



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

POSGRADO EN GEOCIENCIAS APLICADAS

**Desarrollo de Software de Inversión Conjunta 3D
para Datos Gravimétricos y Magnéticos
Implementando Procesamiento en Paralelo.**

**Caso de Aplicación: Joya Los Contreras, San Luis
Potosí.**

Tesis que presenta:

Abraham Del Razo Gonzalez

Para obtener el grado de:

Doctor en Geociencias Aplicadas

Director de la Tesis:

Dr. Vsevolod Yutsis

San Luis Potosí, S.L.P., marzo de 2025



Constancia de aprobación de la tesis

La tesis "**Desarrollo De Software de Inversión Conjunta 3D para Datos Gravimétricos y Magnéticos Implementando Procesamiento en Paralelo. Caso de Aplicación: Joya Los Contreras, San Luis Potosí**" presentada para obtener el Grado de Doctor(a) en Geociencias Aplicadas fue elaborada por **Abraham Del Razo Gonzalez** y aprobada el **14 de marzo de 2025** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Geociencias Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Dr. Vsevolod Yutsis
Director de la tesis

Dr. Daniel Ignacio Salgado Blanco
Miembro del Comité Tutorial

Dra. Emilia Fregoso Becerra
Miembro del Comité Tutorial

Dr. Pablo Dávila Harris
Miembro del Comité Tutorial



Créditos Institucionales

Esta tesis fue elaborada en el Laboratorio de Geofísica de la División Geociencias Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección del Dr. Vsevolod Yutsis.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (SECIHTI) con No. de registro: 816921 y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.

Acta de examen

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al Dr. Vsevolod Yutsis por su invaluable orientación, paciencia y apoyo durante el desarrollo de esta tesis. Sus enseñanzas, experiencia y consejos fueron fundamentales para la culminación de este trabajo, guiándome con precisión en cada etapa del proceso.

De igual manera extendiendo mi gratitud a los miembros de mi comité sinodal, la Dra. Emilia Fregoso Becerra, el Dr. Pablo Dávila Harris y el Dr. Daniel Ignacio Salgado Blanco por compartir su conocimiento y motivación a lo largo de mi formación académica, su instrucción fue fundamental para cada pilar en esta investigación.

Agradezco al Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica por brindarme su respaldo, facilitándome el acceso a sus instalaciones y equipos, elementos esenciales para la realización de mi trabajo de campo.

También quiero reconocer el apoyo brindado por el proyecto "Control Estructural del Vulcanismo Intraplaca en los Campos Volcánicos de Los Encinos y Santo Domingo (San Luis Potosí, México) a través de Métodos Geológico-Geofísicos", por proporcionar los recursos económicos para llevar la investigación de campo.

Finalmente, mi más profundo agradecimiento a mi familia y amigos cercanos, quienes con su amor y apoyo incondicional me han acompañado a lo largo de este camino. Su confianza en mí ha sido el pilar que me impulsó a seguir adelante en los momentos de mayor desafío.

Contenido

Portada	i
Constancia de aprobación de la tesis	ii
Créditos Institucionales	iii
Acta de examen	iv
Agradecimientos	v
Lista de Tablas	ix
Lista de Figuras	ix
Resumen	xvi
Abstract	xvii
CAPITULO 1: Introducción	18
Modelado Geofísico	19
Dimensionalidad Espacial	25
Panorama Actual del Software de Inversión Geofísica en 3-D	28
Justificación	30
Hipótesis	30
Objetivo General	31
<i>Objetivos Particulares</i>	31
CAPITULO 2: Marco Teórico	32
Conceptos Básicos	32
Teoría Potencial para Gravimetría	34
<i>Atracción Gravitacional y su Potencial</i>	34
<i>Sistemas de Unidades</i>	37
Teoría Potencial para Magnetometría	38
<i>Inducción Magnética y su Potencial</i>	38
<i>Campo Externo y Materiales Magnéticos</i>	43
<i>Sistemas de Unidades</i>	46
Modelado directo de datos geofísicos	47
<i>Método Gravimétrico</i>	49
<i>Método Magnético</i>	50
Inversión Generalizada de Datos Geofísicos por Mínimos Cuadrados	52
<i>Integración de la Desviación Estándar</i>	54
<i>Integración de Funciones de Regularización</i>	56
Técnica de Inversión Conjunta	58
<i>Gradientes Cruzados</i>	59
<i>Gramiano como Regularizador de Similitud Estructural</i>	60

