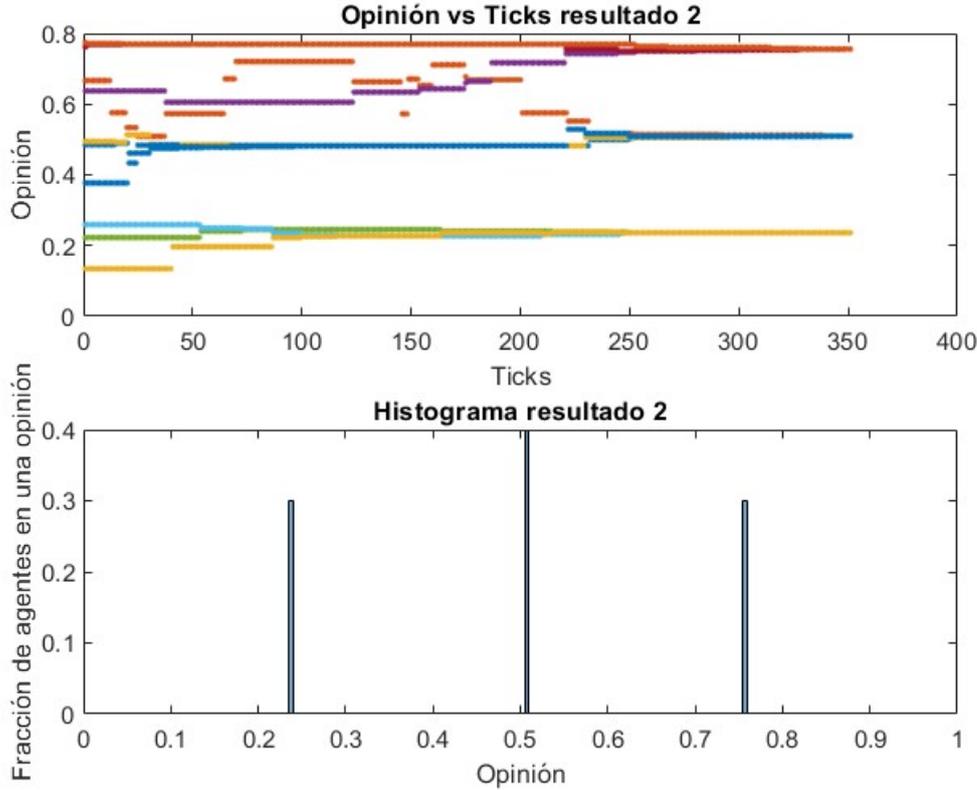


Figura 3.2: Ilustración del Resultado 2 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado**, se muestran opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 352 ticks, se observa fragmentación de opiniones.

2. La estructura con la que interactúan los agentes. Cabe mencionar que ahora, para todas las redes, el agente  $i$  será escogido de manera aleatoria y uniforme como se menciona anteriormente para el modelo de Deffuant clásico, el agente  $j$  es escogido de manera aleatoria y uniforme de entre los vecinos  $\rho_i$  del agente  $i$ . Consideramos:

- a) **Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño.** Se extiende el modelo de Deffuant balanceado a una red de mundo pequeño, teniendo las consideraciones para el Modelo de Deffuant balanceado, los agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  siguen las siguientes ecuaciones dinámicas:

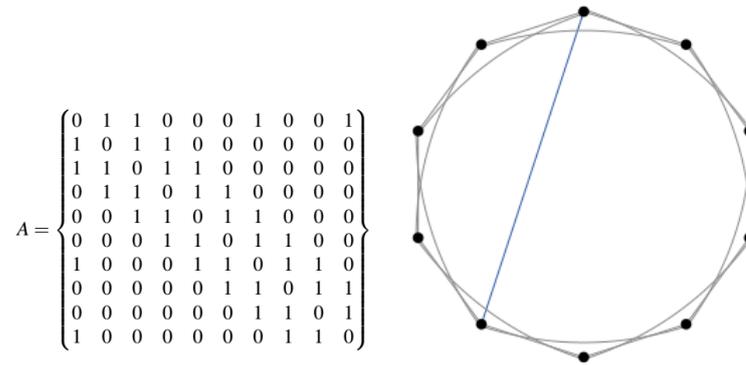
$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases}$$

Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases}$$

Para la estructura se construye una red tipo Watts-Strogatz, siguiendo los pasos mencionados en el capítulo 1. A continuación se mostrarán dos resultados de esta variante del modelo, ambos se mostrarán con el mismo grafo, se mostrará la matriz de adyacencia del grafo junto con su representación ilustrada, las condiciones iniciales serán distribuidas de manera aleatoria y uniforme, manteniéndose las mismas  $x(0)$  para ambos casos, el parámetro de convergencia  $\mu = 0.5$  y el rango de interacción entre los agentes es  $d = 0.4$  para un ejemplo y  $d = 0.2$  para el otro.

La matriz de adyacencia y la ilustración del grafo son los siguientes



(a) Matriz de adyacencia del grafo tipo red de mundo pequeño con  $p = 0.01$

(b) Ilustración visual del grafo.

Figura 3.3: Matriz de adyacencia e ilustración del grafo WS con  $p = 0.1$ .

La longitud de camino promedio es  $L = 1.622$  y su coeficiente de agrupamiento es  $C = 0.44$ .

- Resultado 3 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño WS** con  $d = 0.4$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ . Para este ejemplo ilustrativo se usa  $d = 0.4$  y  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.2467	0.4790	0.3372	0.8983	0.5602	0.3418	0.9509	0.6419	0.8795	0.7932
t=1	0.2467	0.4790	0.4134	0.8983	0.5602	0.3418	0.9509	0.4895	0.8795	0.7932
t=2	0.2467	0.4790	0.4134	0.8983	0.5602	0.3418	0.9509	0.4895	0.8795	0.7932

Cuadro 3.5: Primeras interacciones del resultado 3,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Explicados anteriormente los pasos a seguir para verificar los cambios, mencionamos solo los agentes que interactúan a partir de aquí, según las tablas de las primeras interacciones.

En el primer tick interactúan los agentes 2 y 7. En el segundo tick interactúan los agentes 0 y 6 según la tabla 3.5. Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 227; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=225	0.6011	0.6007	0.6007	0.6009	0.6006	0.6013	0.6007	0.6007	0.6011	0.6011
t=226	0.6011	0.6007	0.6007	0.6009	0.6006	0.6013	0.6007	0.6007	0.6011	0.6011
t=227	0.6011	0.6007	0.6007	0.6009	0.6006	0.6013	0.6007	0.6007	0.6011	0.6011

Cuadro 3.6: Últimas interacciones del resultado 3,  $t = 225, 226, 227$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

donde

$$\Delta x(227) = |x(227) - x(226)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(227)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

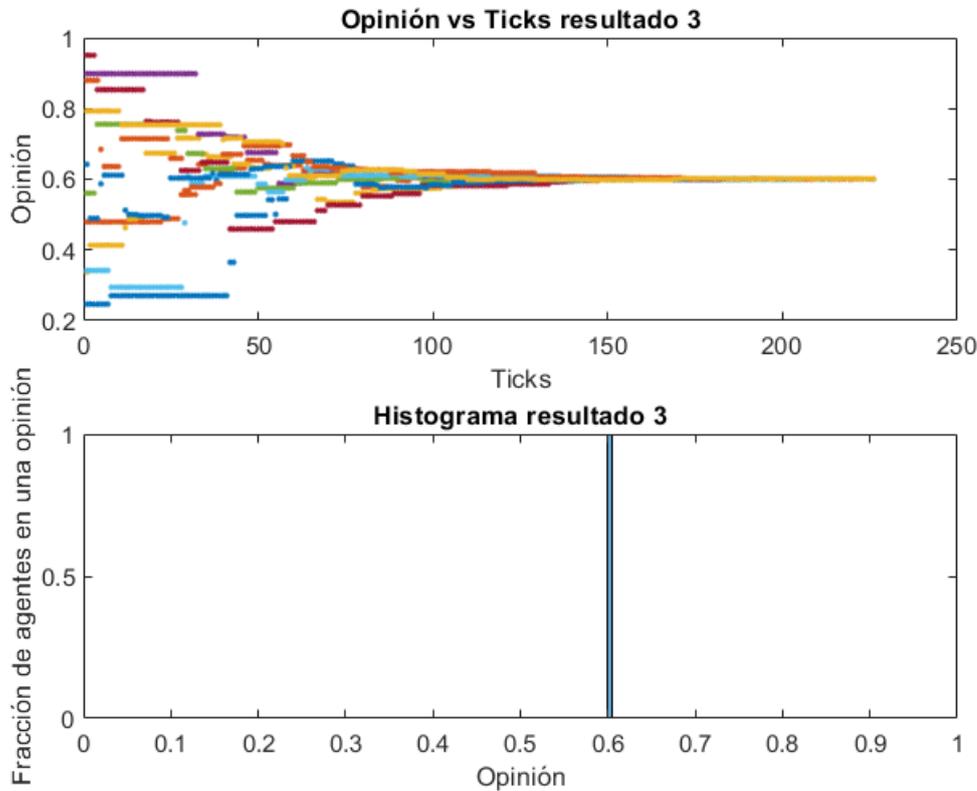


Figura 3.4: Ilustración del Resultado 3 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 227 ticks, se observa consenso fuerte de opiniones.

- Resultado 4 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño WS** con  $d = 0.2$ .

Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , Para este ejemplo ilustrativo se usa  $d = 0.2$  y  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.3418	0.8795	0.8983	0.5602	0.6419	0.9509	0.2467	0.7932	0.4790	0.3372
t=1	0.3418	0.8795	0.8983	0.5602	0.6419	0.9509	0.2467	0.7932	0.4790	0.3372
t=2	0.3418	0.8795	0.8983	0.5602	0.6419	0.9509	0.2467	0.7932	0.4790	0.3372

Cuadro 3.7: Primeras interacciones del resultado 4,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ . Se puede observar que todos los agentes se mantienen iguales

Todos los agentes que interactuaron en los primeros 3 pasos se encontraban fuera del rango de interacción, por lo tanto se mantuvieron con la misma opinión en los primeros pasos. Para este

resultado la condición de paro se activa hasta el tick 11394; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=11392	0.2862	0.8399	0.8399	0.5602	0.5850	0.9509	0.2862	0.8399	0.5850	0.3372
t=11393	0.2862	0.8399	0.8399	0.5602	0.5850	0.9509	0.2862	0.8399	0.5850	0.3372
t=11394	0.2862	0.8399	0.8399	0.5602	0.5850	0.9509	0.2862	0.8399	0.5850	0.3372

Cuadro 3.8: Últimas interacciones del resultado 4,  $t = 11392, 11393, 11394$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.2$ .

donde

$$\Delta x(11394) = |x(11394) - x(11393)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(11394)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

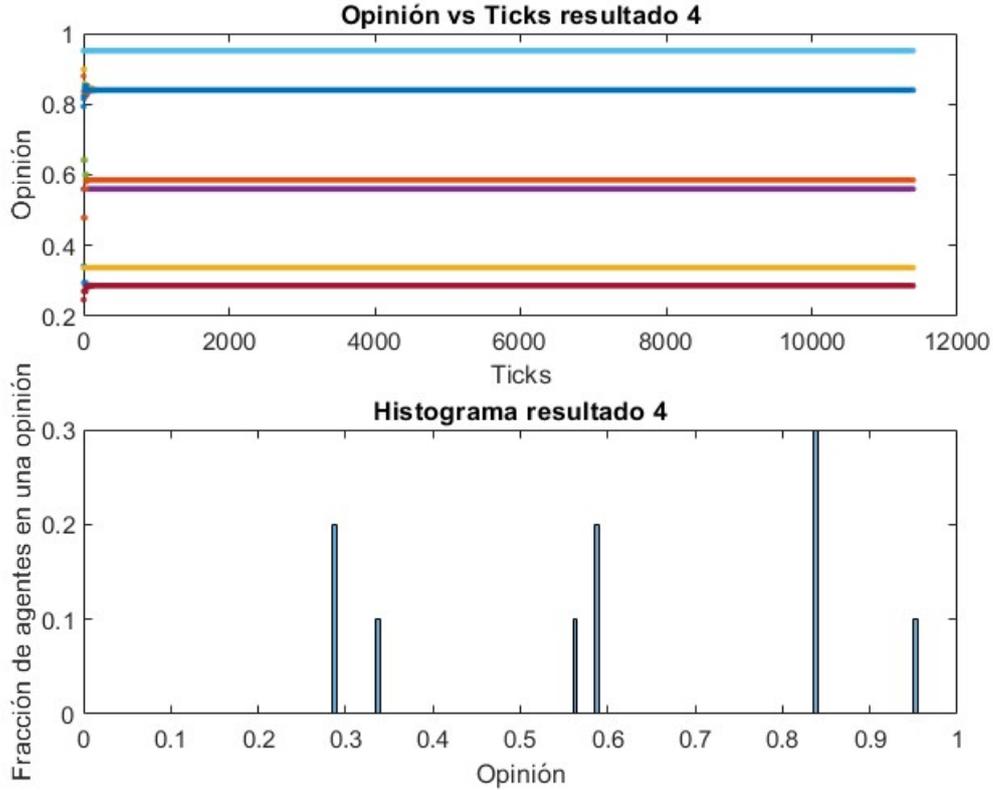


Figura 3.5: Ilustración del Resultado 4 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 11394 ticks, se observa fragmentación de opiniones.

La condición de paro no lograba activarse debido a que constantemente existía división de opiniones cercana, se forma lo que llamaremos **comportamiento indeciso** donde la opinión de unos agentes se mantiene fluctuando entre diferentes grupos de opinión, siendo al mismo tiempo **disipativo**; es decir, las opiniones terminan convergiendo a los grupos existentes de opinión lentamente. Continuamos con la siguiente variante del modelo de Deffuant.

- b) **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño.** Se extiende el modelo de Deffuant desbalanceado a una red de mundo pequeño, teniendo las consideraciones para el Modelo de Deffuant balanceado, los agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  siguen las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_i \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_i \end{cases}$$

Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_j \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_j \end{cases}$$

Para la estructura se construye una red tipo Watts-Strogatz, siguiendo los pasos mencionados en el capítulo 1, siendo la misma estructura que en el ejemplo anterior. A continuación se muestran dos ejemplos de la variante del modelo, las condiciones iniciales serán distribuidas de manera aleatoria y uniforme son las mismas que el ejemplo del modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño, manteniéndose las mismas  $x(0)$ , el parámetro de convergencia  $\mu = 0.5$  y el rango de interacción entre los agentes  $d_i$  será, para estos ejemplos ilustrativos el mismo que en el modelo de Deffuant desbalanceado.

- Resultado 5 del Capitulo 3 con **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño WS** con  $d_i = \{0.32, 0.34, 0.36, 0.38, 0.40, 0.42, 0.44, 0.48, 0.5\}$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
di	0.32	0.34	0.36	0.38	0.4	0.42	0.44	0.46	0.48	0.5
t=0	0.8983	0.6419	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795
t=1	0.8983	0.6419	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795
t=2	0.8983	0.6419	0.4435	0.4081	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795

Cuadro 3.9: Primeras interacciones del resultado 5,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$  como se muestra bajo los  $x_i$ .

En el primer tick los agentes 0 y 3 es escogido pero no interactúa. En el segundo tick interactúan los agentes 2 y 3 según la tabla 3.9. Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 173; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
di	0.32	0.34	0.36	0.38	0.4	0.42	0.44	0.46	0.48	0.5
t=171	0.6008	0.6009	0.6004	0.6008	0.6006	0.6007	0.6008	0.6008	0.6009	0.6009
t=172	0.6008	0.6009	0.6004	0.6008	0.6006	0.6007	0.6008	0.6008	0.6009	0.6009
t=173	0.6008	0.6009	0.6004	0.6008	0.6006	0.6007	0.6008	0.6008	0.6009	0.6009

Cuadro 3.10: Últimas interacciones del resultado 5,  $t = 171, 172, 173$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d_i$  como se muestra,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

donde

$$\Delta x(173) = |x(173) - x(172)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(227)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

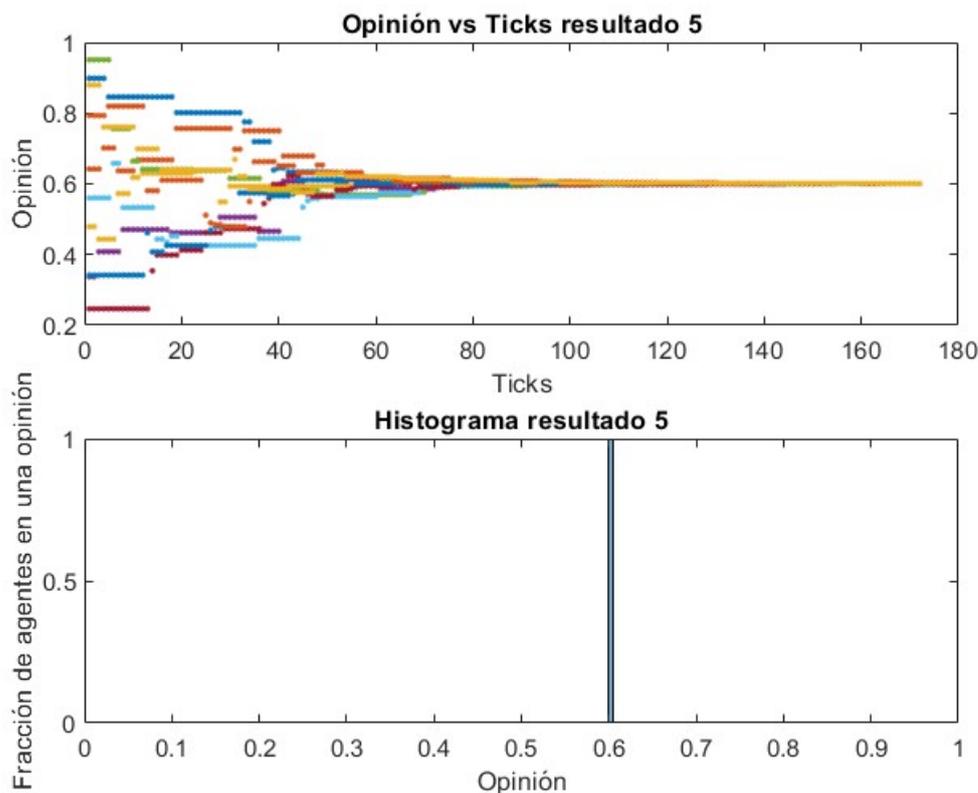


Figura 3.6: Ilustración del Resultado 5 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 173 ticks, se observa consenso de opiniones.

- Resultado 6 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño WS**, con  $d_i = \{0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.40, 0.42, 0.44, 0.48, 0.5\}$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
$t=0$	0.8983	0.6419	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795
$t=1$	0.8983	0.6419	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795
$t=2$	0.8983	0.6419	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2467	0.3418	0.7932	0.8795

Cuadro 3.11: Primeras interacciones del resultado 6,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$  como se muestra bajo los  $x_i$ ,  $\bar{d} = 0.11$ .

En el primer tick los agentes 2 y 9 es escogido pero no interactúa. En el segundo tick los agentes 2 y 9 es escogido pero no interactúa. según la tabla 3.9. Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 867; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro. donde

$$\Delta x(867) = |x(867) - x(866)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(867)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
di	0.32	0.34	0.36	0.38	0.4	0.42	0.44	0.46	0.48	0.5
t=865	0.8089	0.8088	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2862	0.2862	0.8088	0.8088
t=866	0.8089	0.8088	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2862	0.2862	0.8088	0.8088
t=867	0.8089	0.8088	0.4790	0.3372	0.9509	0.5602	0.2862	0.2862	0.8088	0.8088

Cuadro 3.12: Últimas interacciones del resultado 6,  $t = 865, 866, 867$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d_i$  como se muestra  $\bar{d} = 0.11$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

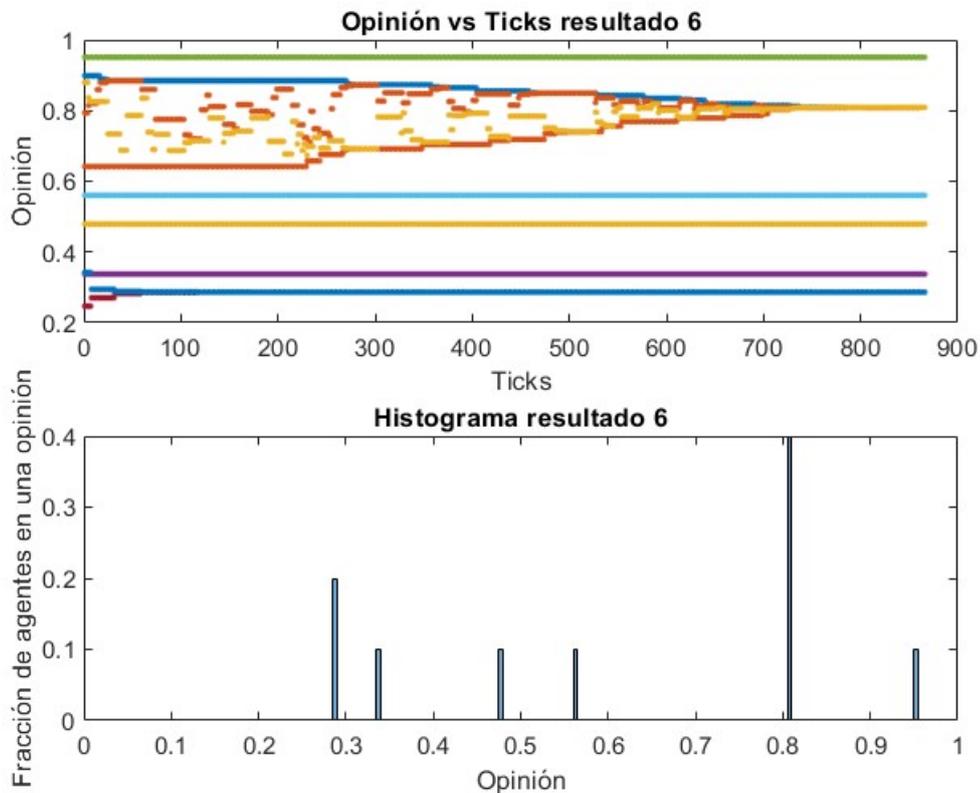


Figura 3.7: Ilustración del Resultado 6 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 867 ticks, se observa fragmentación de opiniones.

c) **Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre BB.**

Se extiende el modelo de Deffuant balanceado a una red de escala libre BB, teniendo las consideraciones para el Modelo de Deffuant balanceado, los agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  siguen las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases}$$

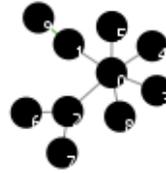
Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d \end{cases}$$

Para la estructura se construye una red tipo Bionconi-Barabasi, siguiendo los pasos mencionados en el capítulo 1. A continuación se mostrarán dos ejemplos de esta variante del modelo, ambos se mostrarán con el mismo grafo, se mostrará la matriz de adyacencia del grafo junto con su representación ilustrada, las condiciones iniciales y  $\eta_i$  serán distribuidas de manera aleatoria y uniforme, manteniéndose las mismas  $x(0)$  para ambos casos, el parámetro de convergencia  $\mu = 0.5$  y el rango de interacción entre los agentes es  $d = 0.4$  para un resultado y  $d = 0.2$  para el otro.

La matriz de adyacencia e ilustración del grafo son los siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



(a) Matriz de adyacencia del grafo tipo red de escala libre

(b) Ilustración visual del grafo.

Figura 3.8: matriz de adyacencia e ilustración del grafo.

con  $\gamma = -1.033$  en la distribución de ley de potencias.

A continuación se presentan los resultados para la red anterior:

- Resultado 7 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre BB** con  $d = 0.4$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

En el primer tick los agentes 0 y 6 es escogido pero no interactúa. En el segundo tick interactúan los agentes 4 y 9 según la tabla 3.13. Para este resultado la condición de paro se activa hasta el tick 582; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro. donde

$$\Delta x(582) = |x(582) - x(581)| < \varepsilon$$

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.0759	0.9077	0.5832	0.8712	0.5966	0.9444	0.3127	0.5524	0.5210	0.9718
t=1	0.1351	0.9077	0.5832	0.8712	0.5966	0.9444	0.1943	0.5524	0.5210	0.9718
t=2	0.1351	0.9077	0.5832	0.8712	0.7842	0.9444	0.1943	0.5524	0.5210	0.8780

Cuadro 3.13: Primeras interacciones del resultado 7,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=580	0.6297	0.6297	0.6297	0.6298	0.6298	0.6295	0.6297	0.6295	0.6297	0.6298
t=581	0.6297	0.6297	0.6297	0.6298	0.6298	0.6295	0.6297	0.6295	0.6297	0.6298
t=582	0.6297	0.6297	0.6297	0.6298	0.6298	0.6295	0.6297	0.6295	0.6297	0.6298

Cuadro 3.14: Últimas interacciones del resultado 7,  $t = 580, 581, 582$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$  como se muestra,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

con  $\Delta x(227)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

- Resultado 8 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre BB** con  $d = 0.2$ . Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5524	0.5210	0.8712	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9718	0.9444
t=1	0.5524	0.5210	0.8712	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9718	0.9444
t=2	0.5524	0.5210	0.8712	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9718	0.9444

Cuadro 3.15: Primeras interacciones del resultado 8,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.2$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

En los primeros ticks no interactúa ningún agente debido al bajo  $d$  y a la poca transferencia de opinión debido a la estructura como se ve en la tabla 3.15. Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 34; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro. donde

$$\Delta x(34) = |x(34) - x(33)| < \varepsilon$$

con  $\Delta x(34)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

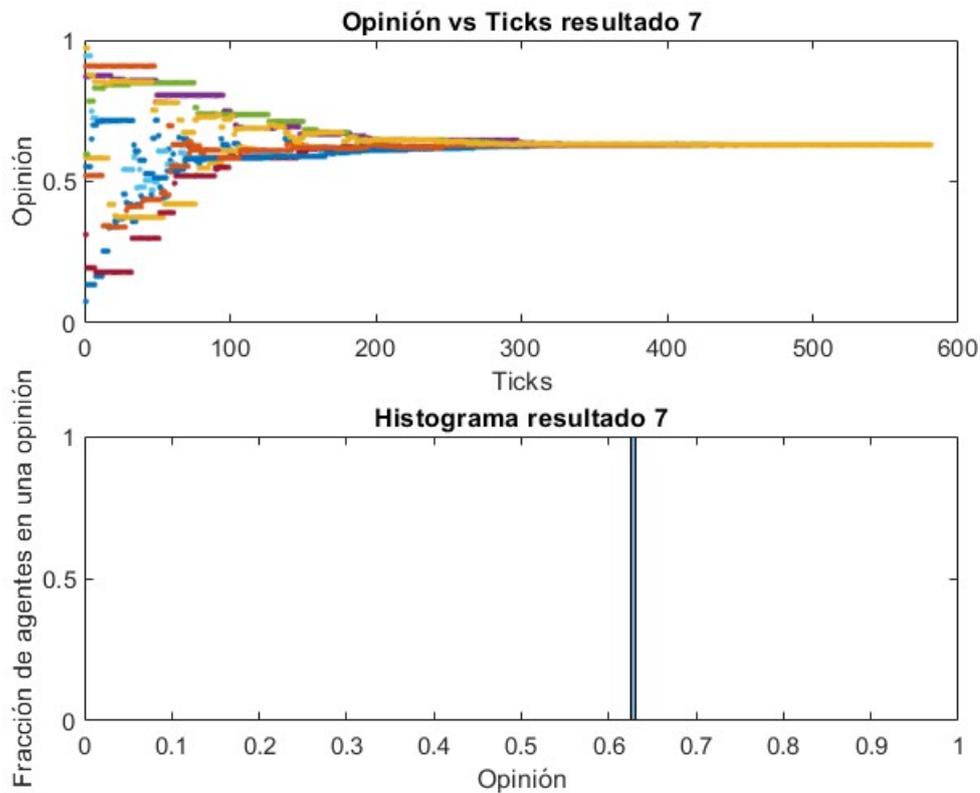


Figura 3.9: Ilustración del Resultado 7 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 582 ticks, se observa consenso de opiniones.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=32	0.5524	0.5210	0.9372	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9388	0.9444
t=33	0.5524	0.5210	0.9372	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9388	0.9444
t=34	0.5524	0.5210	0.9372	0.0759	0.9077	0.3127	0.5832	0.5966	0.9388	0.9444

Cuadro 3.16: Últimas interacciones del resultado 8,  $t = 32, 33, 34$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.2$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$ .

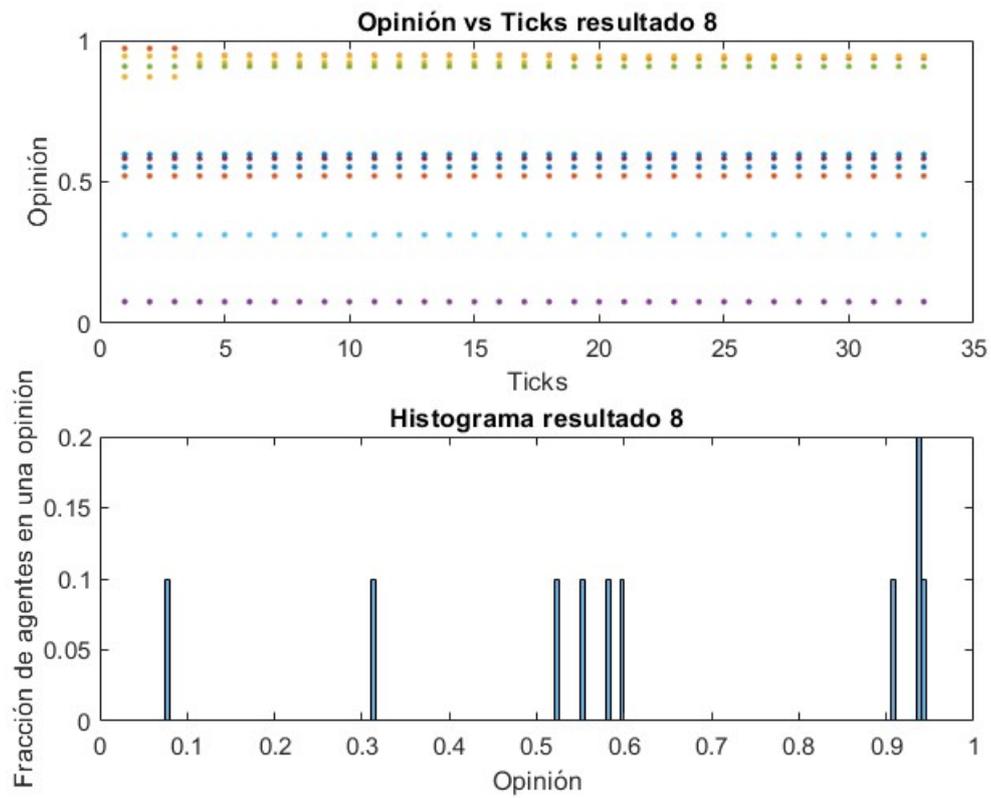


Figura 3.10: Ilustración del Resultado 8 en el **Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre** de opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 34 ticks, se observa fragmentación de opiniones.

d) **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre BB.**

Se extiende el modelo de Deffuant desbalanceado a una red de escala libre, teniendo las consideraciones para el Modelo de Deffuant desbalanceado, los agentes  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  siguen las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t) + \mu(x_j(t) - x_i(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_i \\ x_i(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_i \end{cases}$$

Mientras que para el agente  $j$ , será

$$x_j(t+1) = \begin{cases} x_j(t) + \mu(x_i(t) - x_j(t)) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| < d_j \\ x_j(t) & \text{si } |x_i(t) - x_j(t)| \geq d_j \end{cases}$$

Para la estructura se construye una red Biaconi-Barabasi, siguiendo los pasos mencionados en el capítulo 1, siendo la misma estructura que en el ejemplo anterior. A continuación se muestra un ejemplo de la variante del modelo, las condiciones iniciales serán distribuidas de manera aleatoria y uniforme son las mismas que el ejemplo del modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre, manteniéndose las mismas  $x(0)$ , el parámetro de convergencia  $\mu = 0.5$  y el rango de interacción entre los agentes  $d_i = \frac{1}{k_i} \in [0, 1]$ . Se mostrará en el siguiente resultado cómo afectan las ecuaciones de evolución a una red donde  $d_i$  es influenciada por el grado de nodo.

Resultado 9 del Capítulo 3 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre BB** con distribución  $\eta_i$  aleatoria y uniforme. Los agentes comienzan ordenados desde el agente 0 hasta el agente 9, en la siguiente tabla se presentan los agentes con  $x_i(t)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, 3$  para ilustrar las primeras iteraciones del sistema.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
di	0.1666	0.5	0.3333	1	1	1	1	1	1	1
t=0	0.0759	0.9444	0.9718	0.9077	0.5210	0.3127	0.5966	0.8712	0.5832	0.5524
t=1	0.0759	0.9444	0.9718	0.9077	0.5210	0.1943	0.5966	0.8712	0.5832	0.5524
t=2	0.0759	0.9444	0.9718	0.9077	0.5210	0.1943	0.7842	0.8712	0.5832	0.5524

Cuadro 3.17: Primeras interacciones del resultado 9,  $t = 0, 1, 2$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$  como en la tabla.

En el primer tick interactúan los agentes 0 no interactúa con el agente 5, pero el agente 5 sí interactúa con 0. En el segundo tick interactúan el agente 6 interactúa con el 2, pero el agente 2 no interactúa con el 6 como se muestra en la tabla 3.17. Para este ejemplo la condición de paro se activa hasta el tick 331; es decir, se muestra el comportamiento estacionario. La siguiente tabla muestra las últimas 3 interacciones y la activación de la condición de paro.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=329	0.2009	0.7484	0.8757	0.2009	0.2009	0.2009	0.8757	0.8757	0.2009	0.7484
t=330	0.2009	0.7484	0.8757	0.2009	0.2009	0.2009	0.8757	0.8757	0.2009	0.7484
t=331	0.2009	0.7484	0.8757	0.2009	0.2009	0.2009	0.8757	0.8757	0.2009	0.7484

Cuadro 3.18: Últimas interacciones del resultado 9,  $t = 329, 330, 331$  con  $N = 10$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $x_i(0)$  como se observa en  $t = 0$  y  $d_i$  como se muestra en la tabla.

donde

$$\Delta x(331) = |x(331) - x(330)| < \epsilon$$

con  $\Delta x(331)$  siendo el error de convergencia en el tiempo,  $\varepsilon = 0.005$ , además

$$\sum_{v=1}^N \varepsilon_v < \varepsilon$$

con  $\varepsilon_v$  siendo el error de convergencia entre agentes dentro del rango de interacción de cada agente. Siendo ambos errores menores a  $\varepsilon$  se activó la condición de paro, mostrando el siguiente resultado:

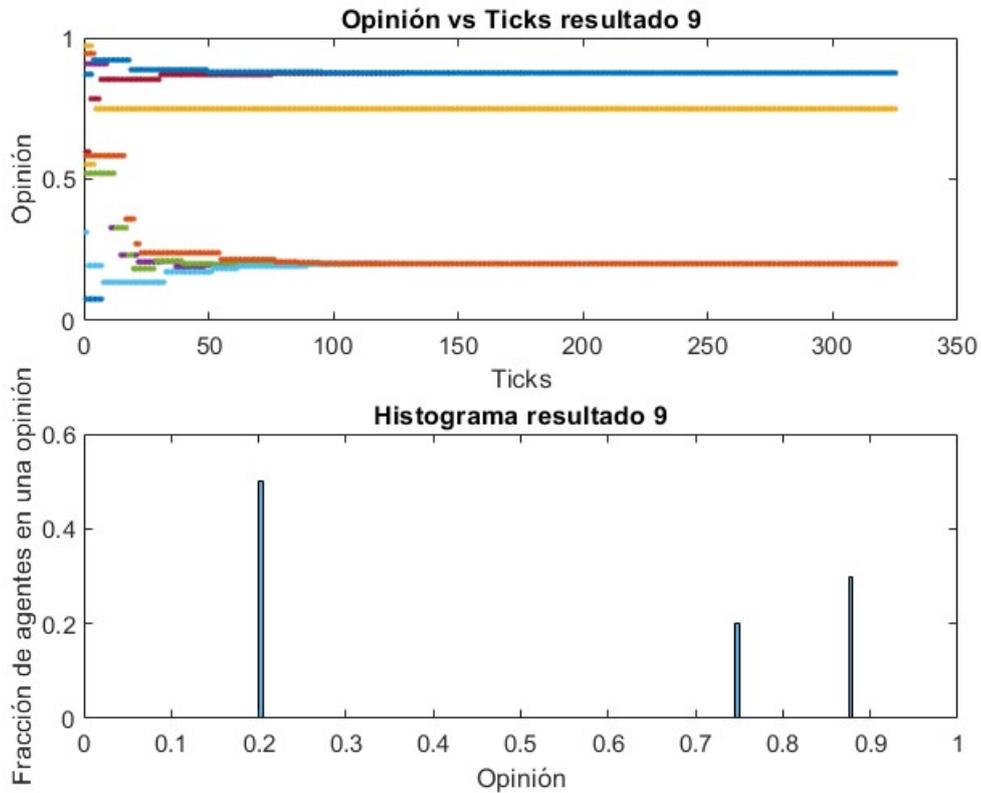


Figura 3.11: Ilustración del Resultado 9 en el **Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre**, se muestra opiniones vs ticks y su histograma para  $N = 10$  agentes evolucionando en 331 ticks, se observa fragmentación de opiniones.

en el gráfico 3.11 se observa que uno de los clusters tiene una fracción de agentes mayor en una opinión que los demás clusters, debido a que el agente 0 está conectado con 7 agentes.