Planteamiento y Minimización del Funcional Paramétrico	61
Primera variación del término de acoplamiento estructural del funcional paramétrico	66
CAPITULO 3: Estructuración del Software	70
Modelado Directo y Validación	72
Esquema Iterativo para Cálculo de Soluciones de Inversión	79
Análisis de error	81
Discretización Numérica	82
Modularidad	85
Optimización en CPU y GPU	88
Requisitos para la Ejecución	93
Experimentos Sintéticos de Inversión	93
<i>Modelo Sintético de Prueba 1</i>	93
<i>Modelo Sintético de Prueba 2</i>	99
Lineamientos para uso de regularizadores	104
CAPITULO 4: Estudio geofísico del Maar Joya de Los Contreras dentro del Campo Volcánico Santo Domingo (CVSD) mediante métodos potenciales	109
Estado del Arte	109
<i>Evolución Tectónica del Centro de México</i>	110
<i>Provincia Fisiográfica Mesa Central</i>	119
<i>Campo Volcánico Santo Domingo</i>	130
<i>Evolución del Maar Joya de Los Contreras</i>	132
<i>Estructura Interna de Volcanes tipo Maar y su Respuesta Geofísica</i>	137
Métodos Geofísicos	143
<i>Adquisición y Reducción de Datos Gravimétricos y Magnéticos</i>	143
<i>Análisis Cualitativo Regional</i>	148
<i>Análisis Cualitativo y Cuantitativo del CVSD</i>	151
<i>Integración de Anomalías del maar Joya de Los Contreras</i>	157
<i>Inversión de Datos Gravimétricos y Magnéticos en 3D</i>	165
<i>Configuración de la Inversión</i>	165
<i>Resultados de Inversión Estándar</i>	169
<i>Resultados de Inversión Funcional Paramétrico Propuesto</i>	171
Modelo geofísico del interior del cráter Joya Los Contreras	173
Conclusiones	177
<i>Perspectiva a Futuro</i>	181
Discusión	183
Referencias	185
Anexos	197

Anexo A. Comprobación de $\frac{\hat{r}}{r^2} = \nabla_P \frac{1}{r} = -\nabla_Q \frac{1}{r}$	197
Anexo B. Principio de No-Unicidad	198
Anexo C. Gradientes cruzados como caso particular de un Gramiano	200
Anexo D. Desarrollo del método iterativo por Gradientes Conjugados	202

Lista de Tablas

TABLA 1. TABLA COMPARATIVA DE CAPACIDADES DE SOFTWARE COMERCIAL Y ACADÉMICO.	29
TABLA 2. RENDIMIENTO COMPUTACIONAL DE DIFERENTES ALGORITMOS DE PROCESAMIENTO.	91
TABLA 3. PARÁMETROS DE REGULARIZACIÓN EMPLEADOS PARA EL PRIMER EXPERIMENTO DE INVERSIÓN.	96
TABLA 4. PARÁMETROS DE REGULARIZACIÓN EMPLEADOS PARA EL SEGUNDO EXPERIMENTO DE INVERSIÓN.	101
TABLA 5. PARÁMETROS DE REGULARIZACIÓN EMPLEADOS PARA LA INVERSIÓN GEOFÍSICA EN JLC.	169