Con los resultados ilustrados anteriormente, se obtendrán resultados de las variantes del modelo de Deffuant variando los parámetros para redes de  $N = 100$ , en donde se observará la relevancia de la estructura, de los parámetros y de las condiciones iniciales. Siguiendo el orden anterior, se presentarán los resultados de:

1. Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño. Variando
  - a) Probabilidad de reconexión  $p$ .
  - b) Rango de interacción de opinión  $d$ .
  - c) Parámetro de convergencia  $\mu$ .
  - d) Condiciones iniciales  $x(0)$ .
2. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño ( $d_i$  se distribuirá de manera uniforme y aleatoria). Variando

- a) Probabilidad de reconexión  $p$ .
  - b) Parámetro de convergencia  $\mu$ .
  - c) Condiciones iniciales  $x(0)$ .
3. Modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre. Variando
- a) Distribución del parámetro fitness  $\eta_i$
  - b) Rango de interacción de opinión  $d$ .
  - c) Parámetro de convergencia  $\mu$ .
  - d) Condiciones iniciales  $x(0)$ .
4. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre ( $d_i$  dependerá del grado de nodo  $k_i$ ). Variando
- a) Distribución del parámetro fitness  $\eta_i$
  - b) Parámetro de convergencia  $\mu$ .
  - c) Condiciones iniciales  $x(0)$ .

Para todas las simulaciones se utilizó la operación modulo 10 para guardar cada 10 ticks los datos debido a que el archivo donde se guardan los datos no es capaz de sobrepasar alrededor de 40000 columnas, mientras que las simulaciones pueden llegar a 150000.

### 3.1. Modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño

Como se ha mencionado anteriormente esta variante se aplica a una red de mundo pequeño. Siguiendo el método de la generación de red Watts-Strogatz [17], se crea una red de vecinos más cercanos. Los enlaces de la red se reconectan con una probabilidad  $p$ , obteniendo como resultado la red de mundo pequeño.

Los resultados que se mostrarán a continuación se realizarán en las siguientes 3 redes construidas con el modelo WS, las redes son para un grafo regular con  $p = 0$ , un grafo de mundo pequeño con  $p = 0.01$  y un grafo con  $p = 0.1$ , son mostrados en la imagen 3.12.

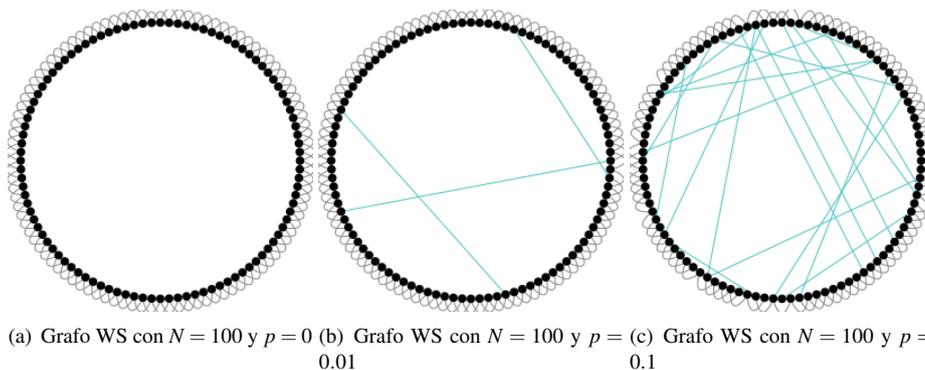


Figura 3.12: Los 3 grafos que se utilizarán para obtener los resultados del siguiente apartado

Se muestran solo los grafos debido a que la matriz de adyacencia al ser de  $100 \times 100$  no es fácil de observar. En todos los grafos se variarán  $d$ ,  $\mu$  y las condiciones iniciales  $x(0)$ .

Cada resultado tendrá una tabla donde se muestran las condiciones iniciales de los primeros 10 agentes (la misma para todos los resultados) y adicionalmente se mostrará el tick final después de activar la condición de paro, o en su defecto se mostrará el  $t = 15000$  siendo el caso donde la simulación se extendió demasiado.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668

Cuadro 3.19: Condiciones iniciales para los primeros 10 agentes en todas las redes.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959

Cuadro 3.20: Condiciones iniciales para los primeros 10 agentes en todas las redes donde se modifican las condiciones iniciales a ser distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.1.1. Resultados

Se mostrarán los resultados para las redes WS con  $p = \{0, 0.01, 0.1\}$ , en donde se obtendrán gráficos de Ticks-opiniones e histogramas para:

1. Rango de interacción  $d = \{0.1, 0.25, 0.4\}$
2. Parámetro de convergencia  $\mu = \{0.1, 0.5\}$
3. Condiciones iniciales con distribución normal.

Al variar los parámetros de observará el comportamiento de cada red en la condición de paro, donde se observará el o los estados invariantes.

### 3.1.2. Probabilidad de reconexión $p=0$

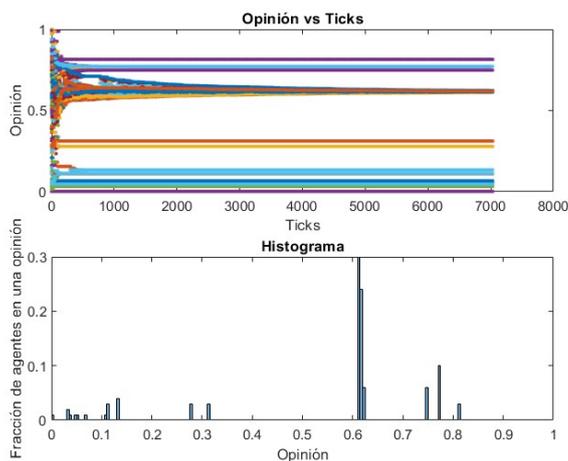
Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.5$  y  $L = 12.879$ .

#### Influencia de $d$

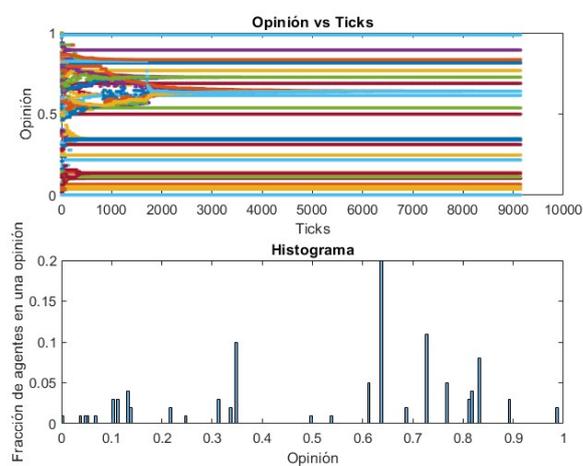
Los resultados mostrados son con  $\mu = 0.5$  fija y condiciones iniciales fijas, como en la tabla 3.36.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=7012 con $d = 0.4$	0.5891	0.5891	0.5894	0.5896	0.5894	0.5896	0.5907	0.5903	0.5907	0.0668
t=9267 con $d = 0.25$	0.6513	0.0512	0.6522	0.6540	0.6527	0.6546	0.6546	0.6562	0.6555	0.0668
t=1053 con $d = 0.1$	0.5212	0.0512	0.3869	0.3869	0.7590	0.7590	0.5357	0.7590	0.5358	0.0668

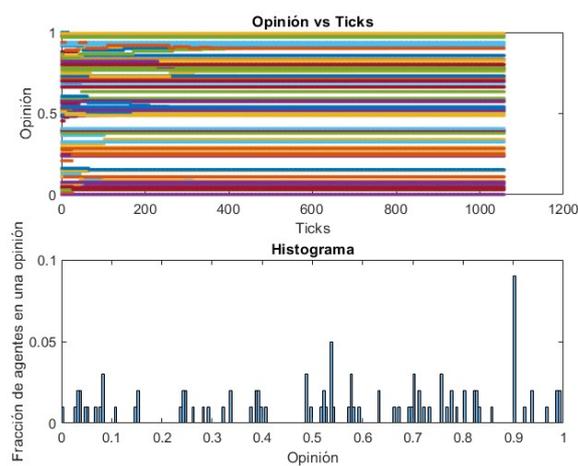
Cuadro 3.21: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0, N = 100, \mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se muestra fragmentaci3n de opiniones.



(b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se muestra fragmentaci3n de opiniones

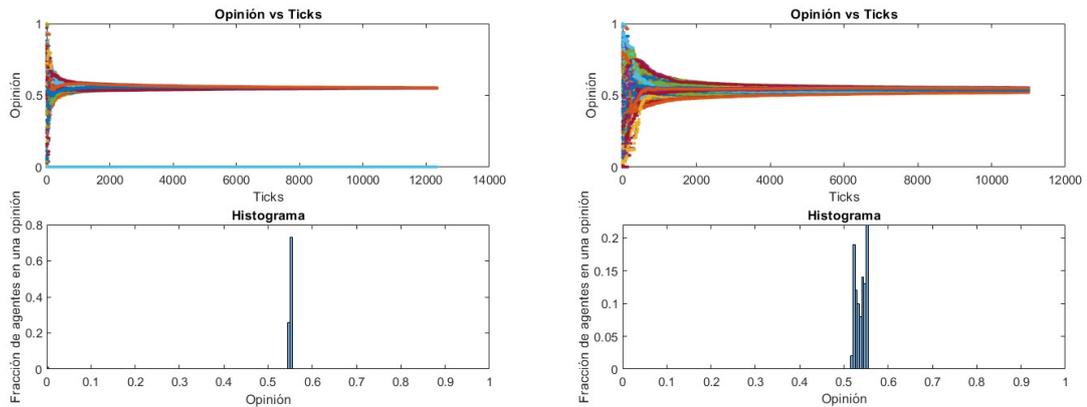


(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se muestra fragmentaci3n de opiniones

Figura 3.13: Resultados variando el rango de interacci3n  $d$ .

### Influencia de $\mu$

Se utiliza  $d = 0.5$  para estos resultados. Se menciona que los ticks en la simulación se extienden hasta el punto de volver cada vez más lenta la simulación. La red regular genera comportamiento indeciso, extendiendo los ticks.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ , y los parámetros  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se muestra tendencia a consenso débil de opiniones. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$  y los parámetros  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se muestra tendencia a consenso fuerte de opiniones.

Figura 3.14: Resultados de la red WS con  $p = 0$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=12026 con $\mu = 0.5$	0.5505	0.5505	0.5503	0.5505	0.5503	0.5500	0.5501	0.5500	0.5499	0.5498
t=11112 con $\mu = 0.1$	0.5438	0.5429	0.5425	0.5412	0.5406	0.5405	0.5391	0.5385	0.5377	0.5367

Cuadro 3.22: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0, N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, aleatoria se puede recuperar un cluster con una fracción de nodos de más de la mitad del total. En este resultado se utiliza  $d = 0.1$ , anteriormente siendo de total fragmentación, en este caso se puede ver la influencia de  $x(0)$  distribuidas de manera normal y aleatoria

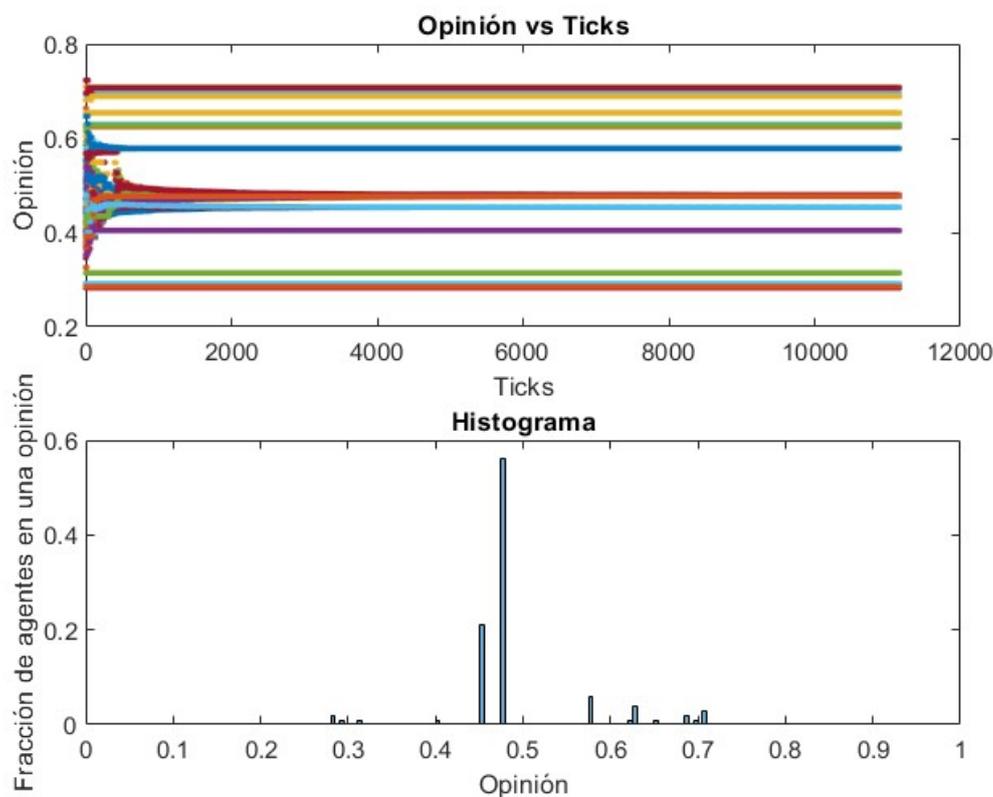


Figura 3.15: Resultados de la red WS con  $p = 0$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra fragmentación de opiniones, con un cluster con más del 50% de opiniones.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=11098	0.4779	0.4779	0.4779	0.4779	0.6539	0.4778	0.4778	0.4778	0.6886	0.6886

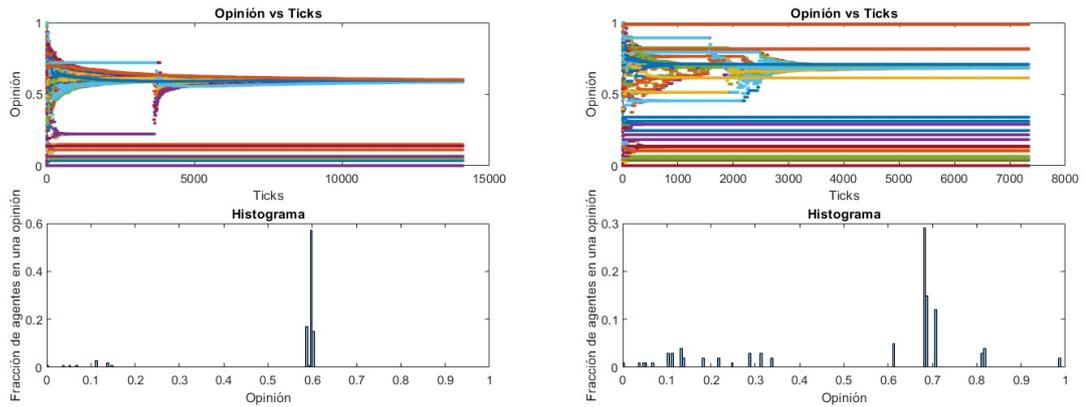
Cuadro 3.23: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.1.3. Probabilidad de reconexión $p=0.01$

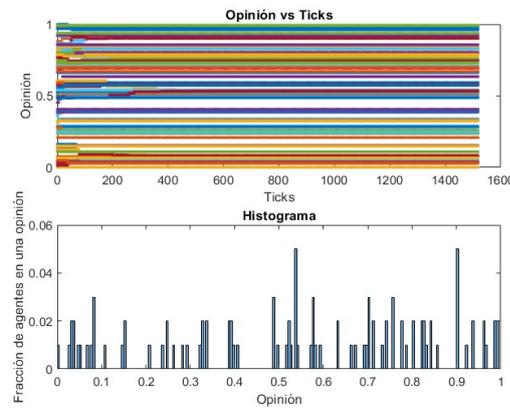
Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.468$  y  $L = 7.702$ .

#### Influencia de $d$

Los resultados mostrados son con  $\mu = 0.5$  fija y condiciones iniciales fijas.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se muestra tendencia a consenso débil de opi- niones. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se muestra fragmentación de opiniones.



(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se muestra fragmentación de opiniones.

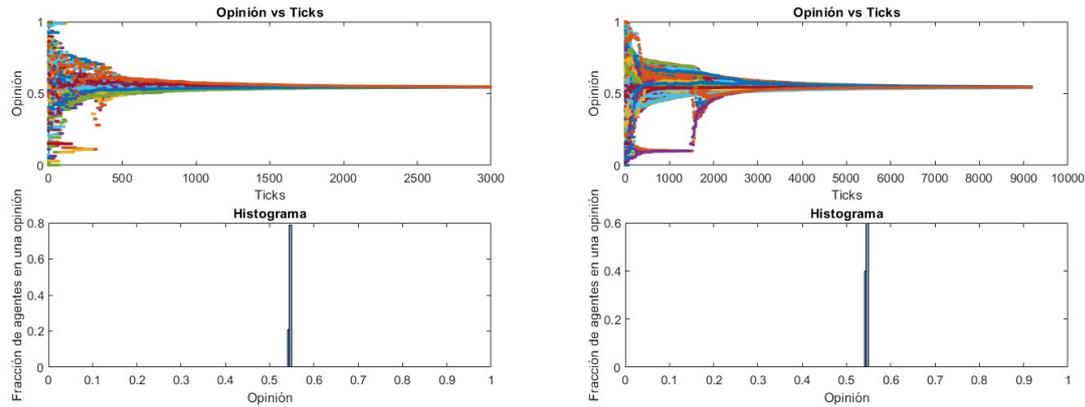
Figura 3.16: Resultados variando el rango de interacción  $d$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=14054 con $d = 0.4$	0.5919	0.0512	0.5954	0.5954	0.5954	0.5957	0.5957	0.5960	0.5960	0.0668
t=7364 con $d = 0.25$	0.6835	0.0512	0.6834	0.6834	0.6833	0.6832	0.6833	0.6832	0.6832	0.0668
t=1539 con $d = 0.1$	0.5212	0.0512	0.3869	0.3869	0.7590	0.7590	0.5358	0.7590	0.5358	0.0668

Cuadro 3.24: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.01, N = 100$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$

### Influencia de $\mu$

Se utiliza  $d = 0.5$  para estos resultados. Los resultados para  $\mu = 0.1$  extienden los ticks utilizados.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ , (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$   $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se muestra tendencia a consenso fuerte de opi-  $0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se muestra tendencia a consenso fuerte de opiniones.

Figura 3.17: Resultados de la red WS con  $p = 0.01$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=3000 con $\mu = 0.5$	0.5453	0.5454	0.5456	0.5456	0.5460	0.5460	0.5459	0.5462	0.5462	0.5464
t=9102 con $\mu = 0.1$	0.5452	0.5452	0.5451	0.5449	0.5450	0.5445	0.5451	0.5451	0.5454	0.5457

Cuadro 3.25: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.01, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

$\mu$  en este caso influye en el tiempo de convergencia del sistema.

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, aleatoria se puede recuperar un cluster resultando en consenso débil. En este resultado se utiliza  $d = 0.1$ , anteriormente siendo de total fragmentación, en este caso se puede ver la influencia de  $x(0)$  distribuidas de manera normal y aleatoria

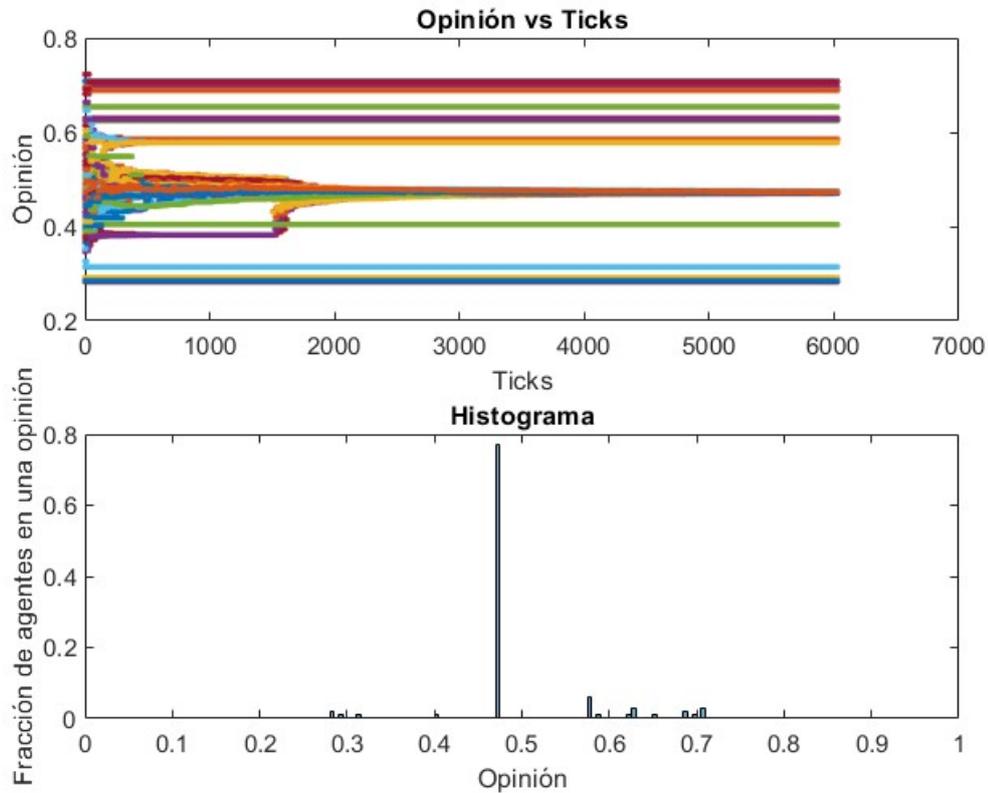


Figura 3.18: Resultados de la red WS con  $p = 0.01$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil de opiniones.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=6015	0.4701	0.4700	0.4700	0.4700	0.6539	0.4700	0.4700	0.4700	0.6886	0.6886

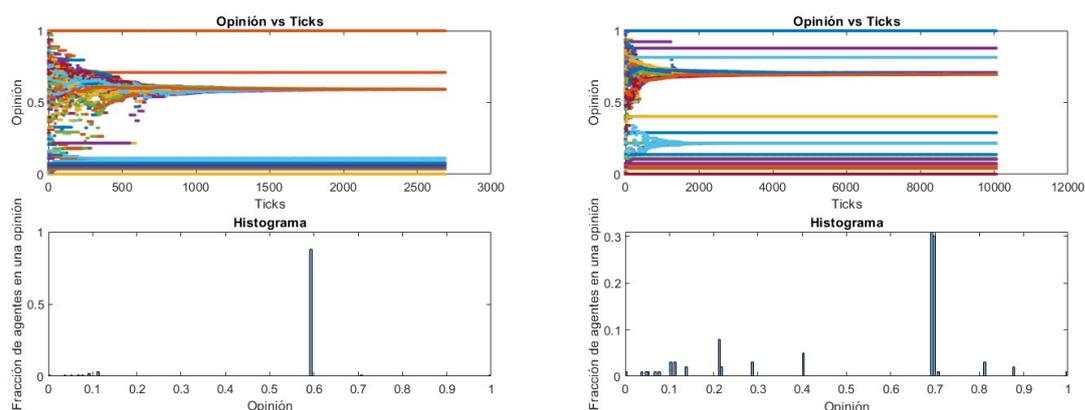
Cuadro 3.26: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.01, N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal

### 3.1.4. Probabilidad de reconexión $p=0.1$

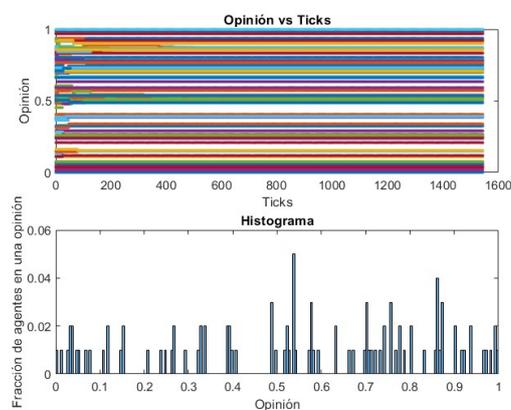
Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.382$  y  $L = 4.732$ .

#### Influencia de $d$

Los resultados mostrados son con  $\mu = 0.5$  fija y condiciones iniciales fijas.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se muestra consenso débil de opiniones. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se muestra fragmentación de opiniones.



(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se muestra fragmentación de opiniones.

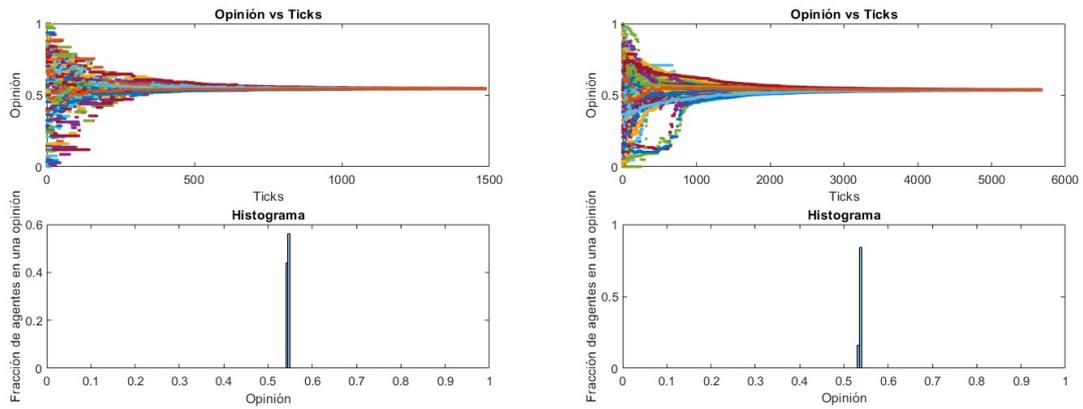
Figura 3.19: Resultados variando el rango de interacción  $d$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=2612 con $d = 0.4$	0.5919	0.0512	0.5921	0.5921	0.5921	0.5921	0.5922	0.5922	0.5922	0.0668
t=9986 con $d = 0.25$	0.6949	0.0512	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6950	0.6949	0.6950	0.0668
t=1524 con $d = 0.1$	0.5212	0.0512	0.3869	0.3869	0.7590	0.7590	0.5358	0.7590	0.5358	0.0668

Cuadro 3.27: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.1, N = 100$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$

**Influencia de  $\mu$** 

La red con caminos más cortos reduce notablemente el tiempo de simulación.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$  y los parámetros  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se muestra tendencia a consenso fuerte de opiniones. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$  y los parámetros  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se muestra tendencia a consenso fuerte de opiniones.

Figura 3.20: Resultados de la red WS con  $p = 0.1$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=1495 con $\mu = 0.5$	0.5452	0.5452	0.5456	0.5456	0.5456	0.5458	0.5457	0.5464	0.5464	0.5462
t=5701 con $\mu = 0.1$	0.5365	0.5364	0.5368	0.5370	0.5371	0.5372	0.5376	0.5376	0.5376	0.5375

Cuadro 3.28: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.1, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

$\mu$  en este caso influye en el tiempo de convergencia del sistema.

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, aleatoria se puede recuperar un cluster resultando en consenso débil. En este resultado se utiliza  $d = 0.1$ , anteriormente siendo de total fragmentación, en este caso se puede ver la influencia de  $x(0)$  distribuidas de manera normal y aleatoria

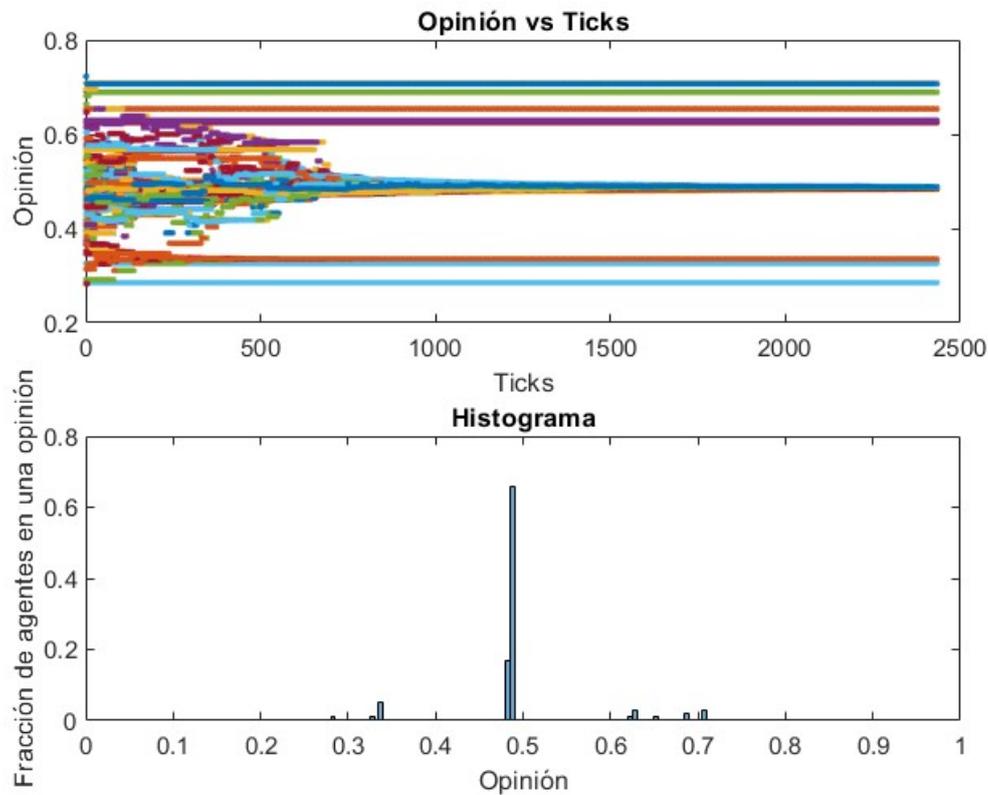


Figura 3.21: Resultados de la red WS con  $p = 0.1$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra tendencia a consenso débil de opiniones.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=2476	0.4871	0.4874	0.4875	0.4876	0.6539	0.4876	0.4882	0.4882	0.6886	0.6886

Cuadro 3.29: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.1, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal

## 3.2. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño

Para esta variante se utilizarán las redes WS anteriormente mencionadas. El rango de interacción  $d_i \in [0, 1]$  es distribuido de manera aleatoria y uniforme para los agentes.

### 3.2.1. Resultados

Se mostrarán los resultados para las redes WS con  $p = \{0, 0.01, 0.1\}$ , en donde se obtendrán gráficos de Ticks-opiniones e histogramas para:

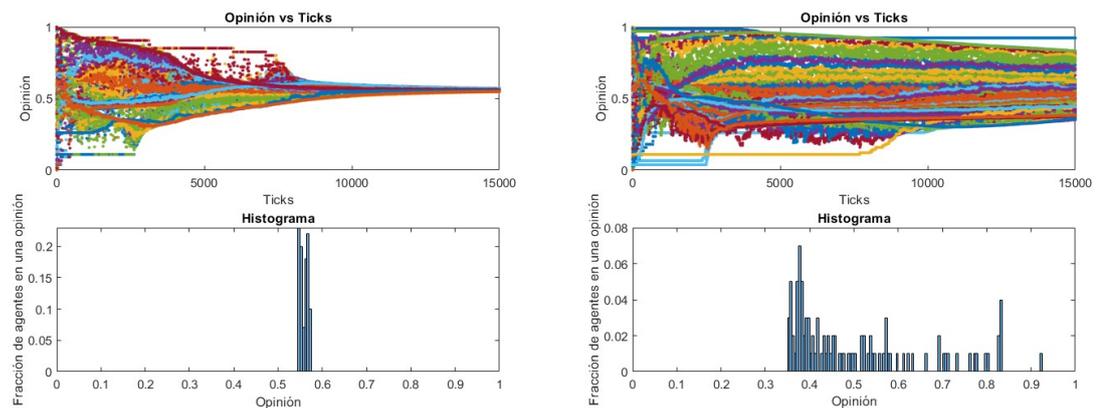
1. Parámetro de convergencia  $\mu = \{0.1, 0.5\}$
2. Condiciones iniciales con distribución normal.

Al variar los parámetros se observará el comportamiento de cada red en la condición de paro, donde se observará el o los estados invariantes.

### 3.2.2. Probabilidad de reconexión $p=0$

Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.382$  y  $L = 4.732$ .

#### Influencia de $\mu$



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa tendencia al consenso fuerte. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ .

Figura 3.22: Resultados de la red WS con  $p = 0$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se observa tendencia a la fragmentación.

En este modelo y con esta red el tiempo de los ticks es muy extenso.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
$t=0$	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
$t=15000$ con $\mu = 0.5$	0.5657	0.5649	0.5646	0.5643	0.5646	0.5632	0.5634	0.5632	0.5634	0.5621
$t=15000$ con $\mu = 0.1$	0.4622	0.4731	0.4839	0.4850	0.4975	0.5041	0.5109	0.5263	0.5269	0.5393

Cuadro 3.30: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0, N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, en este caso se observa tendencia al consenso fuerte debido a que una de las barras del histograma iba disminuyendo conforme pasaban los ticks.

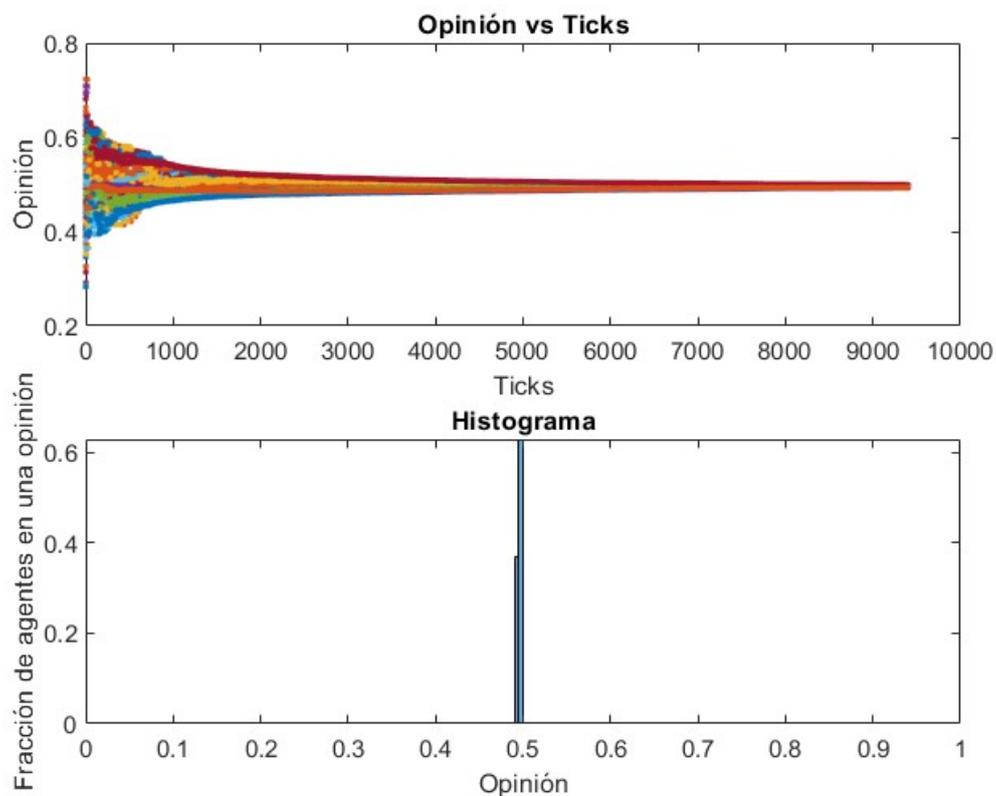


Figura 3.23: Resultados de la red WS con  $p = 0$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia al consenso fuerte.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
$t=0$	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
$t=9486$	0.4991	0.4991	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993

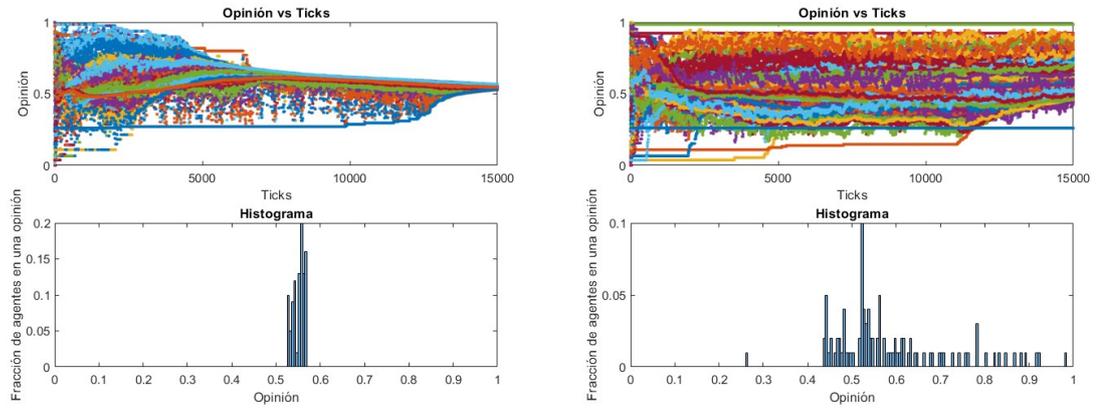
Cuadro 3.31: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.2.3. Probabilidad de reconexión $p=0.01$

Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.468$  y  $L = 7.702$ .

#### Influencia de $\mu$

Exceso de ticks superando el archivo a guardar los datos y la condición de paro.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa tendencia consenso fuerte. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.01$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ .

Figura 3.24: Resultados de la red WS con  $p = 0.01$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
$t=0$	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
$t=15000$ con $\mu = 0.5$	0.5414	0.5421	0.5408	0.5399	0.5378	0.5377	0.5378	0.5377	0.5352	0.5348
$t=15000$ con $\mu = 0.1$	0.5371	0.5386	0.5400	0.5403	0.5465	0.5422	0.5580	0.5703	0.5711	0.5829

Cuadro 3.32: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.01, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, en este caso se observa tendencia al consenso fuerte debido a que una de las barras del histograma iba disminuyendo conforme pasaban los ticks.