Lista de Figuras

FIGURA 1. CÁLCULO DE PERTURBACIÓN DE UN CAMPO FÍSICO A PARTIR DE UN MODELO DE DISTRIBUCIÓN DE PROPIEDADES.	20
FIGURA 2. CÁLCULO DE DISTRIBUCIÓN DE PROPIEDAD FÍSICA A PARTIR DE PERTURBACIÓN EN CAMPO FÍSICO.	21
FIGURA 3. RELACIÓN ENTRE PROBLEMA DIRECTO E INVERSO.	21
FIGURA 4. ESQUEMA QUE ILUSTRAS COMO VARIOS CUERPOS PUEDEN GENERAR UNA MISMA ANOMALÍA EN SUPERFICIE. TOMADO DE REYNOLDS, (1997).	23
FIGURA 5. REPRESENTACIÓN DE HETEROGENEIDADES EN DIFERENTES DIRECCIONES Y SU RELACIÓN CON LA DIMENSIONALIDAD ESPACIAL DE LOS MODELOS.	26
FIGURA 6. INCREMENTO DEL NÚMERO DE ELEMENTOS EN DOMINIOS 1-D, 2-D Y 3-D CONSERVANDO LA MISMA RESOLUCIÓN ESPACIAL.	27
FIGURA 7. PARTÍCULA MOVIÉNDOSE A TRAVÉS DE UN CAMPO VECTORIAL. (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	32
FIGURA 8. LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO DE DOS PARTÍCULAS CON CARGA POSITIVA QUE SE REPELEN.	34
FIGURA 9. ESQUEMA ILUSTRATIVO DE LA ATRACCIÓN GRAVITACIONAL ENTRE DOS PARTÍCULAS DE PRUEBA m Y m_0 . (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	35
FIGURA 10. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DEL POTENCIAL GRAVITACIONAL. (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	36
FIGURA 11. ILUSTRACIÓN DE LA FUERZA DE LORENTZ EN UNA CARGA SIN MOVIMIENTO (1) Y UNA CARGA EN MOVIMIENTO (2) (FISICALAB.COM).	38
FIGURA 12. DOS CORRIENTES CIRCULANDO EN BUCLE SEPARADAS POR UNA DISTANCIA r . (MODIFICADO DE BLAKELY, 1996).	39
FIGURA 13. DESCRIPCIÓN DEL POTENCIAL MAGNÉTICO A PARTIR DEL MOVIMIENTO DE UN ELEMENTO DE PRUEBA P POR UNA TRAYECTORIA PARAMETRIZADA. (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	41
FIGURA 14. DESCRIPCIÓN GRÁFICA DEL MOMENTO MAGNÉTICO DE UN BUCLE DE CORRIENTE VISTO DESDE UN PUNTO P. (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	42
FIGURA 15. MATERIALES DIAMAGNÉTICOS Y PARAMAGNÉTICOS ANTE LA INFLUENCIA DE UN CAMPO EXTERNO.	44
FIGURA 16. MATERIALES FERROMAGNÉTICOS ANTE LA INFLUENCIA DE UN CAMPO EXTERNO.	45
FIGURA 17. DISCRETIZACIÓN DE UNA FUENTE EN PEQUEÑOS ELEMENTOS MEDIANTE PRISMAS RECTOS. (TOMADO DE BLAKELY, 1996).	48
FIGURA 18. RELACIÓN ENTRE UNA COLECCIÓN DE FUENTES Y UNA CANTIDAD DE MEDICIONES.	53