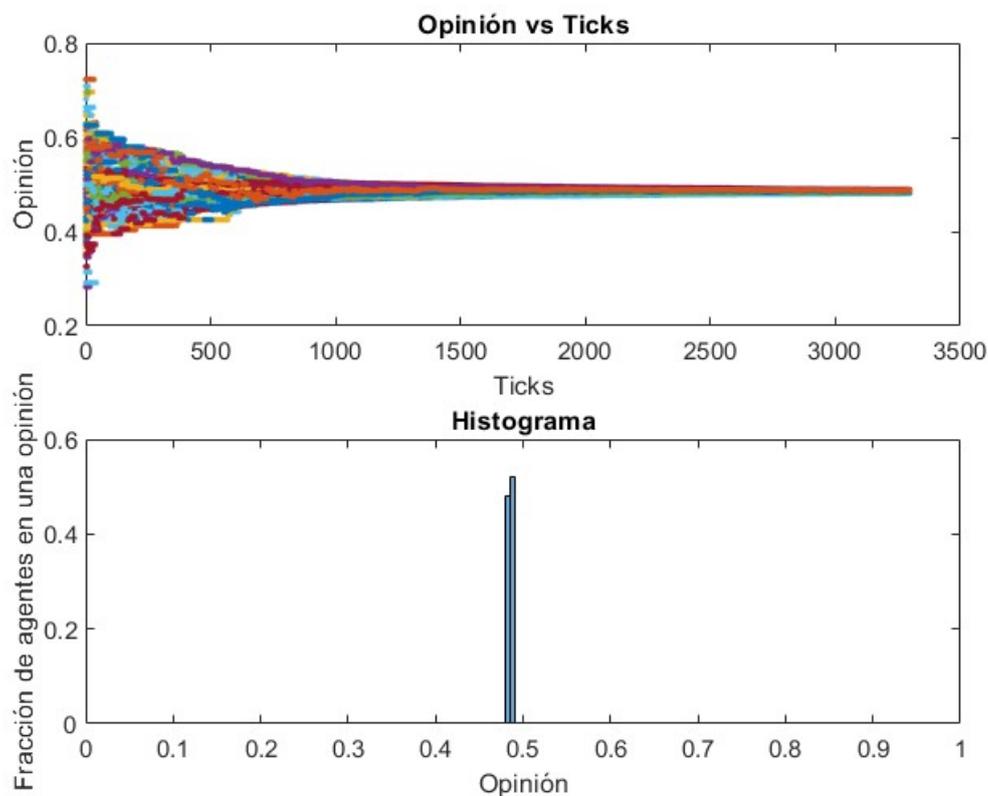


Figura 3.25: Resultados de la red WS con  $p = 0.01$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia a consenso fuerte.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=3478	0.4892	0.4892	0.4890	0.4891	0.4883	0.4883	0.4887	0.4883	0.4884	0.4883

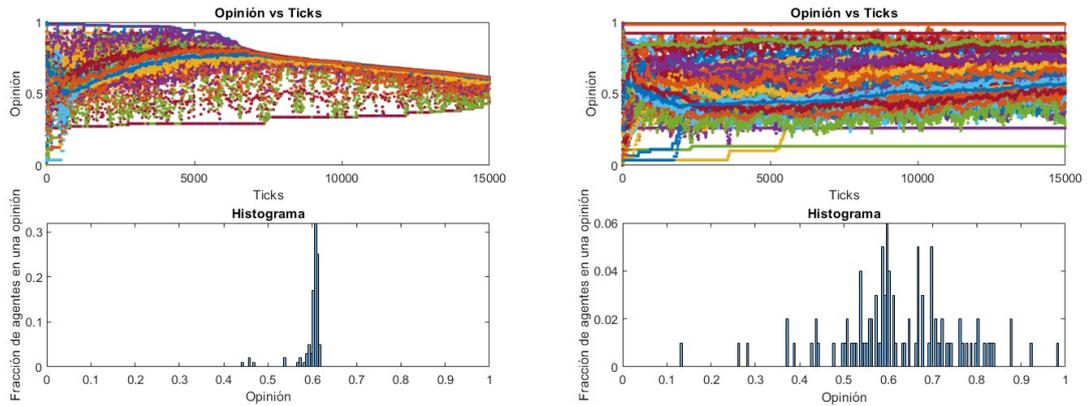
Cuadro 3.33: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.01, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.2.4. Probabilidad de reconexión $p=0.1$

Los valores de coeficiente de agrupamiento  $C$  y longitud de camino promedio  $L$  para esta red son  $C = 0.382$  y  $L = 4.732$ .

#### Influencia de $\mu$

Exceso de ticks superando el archivo a guardar los datos y la condición de paro.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa tendencia a consenso fuerte. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red WS con  $p = 0.1$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se observa tendencia a consenso débil.

Figura 3.26: Resultados de la red WS con  $p = 0.1$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se observa consenso débil.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=15000 con $\mu = 0.5$	0.5998	0.5990	0.5975	0.5944	0.5913	0.5960	0.5913	0.5960	0.5975	0.5950
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.5862	0.5921	0.5909	0.5876	0.5916	0.5859	0.6136	0.5944	0.5981	0.5989

Cuadro 3.34: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.1, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal se recupera consenso fuerte en un tiempo más bajo que los resultados anteriores para redes  $p = 0$  y  $p = 0.01$ .

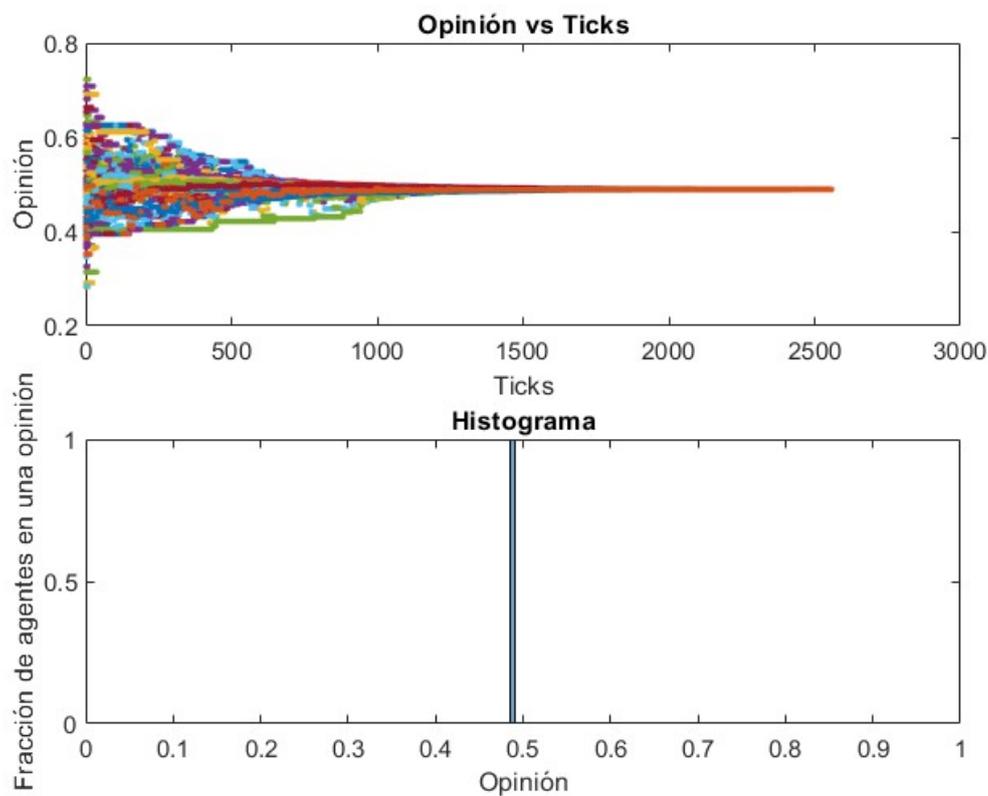


Figura 3.27: Resultados de la red WS con  $p = 0.1$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa consenso fuerte.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=2634	0.4896	0.4897	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896

Cuadro 3.35: Últimas interacciones de la red WS con  $p = 0.1, N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.3. Modelo de Deffuant balanceado en una red de libre escala

Esta variante se aplica a una red de escala libre de tipo Biaconi-Barabasi [20]. Con el algoritmo de Biaconi-Barabasi es posible obtener diferentes exponentes en la distribución de grado de nodo que caracteriza a las redes de escala libre, el parámetro que cambia el exponente es llamado fitness, denotado como  $\eta_i$ , el cual modifica la preferencia de cada nodo. Con todas las  $\eta_i$  iguales en la red se genera una red tipo Barabasi-Albert [19], conocida por tener un exponente de  $\gamma = 3$  en  $P(k) = k^{-\gamma}$ .

Los resultados que se mostrarán a continuación se realizarán en las siguientes 3 redes construidas con el modelo BB como se mencionó en el Capítulo 1, las redes son para un grafo con  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente con  $\gamma = 1.289$ ,  $\eta_i$  distribuida aleatoria y exponencialmente con  $\gamma = 1.006$ ,  $\eta_i = 1$  con  $\gamma = 1.447$  siendo una red Barabasi-Albert.



(a) Grafo BB con  $N = 100$  y  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente. (b) Grafo BB con  $N = 100$  y  $\eta_i$  distribuida aleatoria y exponencialmente. (c) Grafo BB con  $N = 100$  y  $\eta_i = 1$ .

Figura 3.28: Los 3 grafos que se utilizarán para obtener los resultados del siguiente apartado

Se muestran solo los grafos debido a que la matriz de adyacencia al ser de  $100 \times 100$  no es fácil de observar. En todos los grafos se variarán  $d$ ,  $\mu$  y las condiciones iniciales  $x(0)$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668

Cuadro 3.36: Condiciones iniciales para los primeros 10 agentes en todas las redes.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959

Cuadro 3.37: Condiciones iniciales para los primeros 10 agentes en todas las redes donde se modifican las condiciones iniciales a ser distribuidas de manera aleatoria y normal.

Cada resultado tendrá una tabla donde se muestran las condiciones iniciales de los primeros 10 agentes (la misma para todos los resultados) y adicionalmente se mostrará el tick final después de activar la condición de paro, o en su defecto se mostrará el  $t = 15000$  siendo el caso donde la simulación se extendió demasiado.

### 3.3.1. Resultados

Se mostrarán los resultados para las redes BB con  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente,  $\eta_i$  distribuida aleatoria y exponencialmente,  $\eta_i = 1$ , en donde se obtendrán gráficos de Ticks-Opiniones e histogramas para:

1. Rango de interacción  $d = \{0.1, 0.25, 0.4\}$
2. Parámetro de convergencia  $\mu = \{0.1, 0.5\}$
3. Condiciones iniciales con distribución normal.

Al variar los parámetros de observará el comportamiento de cada red en la condición de paro, donde se observará el o los estados invariantes.

### 3.3.2. $\eta_i$ aleatoriamente uniformemente distribuida

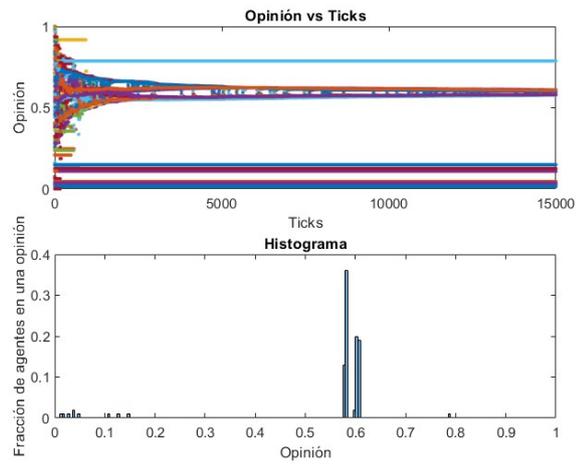
Para esta red  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente con  $\gamma = 1.289$ .

#### Influencia de $d$

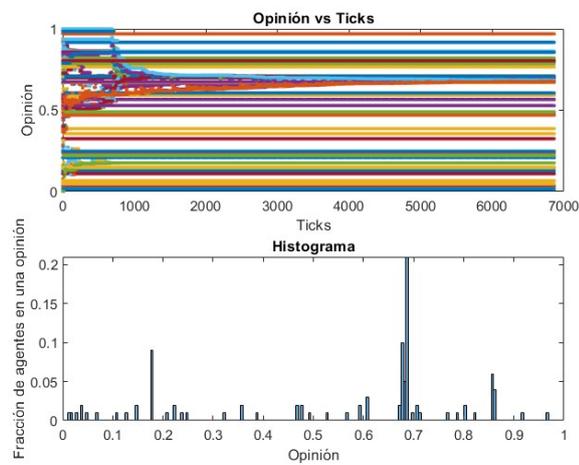
Se muestran a continuación la tabla de las últimas interacciones de los tre valores de  $d$  con los demás parámetros fijos y las figuras que muestran el comportamiento del sistema

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=15000 con $d = 0.4$	0.6005	0.5824	0.5992	0.5808	0.6004	0.5807	0.5814	0.6071	0.6093	0.6071
t=6909 con $d = 0.25$	0.6858	0.1754	0.6859	0.1754	0.6858	0.7089	0.4904	0.6801	0.6766	0.0668
t=837 con $d = 0.1$	0.5423	0.0579	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.7639	0.5291	0.0668

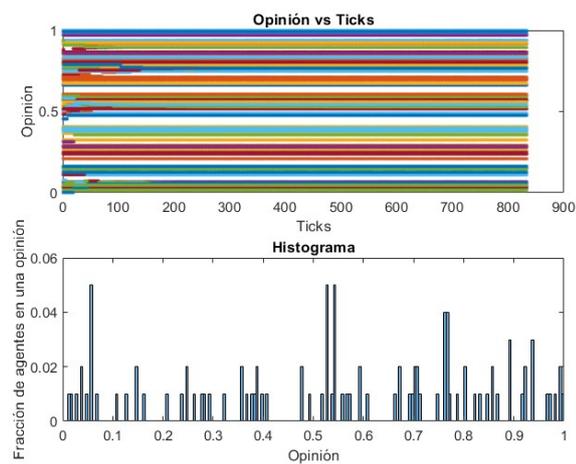
Cuadro 3.38: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y uniforme,  $N = 100$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se observa fragmentaci3n.



(b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se observa fragmentaci3n.

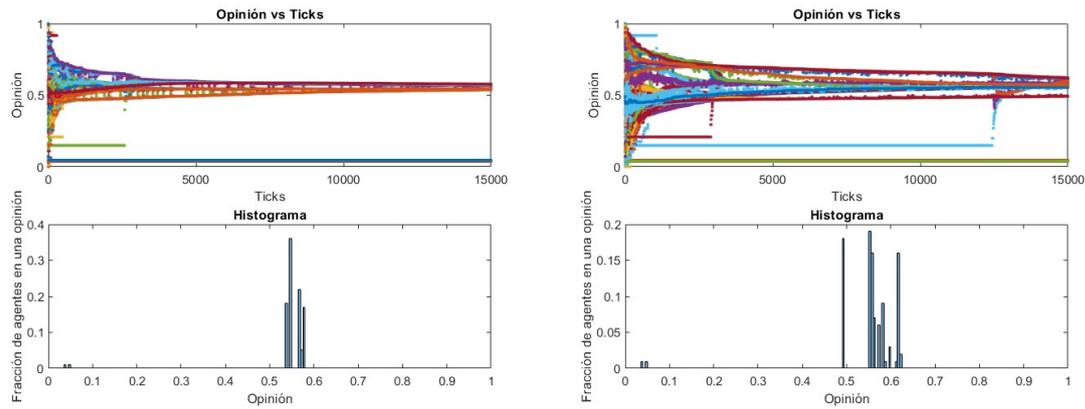


(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se observa fragmentaci3n.

Figura 3.29: Resultados variando el rango de interacci3n  $d$ .

### Influencia de $\mu$

Exceso de ticks superando el archivo a guardar los datos y la condición de paro.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria uniformemente distribuido,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa tendencia y uniformemente distribuido,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$  al consenso débil.

Figura 3.30: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y exponencialmente distribuido variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se observa fragmentación con tendencia al consenso débil.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=15000 con $\mu = 0.5$	0.5704	0.5443	0.5705	0.5447	0.5704	0.5447	0.5444	0.5773	0.5789	0.5753
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.6093	0.5599	0.6153	0.5707	0.6175	0.5720	0.5544	0.5851	0.5611	0.5835

Cuadro 3.39: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y uniforme,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

la red influye en el tiempo de cómputo de la simulación.

**Influencia de las condiciones iniciales**

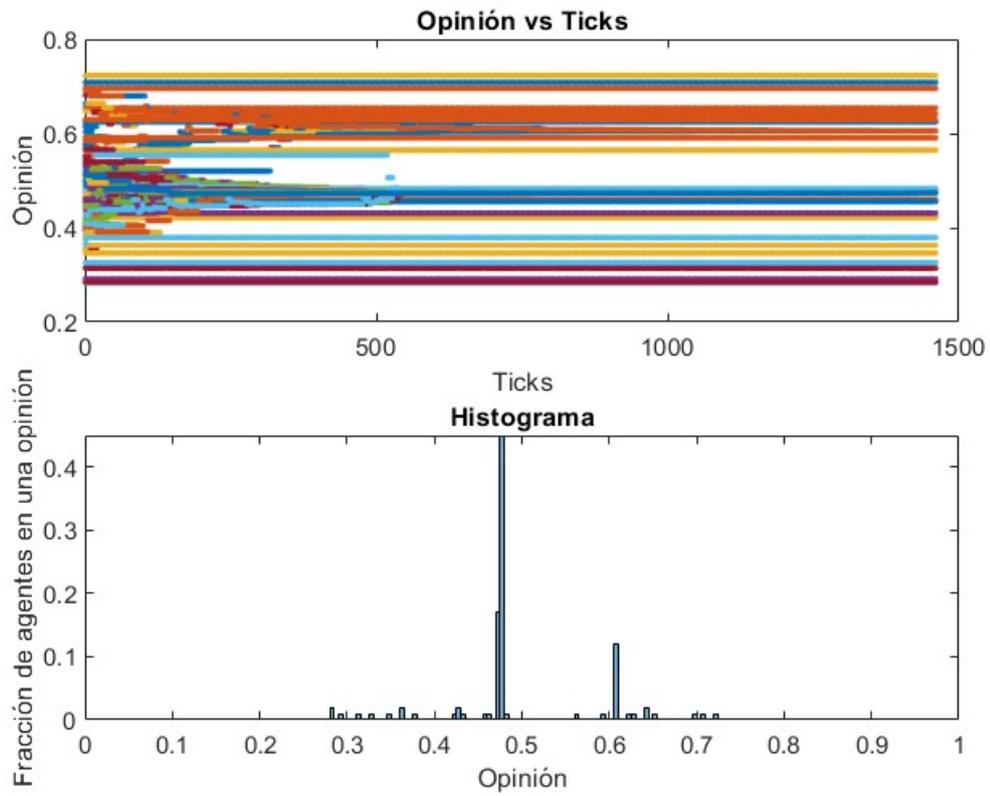


Figura 3.31: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra fragmentaci3n.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=1487	0.4737	0.4771	0.4737	0.4768	0.6539	0.4768	0.4769	0.6060	0.6053	0.6060

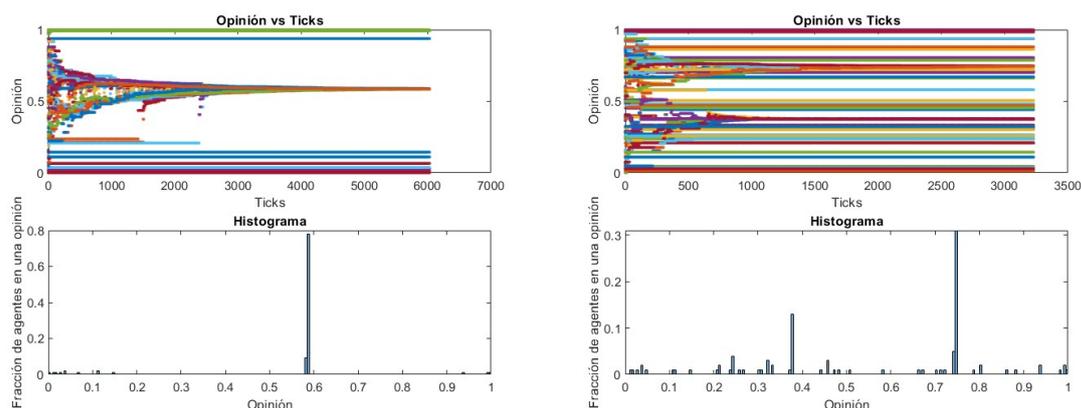
Cuadro 3.40: 3ltimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

**3.3.3.  $\eta_i$  aleatoriamente exponencialmente distribuida**

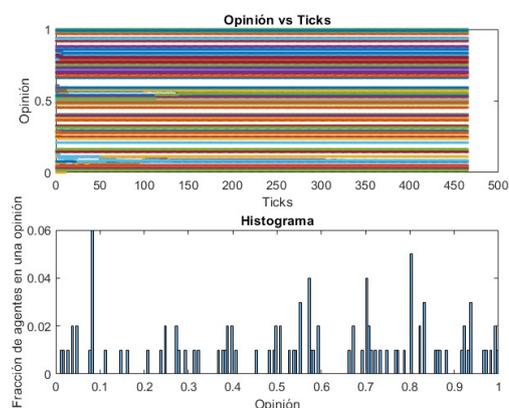
Para esta red  $\eta_i = 1$  con  $\gamma = 1.006$ .