FIGURA 19. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PRODUCTO CRUZ DE DOS VECTORES.	60
FIGURA 20. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN CONJUNTO DE VECTORES EN $\mathbb{R}^3$ CON INDEPENDENCIA LINEAL (AZUL) Y CON DEPENDENCIA LINEAL (ROJO).	60
FIGURA 21. LINEALIZACIÓN DE MATRIZ 3-DIMENSIONAL A VECTOR 1-DIMENSIONAL	73
FIGURA 22. PRIMER EXPERIMENTO SINTÉTICO DE VALIDACIÓN DE MODELADO DIRECTO, (A) ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS, (B) ANOMALÍAS MAGNÉTICAS. RECUADRO EN NEGRO INDICA LA POSICIÓN DE LA FUENTE PROYECTADA EN SUPERFICIE.	75
FIGURA 23. SEGUNDO EXPERIMENTO SINTÉTICO DE VALIDACIÓN DE MODELADO DIRECTO, (A) ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS, (B) ANOMALÍAS MAGNÉTICAS. RECUADRO BLANCO EN MAPAS DE EXPERIMENTO ORIGINAL REPRESENTA LA EXTENSIÓN DEL MODELO SINTÉTICO Y LA EXTENSIÓN DE LOS MAPAS REPRODUCIDOS. RECUADROS NEGROS REPRESENTAN LA POSICIÓN DE LOS CUBOS ANÓMALOS PROYECTADOS EN SUPERFICIE.	76
FIGURA 24. TERCER EXPERIMENTO SINTÉTICO DE VALIDACIÓN DE MODELADO DIRECTO, (A) ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS, (B) ANOMALÍAS MAGNÉTICAS. RECUADRO BLANCO EN MAPAS DE EXPERIMENTO ORIGINAL REPRESENTA LA EXTENSIÓN DEL MODELO SINTÉTICO Y LA EXTENSIÓN DE LOS MAPAS REPRODUCIDOS. RECUADROS NEGROS REPRESENTAN LA POSICIÓN DE LOS CUBOS ANÓMALOS PROYECTADOS EN SUPERFICIE.	76
FIGURA 25. CUARTO EXPERIMENTO SINTÉTICO DE VALIDACIÓN DE MODELADO DIRECTO, (A) ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS, (B) ANOMALÍAS MAGNÉTICAS. RECUADRO BLANCO EN MAPAS DE EXPERIMENTO ORIGINAL REPRESENTA LA EXTENSIÓN DEL MODELO SINTÉTICO Y LA EXTENSIÓN DE LOS MAPAS REPRODUCIDOS. RECUADROS NEGROS REPRESENTAN LA POSICIÓN DE LOS CUBOS ANÓMALOS PROYECTADOS EN SUPERFICIE.	77
FIGURA 26. QUINTO EXPERIMENTO SINTÉTICO DE VALIDACIÓN DE MODELADO DIRECTO, (A) ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS, (B) ANOMALÍAS MAGNÉTICAS. RECUADROS NEGROS REPRESENTAN LA POSICIÓN DE LOS CUBOS ANÓMALOS PROYECTADOS EN SUPERFICIE.	78
FIGURA 27. ILUSTRACIÓN DEL PROCESO DE GRADIENTES CONJUGADOS PARA ACERCAR EL FUNCIONAL PARAMÉTRICO AL MÍNIMO A CADA ITERACIÓN, LA TRAYECTORIA EN COLOR VERDE ES CALCULARA POR EL MÉTODO DESCENSO MÁXIMO, MIENTRAS QUE LA TRAYECTORIA ROJA ES CALCULADA POR EL MÉTODO GRADIENTES CONJUGADOS.	79
FIGURA 28. APROXIMACIÓN DE DERIVADA DISCRETA DE UNA FUNCIÓN A PARTIR DE DIFERENCIAS FINITAS.	82
FIGURA 29. EMPLEO DE UNA COMBINACIÓN DE DERIVADAS DISCRETAS CENTRADAS, ADELANTADAS Y ATRASADAS PARA LA ESTIMACIÓN DE MATRIZ OPERADOR LAPLACIANO PARA CADA CELDA DEL DOMINIO.	83
FIGURA 30. DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA CONEXIÓN DE MÓDULOS EN EL PROGRAMA.	86
FIGURA 31. GRÁFICO DE RADAR PARA RENDIMIENTO DE DIFERENTES IMPLEMENTACIONES DE ALGORITMO DE INVERSIÓN.	92
FIGURA 32. MODELO SINTÉTICO DE UN DIQUE INCLINADO DE 1 G/CM ³ DE DENSIDAD Y 1 A/M DE MAGNETIZACIÓN ENTERRADO A 50 METROS DE PROFUNDIDAD EN UN FONDO HOMOGÉNEO CON VALOR DE REFERENCIA CERO, A) PERFIL, B) SECCIÓN EN PLANTA A 50 METROS DE PROFUNDIDAD, C) SECCIÓN EN PLANTA A 400 METROS DE PROFUNDIDAD Y D) VISTA EN 3D DEL DIQUE ENTERRADO.	94
FIGURA 33. A) ANOMALÍA GRAVITACIONAL (MGAL) Y B) ANOMALÍA MAGNÉTICA (NT) PRODUCIDAS POR EL MODELO DE DIQUE ENTERRADO EN LA FIGURA 32. LOS DATOS FUERON CONTAMINADOS CON RUIDO GAUSSIANO DEL 2% DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR PARA PROBAR LA SENSIBILIDAD AL RUIDO DE LAS SOLUCIONES DE INVERSIÓN.	95
FIGURA 34. PERFILES DE RESULTADOS DE INVERSIÓN CORTADOS A 500 METROS EN EL EJE Y. MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD (GR/CM ³) PARA A) INVERSIÓN SEPARADA ESTÁNDAR, B) NUESTRA INVERSIÓN CONJUNTA ROBUSTA. DISTRIBUCIÓN DE MAGNETIZACIÓN (A/M) PARA C) INVERSIÓN SEPARADA ESTÁNDAR Y D) NUESTRA INVERSIÓN CONJUNTA ROBUSTA. LOS MARCADORES NEGROS	