**Influencia de  $d$**

Se muestran las figuras de los tres valores de  $d$  junto a la tabla correspondiente para los valores de las 3ltimas interacciones de los sistemas.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se observa un consenso débil.  
 (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se observa fragmentación



(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $\mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se observa fragmentación

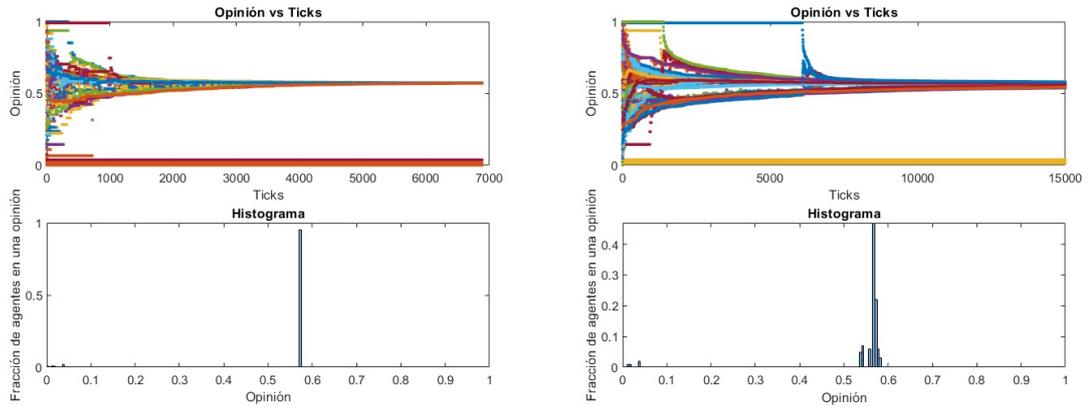
Figura 3.32: Resultados variando el rango de interacción  $d$  para la red de escala libre con  $\eta_i$  distribuida exponencialmente, se observa un cluster principal ligado al nodo concentrador de la red.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=6005 con $d = 0.4$	0.5861	0.5872	0.5874	0.5876	0.5874	0.5874	0.5874	0.5867	0.5874	0.0668
t=3467 con $d = 0.25$	0.3770	0.7468	0.3768	0.3338	0.7468	0.7462	0.3791	0.7469	0.4818	0.3079
t=462 con $d = 0.1$	0.5531	0.0839	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8348	0.4813	0.0839

Cuadro 3.41: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1, N = 100$ ,  $\mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$

**Influencia de  $\mu$**

Exceso de ticks superando el archivo a guardar los datos y la condición de paro en  $\mu = 0.1$ .



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se muestra de manera aleatoria y exponencial,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se muestra tendencia a consenso débil.

Figura 3.33: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Los resultados muestran que la topología de la red ralentiza el proceso de convergencia en el valor más alto de  $\mu = 0.5$ , mientras que para el valor más bajo se observa que supera el tiempo de simulación definido.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=6982 con $\mu = 0.5$	0.5711	0.5737	0.5737	0.5739	0.5737	0.5737	0.5737	0.5740	0.5737	0.5736
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.5432	0.5694	0.5693	0.5688	0.5694	0.5693	0.5698	0.5748	0.5698	0.5693

Cuadro 3.42: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

## Influencia de las condiciones iniciales

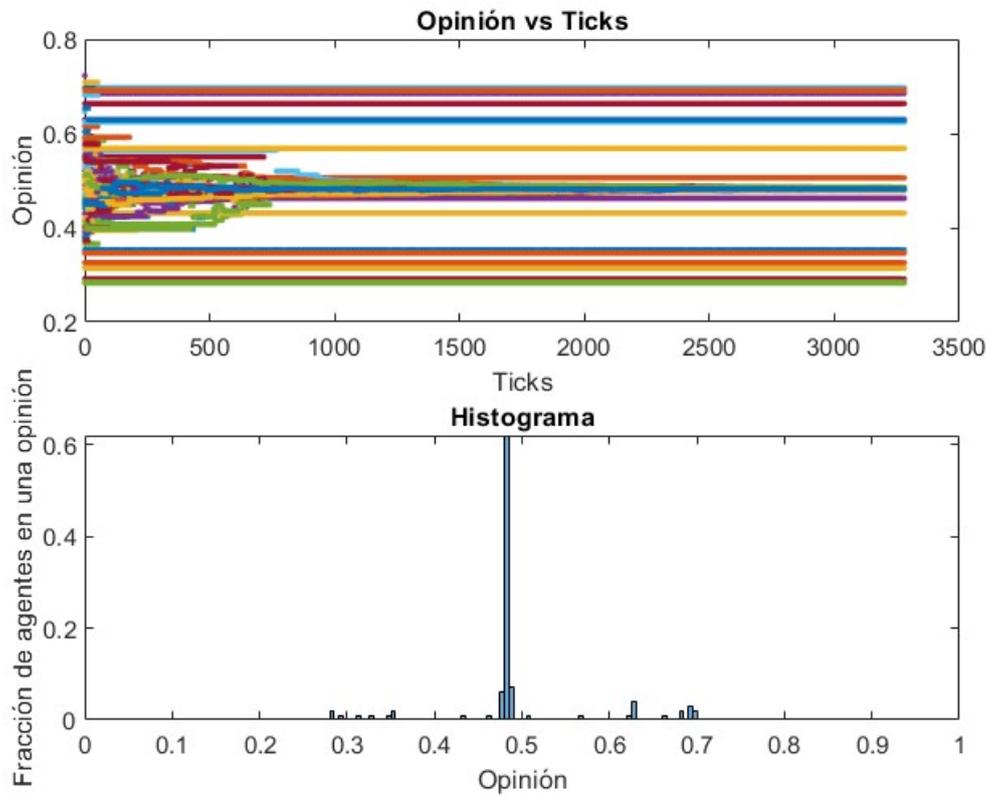


Figura 3.34: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil.

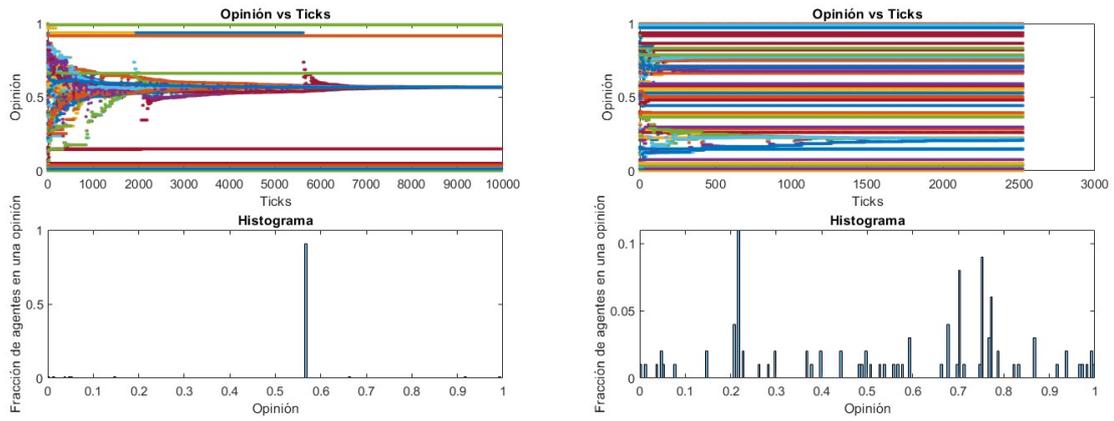
Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=3257	0.4848	0.4815	0.4821	0.4804	0.6289	0.4821	0.4821	0.4855	0.6948	0.6959

Cuadro 3.43: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

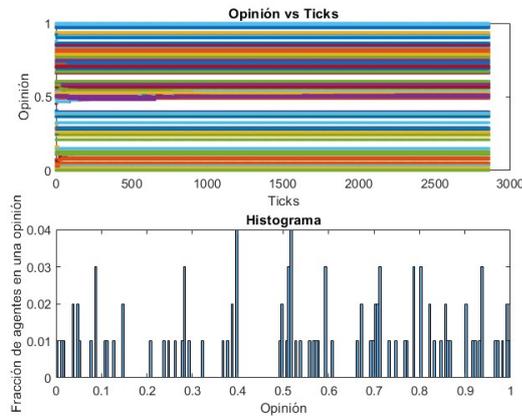
### 3.3.4. $\eta_i = 1$ idéntica en toda la red

Para esta red  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente con  $\gamma = 1.447$ .

**Influencia de  $d$**



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1, \mu = 0.5$  y  $d = 0.4$ . Se muestra consenso fuerte.  
 (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1, \mu = 0.5$  y  $d = 0.25$ . Se observa fragmentación.



(c) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1, \mu = 0.5$  y  $d = 0.1$ . Se observa fragmentación.

Figura 3.35: Resultados variando el rango de interacción  $d$ .

Los resultados muestran algunos clusters principales mientras  $d$  se vuelve más pequeño, mientras que si  $d = 0.1$  no se observa fragmentación de manera uniforme debido a la topología de la red.

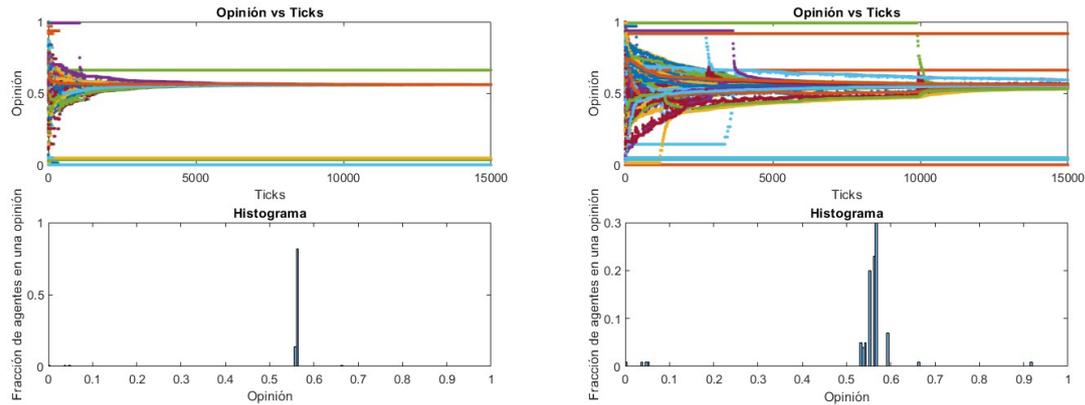
A continuación se muestra una tabla con los últimos valores para las iteraciones de las tres realizaciones.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=9992 con $d = 0.4$	0.5684	0.0512	0.5684	0.5680	0.5680	0.5685	0.5684	0.5685	0.5690	0.5668
t=2506 con $d = 0.25$	0.7519	0.0512	0.4437	0.3953	0.7475	0.7519	0.4437	0.7519	0.2180	0.2082
t=2824 con $d = 0.1$	0.5168	0.0512	0.3895	0.3953	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.5168	0.0860

Cuadro 3.44: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1, N = 100, \mu = 0.5$  y  $d = \{0.4, 0.25, 0.1\}$ 

### Influencia de $\mu$

Exceso de ticks superando el archivo a guardar los datos y la condición de paro.



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1, d = 0.5, \mu = 0.5$ . Se muestra fragmentación. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1, d = 0.5, \mu = 0.1$ . Se observa fragmentación.

Figura 3.36: Resultados de la red BB con  $\eta_i = 1$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se muestra fragmentación.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=15000 con $\mu = 0.5$	0.5603	0.5603	0.5603	0.5600	0.5599	0.5603	0.5603	0.5603	0.5613	0.5608
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.5589	0.0512	0.5606	0.5438	0.5439	0.5602	0.5607	0.5607	0.5657	0.5531

Cuadro 3.45: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$ 

$\mu$  afecta en el tiempo de convergencia.

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, aleatoria se puede recuperar el cluster principal con  $d = 0.1$ , sin embargo se exhibe la fragmentación, mientras la distribución normal sea más restrictiva se obtendrá un mejor resultado de consenso. Se muestra a continuación el histograma con el ejemplo:

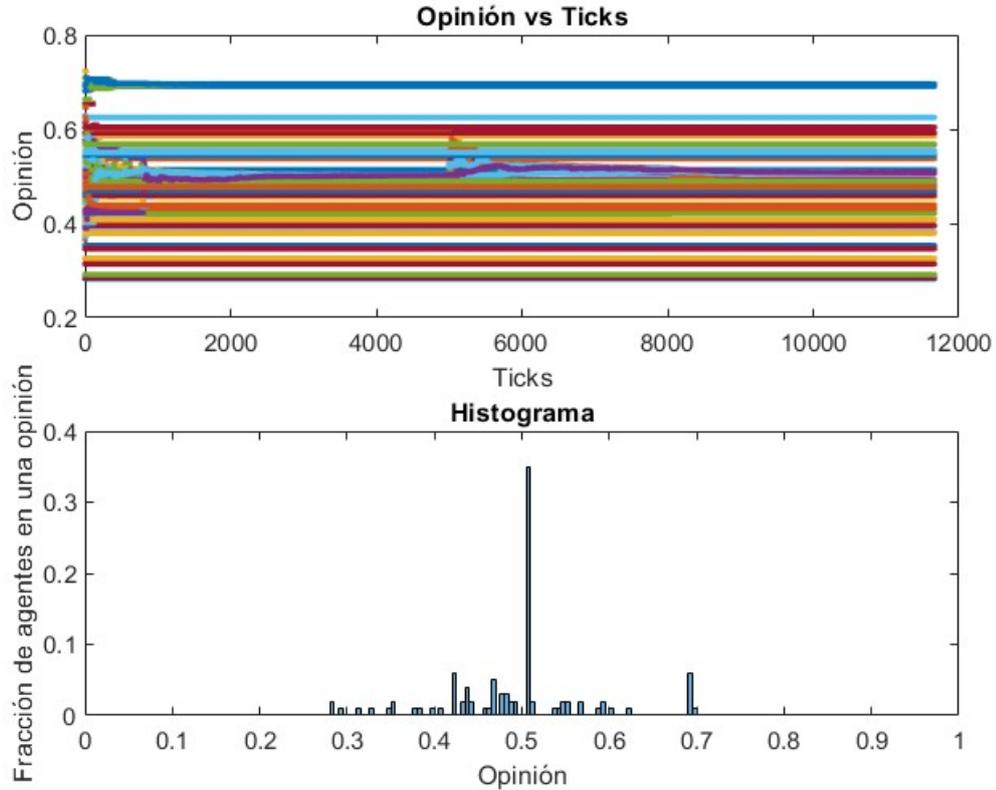


Figura 3.37: Resultados de la red BB con  $\eta_i = 1$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se muestra consenso débil.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=11849	0.5089	0.5093	0.5093	0.5089	0.5087	0.5093	0.5093	0.5093	0.6944	0.6944

Cuadro 3.46: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1$ ,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

## 3.4. Modelo de Deffuant desbalanceado en una red de libre escala

Para esta variante se utilizarán las redes BB anteriormente mencionadas. El rango de interacción  $d_i \in [0, 1]$  dependerá del grado de nodo tal que  $d_i = \frac{1}{k_i}$ .

### 3.4.1. Resultados

Se mostrarán los resultados para las redes BB con  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente,  $\eta_i$  distribuida aleatoria y exponencialmente,  $\eta_i = 1$ , en donde se obtendrán gráficos de Ticks-Opiniones e histogramas para:

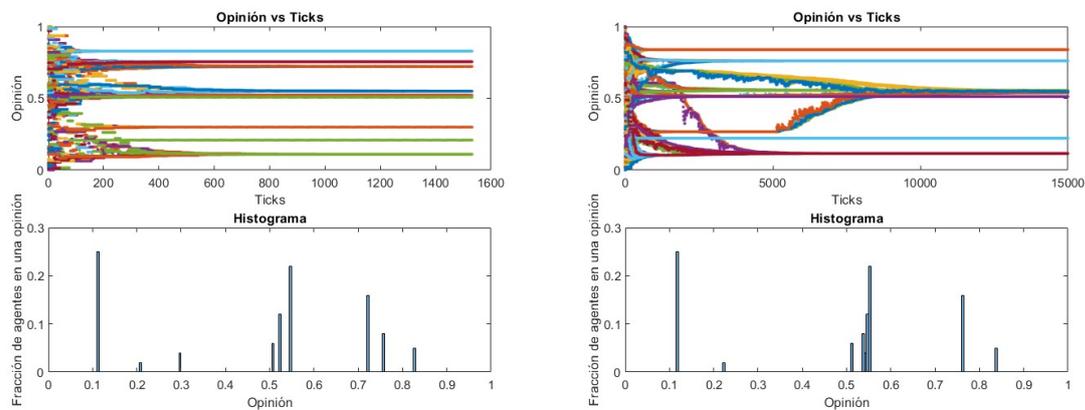
1. Parámetro de convergencia  $\mu = \{0.1, 0.5\}$
2. Condiciones iniciales con distribución normal.

Al variar los parámetros de observará el comportamiento de cada red en la condición de paro, donde se observará el o los estados invariantes.

### 3.4.2. $\eta_i$ aleatoriamente uniformemente distribuido.

Para esta red  $\eta_i$  distribuida aleatoria y uniformemente con  $\gamma = 1.289$ .

#### Influencia de $\mu$



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa framen- y uniformemente distribuido,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$  tación.

Figura 3.38: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se observa fragmentación.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.0769	0.333	0.5	0.166	1	1	1	0.5	0.0476	0.0909
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=1533 con $\mu = 0.5$	0.5490	0.1102	0.5490	0.5078	0.5490	0.5078	0.1102	0.7550	0.5215	0.2994
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.5546	0.1157	0.5547	0.5125	0.5547	0.5125	0.1157	0.5478	0.5400	0.5472

Cuadro 3.47: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y uniforme,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

$\mu$  afecta en el tiempo de convergencia.

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, en este caso se observa fragmentación con clusters de opinión cercanos. Cabe aclarar que los clusters de opinión cercanos no son necesariamente agentes vecinos.

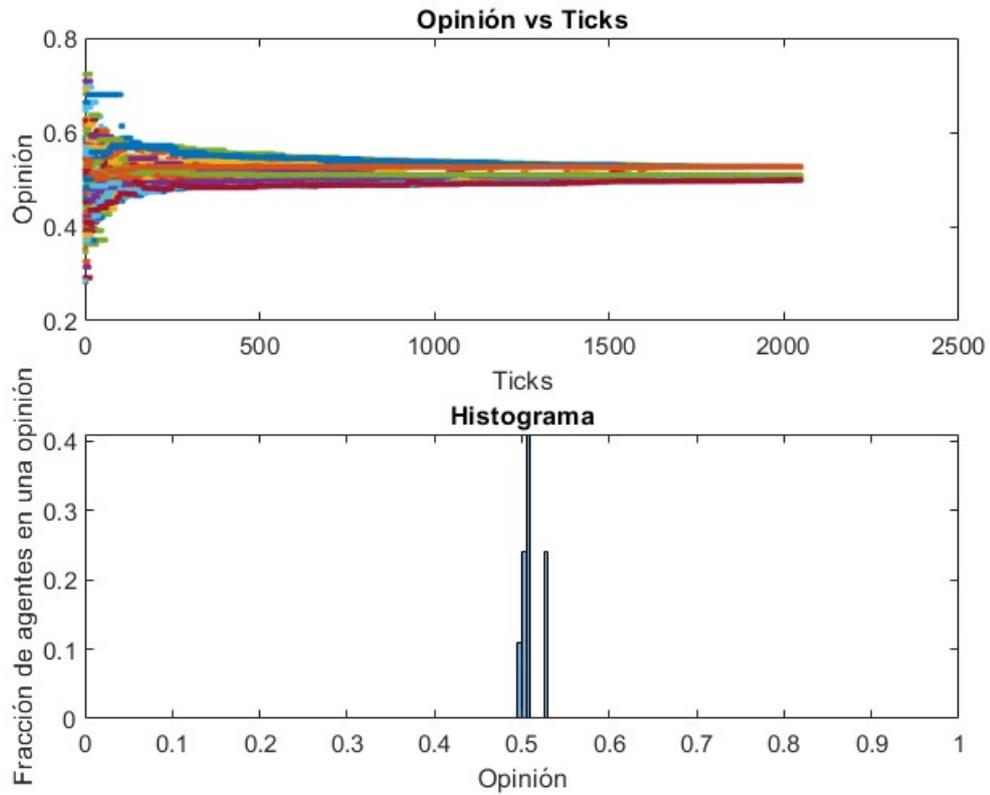


Figura 3.39: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa fragmentación.

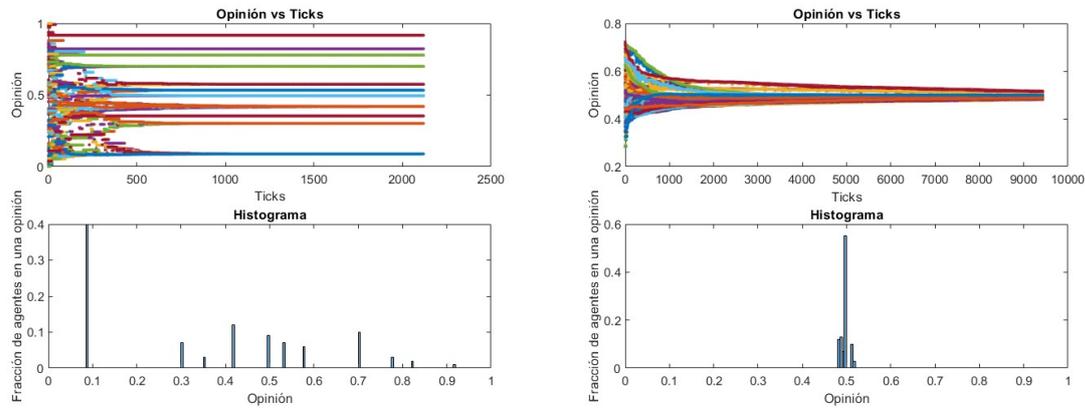
Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=2081	0.5079	0.5057	0.5079	0.4977	0.5079	0.4977	0.5032	0.5266	0.5261	0.5264

Cuadro 3.48: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  aleatoria y uniformemente distribuido,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.4.3. $\eta_i$ aleatoriamente y exponencialmente distribuido.

Para esta red  $\eta_i$  está distribuida de manera aleatoria y exponencial con  $\gamma = 1.006$ .

#### Influencia de $\mu$



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se observa fragmentación. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se observa tendencia al consenso fuerte.

Figura 3.40: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial variando el parámetro de convergencia  $\mu$ .

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.0769	0.333	0.5	0.166	1	1	1	0.5	0.0476	0.0909
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=2104 con $\mu = 0.5$	0.4196	0.0887	0.0887	0.4959	0.0887	0.0887	0.7000	0.7002	0.0887	0.0887
t=9473 con $\mu = 0.1$	0.4833	0.4972	0.4987	0.4869	0.4989	0.4988	0.4992	0.5109	0.4991	0.4988

Cuadro 3.49: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

En este caso en particular,  $\mu$  muestra un cambio entre fragmentación y consenso para diferentes  $\mu$ .

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, en este caso se observa tendencia al consenso fuerte.

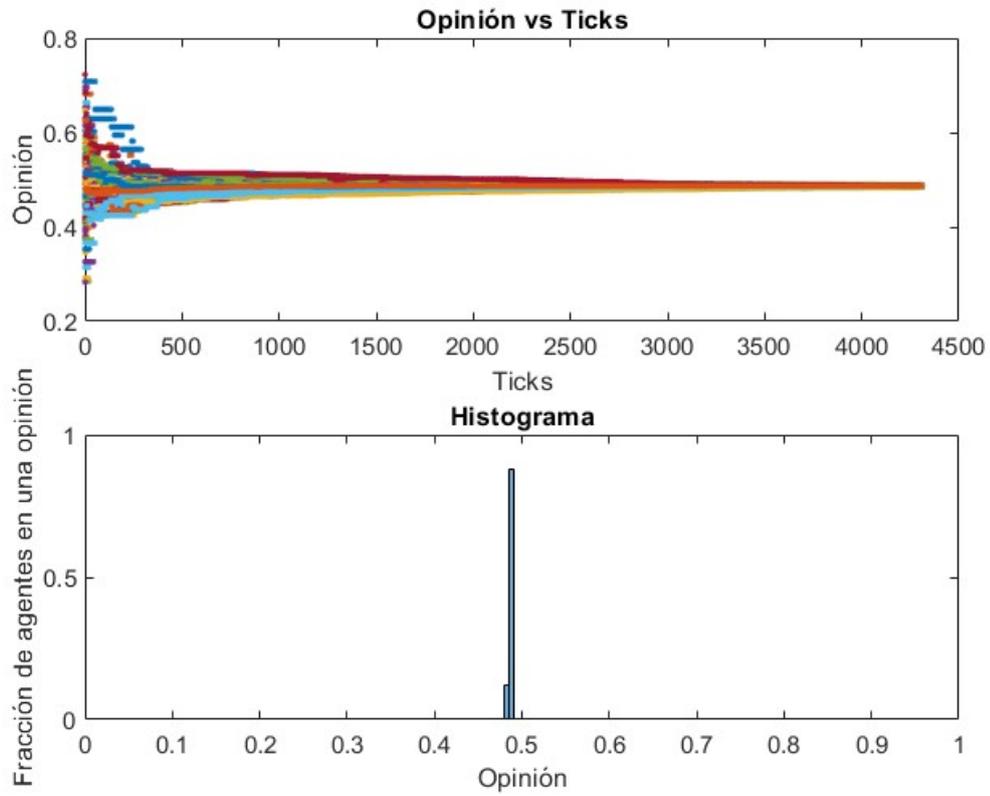


Figura 3.41: Resultados de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa tendencia al consenso fuerte.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=4413	0.4840	0.4870	0.4870	0.4869	0.4870	0.4870	0.4870	0.4893	0.4869	0.4869

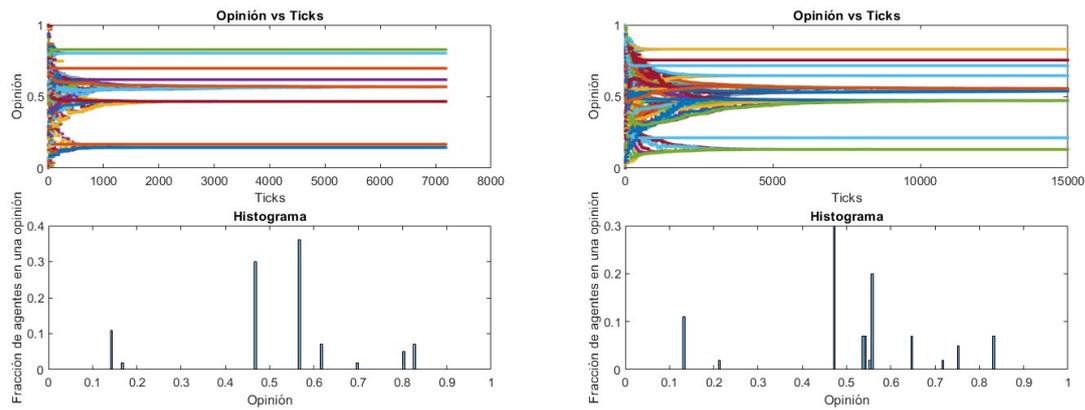
Cuadro 3.50: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial,  $N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

### 3.4.4. $\eta_i = 1$ idéntica en toda la red.

Para esta red  $\eta_i = 1$  con  $\gamma = 1.447$ .

#### Influencia de $\mu$

Debido a que  $x(0)$ ,  $d$  y la topología de la red es fija, es interesante observar que aunque solo debería de ser afectado el tiempo de convergencia, en las imágenes anteriores se muestra que los el cluster con mayor fracción de agentes en el caso de  $\mu = 0.5$  es diferentes al del caso con  $\mu = 0.1$ , de igual manera los clusters



(a) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.5$ . Se muestra fragmentación. (b) Ticks vs Opiniones e histograma de la red BB con  $\eta_i = 1$ ,  $d = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ . Se muestra convergencia.

Figura 3.42: Resultados de la red BB con  $\eta_i = 1$  variando el parámetro de convergencia  $\mu$ . Se muestra fragmentación.

más pequeños no se ubican exactamente en el mismo lugar, indicando que en cada realización las opiniones invariantes aunque se tengan los parámetros más influyentes fijos, sigue existiendo un resultado distinto aunque aproximado.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.0769	0.333	0.5	0.166	1	1	1	0.5	0.0476	0.0909
t=0	0.536	0.0512	0.3895	0.3843	0.7475	0.7089	0.4904	0.8205	0.4813	0.0668
t=7063 con $\mu = 0.5$	0.5686	0.5689	0.5689	0.5677	0.5677	0.5689	0.5689	0.5687	0.4656	0.1443
t=15000 con $\mu = 0.1$	0.5550	0.5559	0.5551	0.5441	0.5446	0.5547	0.5552	0.5552	0.4713	0.1307

Cuadro 3.51: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1, N = 100$ ,  $d = 0.5$  y  $\mu = \{0.5, 0.1\}$

$\mu$  afecta el tiempo de convergencia.

### Influencia de las condiciones iniciales

Cambiando las condiciones iniciales a una distribución normal, se muestran clusters con fracciones de nodos alta, siendo solo 3 clusters.

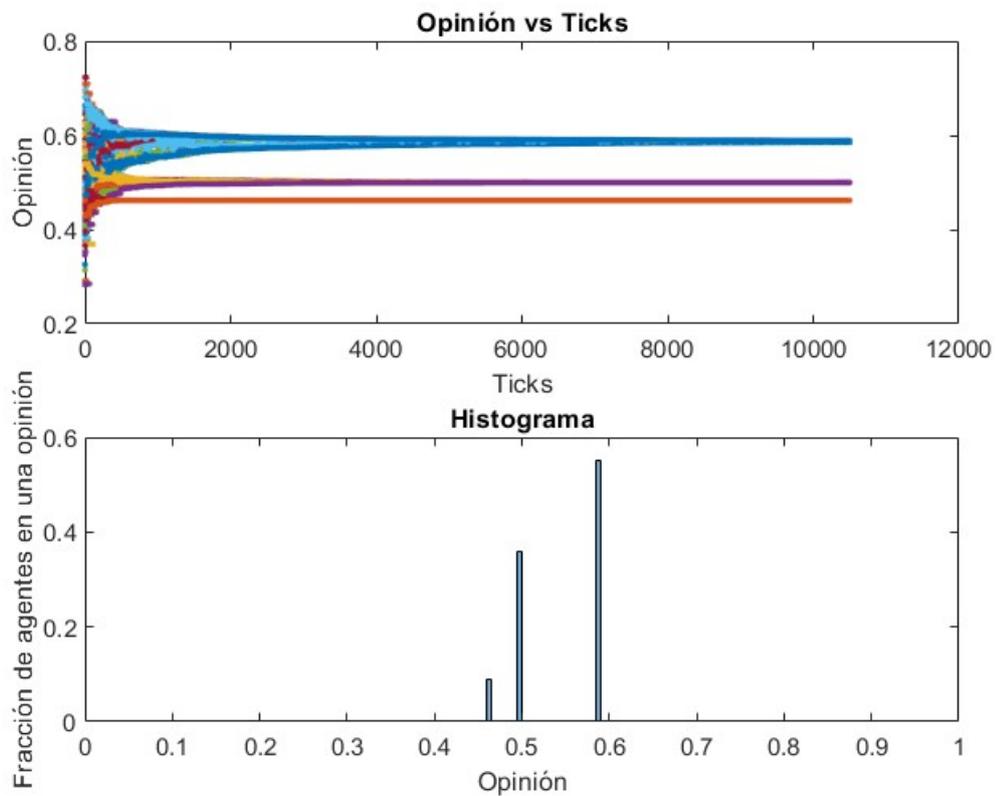


Figura 3.43: Resultados de la red BB con  $\eta_i = 1$  con condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria. Se observa fragmentación.

Agentes	$x_0(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_5(t)$	$x_6(t)$	$x_7(t)$	$x_8(t)$	$x_9(t)$
$d_i$	0.5236	0.3438	0.8765	0.5461	0.2500	0.9476	0.8398	0.3786	0.3412	0.1858
t=0	0.5306	0.5138	0.4576	0.5377	0.6539	0.4470	0.4615	0.5717	0.6813	0.6959
t=11849	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998	0.4998	0.4997	0.4997	0.4997	0.5884	0.5866

Cuadro 3.52: Últimas interacciones de la red BB con  $\eta_i = 1, N = 100, d = 0.5$  y  $\mu = 0.5$  y condiciones iniciales  $x(0)$  distribuidas de manera aleatoria y normal.

En el siguiente capítulo se discutirán los resultados anteriormente ilustrados, haciendo una comparativa entre las diferentes variaciones de parámetros. Se mencionará los objetivos alcanzados y también se hablará de posible trabajo a futuro.



# Capítulo 4

## Conclusiones

### 4.1. Discusión de los resultados obtenidos

En el modelo de Deffuant balanceado en una red de mundo pequeño, en general se muestra fragmentación con múltiples clusters para rangos de interacción bajos, sin embargo suele existir un cluster que contiene una fracción de agentes mayor al promedio. En los resultados de la variación del parámetro de convergencia se suele mostrar como el tiempo aumenta a medida que  $\mu$  desciende, sin embargo para  $p = 0$  el tiempo entre ambos resultados de  $\mu$  es similar, se puede concluir que la estructura de esta red afecta de igual manera la convergencia de las opiniones. También se observó un comportamiento indeciso lento debido a la topología de la red conectada la red, clusters cercanos de opinión intercambian agentes durante un largo periodo de tiempo. Las condiciones iniciales distribuidas de manera normal y uniforme pueden recuperar el consenso en cierta medida, mientras más cercanas sean más fuerte será el consenso.

En el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño se observa un incremento considerable en el tiempo de convergencia, con todos los resultados de la variación de  $\mu$  sin converger completamente, superando el límite para la simulación. Se observa tendencia al consenso fuerte para todos los casos y aparentemente mientras menor es  $p$  la convergencia es más rápida. Por otro lado, las condiciones iniciales distribuidas de manera normal y aleatoria llevaron al consenso fuerte.

En el modelo de Deffuant balanceado en una red de escala libre, al disminuir  $d$  se observa múltiples agentes separados y aislados, obteniendo un mayor número de estados estables de las que se habían observado, se muestra también mayor uniformidad en los clusters de opinión, teniendo una fracción de agentes pequeña. Para  $d = 0.4$  solo se observó consenso débil. Los resultados de  $\mu$  muestran que la red tiene tendencia a tener tiempos largos para  $d = 0.5$  (caso que suele llevar a la convergencia fácilmente en otros resultados). Para condiciones iniciales distribuidas de manera aleatoria y normal se observa que fácilmente se puede alcanzar el consenso débil, sin embargo siguen existiendo múltiples agentes aislados.

En el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre se observa que a diferencia de la variante anterior, los agentes forman clusters de diferente tamaño (dependiendo del nodo concentrador al que estén conectados), siendo el caso con  $\eta_i$  distribuida de manera aleatoria y exponencial el más notable, donde se puede ver que el único nodo concentrador forma la fracción más grande de nodos con la misma opinión. En este caso  $\mu$  afecta al tiempo de convergencia de los agentes, a menor  $\mu$  mayor es el tiempo de convergencia, en el caso con  $\eta_i$  aleatoriamente exponencialmente distribuido se llega al consenso. Para condiciones iniciales distribuidas de manera aleatoria y normal se observa tendencia al consenso fuerte a través de un largo periodo de tiempo, similar al caso del modelo WS con  $p = 0$ , las opiniones entre agentes concentradores suelen intercambiarse durante un largo periodo de tiempo en algunos casos.

De los objetivos se logró determinar cuáles redes y condiciones son necesarias para alcanzar el consenso o la fragmentación, siendo el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de mundo pequeño la principal variante para obtener consenso fuerte sin importar los demás parámetros. Para las demás redes es posible

alcanzar el consenso débil o fuerte dependiendo del rango de interacción  $d$  con  $d > 0.4$ , la fragmentación es posible obtenerla con  $d < 0.4$ , siendo con mayor facilidad en las redes de escala libre. Se logró extender las ecuaciones de evolución del modelo de Deffuant clásico a diferentes estructuras de red. Finalmente se logró identificar la relevancia sobre los parámetros y la estructura de la red, siendo mencionado anteriormente en la discusión de los resultados. Se mencionará a continuación posible trabajo a futuro.

## 4.2. Trabajo a futuro

Se propone como trabajo a futuro:

- Se propone realizar un análisis a profundidad del modelo de Deffuant clásico, mediante el cual se determine la probabilidad de aparición de alas de población o de diferentes clusters de opinión invariantes con  $\mu, d$  y  $x(0)$  fijos.
- Extender el modelo de Deffuant balanceado y desbalanceado a diferentes estructuras como redes jerárquicas.
- Indagar sobre el comportamiento de las variantes del modelo en el límite termodinámico.
- En este trabajo se modificó el rango de interacción  $d$  para ser dependiente de la red como en el caso del modelo de Deffuant desbalanceado en la red de escala libre, se propone crear variantes para  $\mu$  con un sentido social.
- El modelo de Deffuant desbalanceado en redes de escala libre muestra no alcanzar por completo el consenso, los clusters de opinión se encuentran concentrados en los nodos con más enlaces de la red (nodos concentradores). Se propone asignar la misma opinión u opiniones similares a los nodos concentradores, verificando cuántos nodos son necesarios para que el sistema muestre consenso fuerte.
- Indagar sobre una extensión del modelo de Deffuant desbalanceado en redes donde surja el fenómeno de polarización de opiniones como sucede en el modelo de Deffuant desbalanceado en una red de escala libre.

Se mostrarán anexos donde se incluyan los códigos de las variantes de los modelos de Deffuant, realizadas en netlogo. Las variantes balanceadas y desbalanceadas se incluyen dentro del mismo código.

## 4.3. Anexos

### Código del modelo de Deffuant clásico en Netlogo.

```

globals [ global-list
d-promedio]
turtles-own[opinion
turtle-list
di]
extensions[[palette
array
csv]]
to setup
  clear-all
  clear-output
  set global-list []
  ask patches [set pcolor white]
  create-turtles 10 [
    set shape "circle"
    set opinion random-float 1
    set d-promedio mean [di] of turtles
  ]
  ; set di random-float 0.5
  set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
  setxy random-xxcor opinion
  set global-list lput opinion global-list
  set turtle-list ( list opinion )
]
ask turtles [set label who
set label-color black]
reset-ticks
end
to setup-normal
  clear-all
  clear-output
  set global-list []
  ask patches [set pcolor white]
  create-turtles 5 [
    set shape "circle"
    ; set opinion random-float 1
    set opinion random-normal 0.75 0.05
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    setxy random-xxcor opinion
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  create-turtles 5 [
    set shape "circle"
    ; set opinion random-float 1
    set opinion random-normal 0.25 0.05
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    setxy random-xxcor opinion
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  ask turtles [set label who
set label-color black]
reset-ticks
end
to balanceado

```

Figura 4.1: Primera parte del código del modelo de Deffuant clásico

```

to desbalanceado
  ask turtles [set label who
    set label-color black
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)]
  let turtle-a one-of turtles
  let turtle-b one-of turtles
  if abs ([opinion] of turtle-a - [opinion] of turtle-b) < [di] of turtle-a [
    ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)]
    if abs ([opinion] of turtle-b - [opinion] of turtle-a) < [di] of turtle-b [
      ask turtle-b [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-a - opinion)]
    ]
  ]
  ask turtle-a [set color green
    setxy xcor opinion]
  ask turtle-b [set color yellow
    setxy xcor opinion]
end
to Balanced
  balanceado
  ask turtles [
    set turtle-list lput opinion turtle-list]
  tick
end
to Desbalanced
  desbalanceado
  ask turtles [
    set turtle-list lput opinion turtle-list]
  tick
end

```

Figura 4.2: Segunda parte del código del modelo de Deffuant clásico

### Código en Netlogo del modelo de Deffuant en una red de mundo pequeño.

En este código se utilizó el modelo incluido dentro de la biblioteca de Netlogo para redes SmallWorld [23], solo se anexará la parte hecha para las variantes del modelo de Deffuant debido a que el resto del código se encuentra en la biblioteca.

```

;-----
;Presionar el botón setup para crear una red
;Asignar la probabilidad realambrado para crear una nueva red de mundo pequeño con el boton "rewire-all"
;Con el botón "opiniones" se distribuyen las opiniones en la red y se asignan los colores a los nodos
;Escoger los parámetros de d y mu deseados para la prueba de la simulación deseada
;Presionar el botón "Iter" para comenzar las iteraciones y aplicar las reglas de interacción a cada tick
;Los gráficos son creados de igual manera que en el modelo de Deffuant.
to distribuir-opiniones
  ask patches [set pcolor black]
  ask turtles [
    set opinion random-float 1
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set di (1)/(grado-de-nodo)
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ show opinion ] ]
  reset-ticks
end
to distribuir-opiniones-normal
  ask patches [set pcolor black]
  ask turtles [
    set opinion random-normal 0.5 0.1
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set di (1)/(grado-de-nodo)
  ]
  reset-ticks
end
to desbalancead
  ask turtles [set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)]
  let turtle-a one-of turtles
  ask turtle-a[let turtle-b one-of link-neighbors
  ifelse abs (opinion - [opinion] of turtle-b) < di [
    ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)][ask turtle-a [set opinion opinion]]
  ifelse abs ([opinion] of turtle-b - opinion) < ([di] of turtle-b)/(2) [ ;parece que en la tortuga b se tiene que dividir entre 2 la di y mult
    ask turtle-b [set opinion opinion + (mu)*(2) * ([opinion] of turtle-a - opinion)][ask turtle-b [set opinion opinion]]
    ask link [who] of turtle-a [who] of turtle-b [set color orange]
  ask turtle-a [set color green]
  ask turtle-b [set color yellow]]
  tick
end
to balanced

```

Figura 4.3: Primera parte del código del modelo de Deffuant SM

```

to balanced
  ask turtles [set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)]
  let turtle-a one-of turtles
  ask turtle-a[let turtle-b one-of link-neighbors
    if abs ([opinion] of turtle-a - [opinion] of turtle-b) < d [
      ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)]
      ask turtle-b [set opinion opinion + (mu)*(2) * ([opinion] of turtle-a - opinion)]
      ask link [who] of turtle-a [who] of turtle-b [set color orange]
    ]
    ask turtle-a [set color green]
  ask turtle-b [set color yellow]]
  tick
end
to balanceado
  balanced
  if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de d
    ask turtles[
      set turtle-list lput opinion turtle-list]]
  tick
end
to desbalanceado
  desbalancead
  if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de d
    ask turtles[
      set turtle-list lput opinion turtle-list]]
  tick
end
to data
  file-open "WSaleatorioDesbalanceadoNormal.txt" ;archivo completo de las nuevas opiniones de WS, cambiar para escala libr
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ file-print opinion ] ]
  file-close-all
end
to Op

```

Figura 4.4: Segunda parte del código del modelo de Deffuant SM

```

to Op
  file-open "WSOpiniones.txt"
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read] ]
  ask turtles [
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  file-close
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ show opinion ] ]
  file-open "WSdi.txt"
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set di file-read] ]
  file-close
  reset-ticks
end
to Op-Normal
  file-open "WSOpinionesNormal.txt"
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read] ]
  ask turtles [
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  file-close
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ show opinion ] ]
  file-open "WSdi.txt"
  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set di file-read] ]
  file-close
  reset-ticks
end

```

Figura 4.5: Tercera parte del código del modelo de Deffuant SM

## Código en Netlogo del modelo de Deffuant en una red de escala libre.

En este código se utilizó el modelo incluido dentro de la biblioteca de Netlogo para redes preferential attachment [24], solo se anexará la parte modificada del código para que la red sea BB, adicionalmente se mostrará la parte hecha para las variantes del modelo de Deffuant debido a que el resto del código se encuentra en la biblioteca.

```

;; used for creating a new node
to make-node [old-node]
  crt 1
  [
    set color red
    set fitness 1
    ; set fitness random-exponential 1
    ; set fitness random-float 1 ; Opciones de Biaconi-Barabasi para eta
    if old-node != nobody
      [ create-link-with old-node [ set color green ]
        ; position the new node near its partner
        move-to old-node
        fd 8
      ]
  ]
end

;; This code is the heart of the "preferential attachment" mechanism, and acts like
;; a lottery where each node gets a ticket for every connection it already has.
;; While the basic idea is the same as in the Lottery Example (in the Code Examples
;; section of the Models Library), things are made simpler here by the fact that we
;; can just use the links as if they were the "tickets": we first pick a random link,
;; and then we pick one of the two ends of that link.
to-report find-partner
  ;total es la parte de abajo donde suma
  let total random-float sum [(count link-neighbors) * fitness] of turtles ;considerar fitness para encontrar pareja
  let partner nobody
  ask turtles
  [
    ; parece que nc es la parte de arriba de la ecuación de Pi, cuenta el numero de vecinos y multiplica por el fitness
    let nc (count link-neighbors) * fitness ;considerar fitness para encontrar pareja
    ; if there's no winner yet...
    if partner = nobody
      [
        ifelse nc > total
          [ set partner self ]
          [ set total total + nc ]
      ]
  ]
  report partner
end

```

Figura 4.6: Primera parte donde se modifica el código original BA para incluir el parámetro fitness y ser la variante BB

```

;-----
to poner-grado
  ask turtles [
    set grado-de-nodo count my-links
    set di (1)/(grado-de-nodo)
  ]
end
to distribuir-opiniones
  set global-list []
  ask patches [set pcolor black]
  ask turtles [
    set opinion random-float 1
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set di (1)/(grado-de-nodo)
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  reset-ticks
end

to distribuir-opiniones-normal
  ask patches [set pcolor black]
  ask turtles [
    set opinion random-normal 0.5 0.1
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set di (1)/(grado-de-nodo)
  ]
  reset-ticks
end

to desbalancead
  ask turtles [set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)]
  let turtle-a one-of turtles
  ask turtle-a [let turtle-b one-of link-neighbors
    ifelse abs (opinion - [opinion] of turtle-b) < di [
      ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)][ask turtle-a [set opinion opinion]]
    ]
    ifelse abs ([opinion] of turtle-b - opinion) < ([di] of turtle-b)/(2) [ ;parece que en la tortuga b se tiene que dividir entre 2 ]
      ask turtle-b [set opinion opinion + (mu)*(2) * ([opinion] of turtle-a - opinion)][ask turtle-b [set opinion opinion]]
      ask link [who] of turtle-a [who] of turtle-b [set color orange]
      ask turtle-a [set color green]
      ask turtle-b [set color yellow]
    ]
  ]
  tick
end

to balanced

```

Figura 4.7: Segunda parte del código del modelo de Deffuant BB

```

to balanced
ask turtles [set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)]
let turtle-a one-of turtles
ask turtle-a[let turtle-b one-of link-neighbors
if abs ([opinion] of turtle-a - [opinion] of turtle-b) < d [
ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)]
ask turtle-b [set opinion opinion + (mu)*(2) * ([opinion] of turtle-a - opinion)]
ask link [who] of turtle-a [who] of turtle-b [set color orange]
]
ask turtle-a [set color green]
ask turtle-b [set color yellow]]
tick
end

to balanceado
balanced
if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de datos
ask turtles[
set turtle-list lput opinion turtle-list]]
tick
end

to desbalanceado
desbalancead
if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de datos
ask turtles[
set turtle-list lput opinion turtle-list]]
tick
end

to data
file-open "BBExponencialmu5.txt" ;archivo completo de las nuevas opiniones de WS, cambiar para escala libre
; ask turtles[
; file-write who file-write opinion]
foreach sort turtles
[ the-turtle -> ask the-turtle [ file-print opinion] ]
file-close-all
end

to Op-uniforme
file-open "BBdataUniforme.txt"

foreach sort turtles
[ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read ] ]
ask turtles [
set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
set grado-de-nodo count my-links
set global-list lput opinion global-list
set turtle-list ( list opinion )
]
file-close

reset-ticks

end

to Op-uniforme-Normal

```

Figura 4.8: Tercera parte del código del modelo de Deffuant BB

```

to Op-uniforme-Normal
  file-open "BBOpNormalUniforme.txt"

  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read ] ]
  ask turtles [
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  file-close

  reset-ticks

end

to Op-exponencial
  file-open "BBdataExponencial.txt"

  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read ] ]
  ask turtles [
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  file-close

  reset-ticks

end

to Op-exponencial-normal
  file-open "BBOpNormalExponencial.txt"

  foreach sort turtles
  [ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read ] ]
  ask turtles [
    set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [ 0 0 255]] opinion (0) (1)
    set grado-de-nodo count my-links
    set global-list lput opinion global-list
    set turtle-list ( list opinion )
  ]
  file-close

  reset-ticks

end

to Op-Barabasi

```

Figura 4.9: Cuarta parte del código del modelo de Deffuant BB

```

to balanced
ask turtles [set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)]
let turtle-a one-of turtles
ask turtle-a[let turtle-b one-of link-neighbors
if abs ([opinion] of turtle-a - [opinion] of turtle-b) < d [
ask turtle-a [set opinion opinion + mu * ([opinion] of turtle-b - opinion)]
ask turtle-b [set opinion opinion + (mu)*(2) * ([opinion] of turtle-a - opinion)]
ask link [who] of turtle-a [who] of turtle-b [set color orange]
]
ask turtle-a [set color green]
ask turtle-b [set color yellow]]
tick
end

to balanceado
balanced
if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de datos
ask turtles[
set turtle-list lput opinion turtle-list]]
tick
end

to desbalanceado
desbalancead
if ticks > 0 and ticks mod 5 = 0 [ ;haciendo que en la lista se genere una linea cada 5 ticks para no tener exceso de datos
ask turtles[
set turtle-list lput opinion turtle-list]]
tick
end

to data
file-open "BBExponencialmu5.txt" ;archivo completo de las nuevas opiniones de WS, cambiar para escala libre
; ask turtles[
; file-write who file-write opinion]
foreach sort turtles
[ the-turtle -> ask the-turtle [ file-print opinion] ]
file-close-all
end

to Op-uniforme
file-open "BBdataUniforme.txt"

foreach sort turtles
[ the-turtle -> ask the-turtle [ set opinion file-read ] ]
ask turtles [
set color palette:scale-gradient [[ 255 0 0 ] [ 255 150 255 ] [0 0 255]] opinion (0) (1)
set grado-de-nodo count my-links
set global-list lput opinion global-list
set turtle-list ( list opinion )
]
file-close

reset-ticks

end

to Op-uniforme-Normal

```

Figura 4.10: Quinta parte del código del modelo de Deffuant BB

# Bibliografía

- [1] Newman, M. (2010). Networks: An introduction. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199206650.001.0001>
- [2] Chakrabarti, B. K., Chakraborti, A., & Chatterjee, A. (2006). *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives*. <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA79602984>
- [3] Maldonado, C. E., & Cruz, N. A. G. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad. Reponame:Repositorio Institucional EdocUR. <https://repository.urosario.edu.co/bitstream/10336/3301/1/Fasc%c3%adculo76.pdf>
- [4] Kari, J. (2005). Theory of cellular automata: A survey. *Theoretical Computer Science*, 334(1-3), 3-33. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2004.11.021>
- [5] Lenz, W. (1920). Beitrag zum Verständnis der magnetischen Erscheinungen in festen Körpern. *European Physical Journal A*, 21, 613-615. <http://cds.cern.ch/record/460663>
- [6] Ising, E. (1925). Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus. *Zeitschrift Für Physik*, 31(1), 253-258. <https://doi.org/10.1007/bf02980577>
- [7] Deffuant, G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances In Complex Systems/International Journal Of Modeling, Simulation And Scientific Computing*, 03(01n04), 87-98. <https://doi.org/10.1142/s0219525900000078>
- [8] Biggs, N. (1974). *Algebraic graph Theory*. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511608704>
- [9] Cordon, O. (2014) *Redes y Sistemas Complejos Cuarto Curso del Grado en Ingeniería Informática*. <https://sci2s.ugr.es/sites/default/files/files/Teaching/GraduatesCourses/RedesSistemasCompejos/Tema05-2-MundosPequenos-13-14.pdf>
- [10] Wang, X. F., & Chen, G. (2003). Complex networks: Small-world, scale-free and beyond. *IEEE Circuits And Systems Magazine*, 3(1), 6-20. <https://doi.org/10.1109/mcas.2003.1228503>
- [11] Bernardes, A. T., Stauffer, D., & Kertesz, J. (2002). Election results and the Sznajd model on Barabasi network. *The European Physical Journal. B, Condensed Matter Physics/European Physical Journal. B, Condensed Matter And Complex Systems*, 25(1), 123-127. <https://doi.org/10.1140/e10051-002-0013-y>
- [12] El problema del mundo pequeño. (2003). Redalyc. <https://www.uv.mx/personal/clelenda/files/2013/03/Milgram-Stanley-1967-El-problema-del-mundo-pequeno.pdf>
- [13] Albert, R., Jeong, H., & Barabási, A. L. (1999). Diameter of the World-Wide Web. *Nature*, 401(6749), 130-131. <https://doi.org/10.1038/43601>
- [14] Kurmyshev, E., & Jacinto, N. L. A. (2022). The Effect of Agents Psychology and Social Environment on the Opinion Formation: C/PA Relative Agreement Model in SW and SF Societies. *Chaos Theory And Applications*., 4(4), 212-225. <https://doi.org/10.51537/chaos.1193078>
- [15] Sznajd-Weron, K., Sznajd, J., & Weron, T. (2021). A review on the Sznajd model—20 years after. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 565, 125537.

- [16] Prignano, L. (2023). Consensus formation in the Deffuant model of opinion dynamics. <http://hdl.handle.net/2445/201886>
- [17] Watts, D. & Strogatz, S. (1998), Collective dynamics of 'small world' networks, *Nature*, vol. 393, pp. 440-442.
- [18] Erdos, P., & Rényi, A. (1960). On the evolution of random graphs. *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*, 5(1), 17-61.
- [19] Barabási, A. L., & Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286(5439), 509-512. <https://doi.org/10.1126/science.286.5439.509>
- [20] Bianconi, G., & Barabási, A. (2001). Competition and multiscaling in evolving networks. *Europhysics Letters*, 54(4), 436-442. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00260-6>
- [21] Lanchier, N. (2012). The critical value of the Deffuant model equals one half. *ALEA. Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics [electronic only]*. 9.
- [22] Wilensky, U. (1999). NetLogo. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.
- [23] Wilensky, U. (2015). NetLogo Small Worlds model. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/SmallWorlds>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.
- [24] Wilensky, U. (2005). NetLogo Preferential Attachment model. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/PreferentialAttachment>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.