REPRESENTAN LA POSICIÓN ORIGINAL DEL DIQUE ENTERRADO Y LOS MARCADORES ROJOS REPRESENTAN LA UBICACIÓN DEL POZO UTILIZADA COMO INFORMACIÓN A PRIORI.	97
FIGURA 35. CONVERGENCIA DEL MODELO (EC. 83) Y DESAJUSTE DE DATOS (EC. 82) OBTENIDOS EN LA INVERSIÓN DE LOS DATOS DE PRUEBA 1 PARA CADA ITERACIÓN, A) PARA LA INVERSIÓN SEPARADA CONVENCIONAL Y B) PARA EL FUNCIONAL PARAMÉTRICO PROPUESTO.	98
FIGURA 36. MODELO SINTÉTICO DE PRUEBA 2 CON CUERPOS ENTERRADOS GEOMÉTRICOS SIMPLES CON CONTRASTE DE DENSIDAD DE +1 G/CM ³ , CONTRASTE DE MAGNETIZACIÓN DE +1 A/M (CUERPOS ROSAS) Y CONTRASTE DE DENSIDAD DE -1 G/CM ³ , CONTRASTE DE MAGNETIZACIÓN DE -1 A/M (CUERPO AZUL). A) VISTA DE PERFIL EN Y=250 METROS, B) VISTA DE PERFIL EN Y=700 METROS, C) VISTA SUPERIOR EN Z=0 METROS Y D) VISTA 3-D.	99
FIGURA 37. A) ANOMALÍA GRAVITACIONAL (MGAL) Y B) ANOMALÍA MAGNÉTICA (NT) PRODUCIDA POR EL MODELO DE PRUEBA 2 EN LA FIGURA 36. LOS DATOS FUERON CONTAMINADOS CON RUIDO GAUSSIANO DEL 5% DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR PARA PROBAR LA SENSIBILIDAD AL RUIDO DE LAS SOLUCIONES DE INVERSIÓN.	100
FIGURA 38. PERFILES DE RESULTADOS DE INVERSIÓN CORTADOS A 500 METROS EN EL EJE Y. MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD (GR/CM ³) PARA A) INVERSIÓN SEPARADA, B) INVERSIÓN CONJUNTA. DISTRIBUCIÓN DE MAGNETIZACIÓN (A/M) PARA C) INVERSIÓN SEPARADA Y D) INVERSIÓN CONJUNTA. LOS MARCADORES ROJOS REPRESENTAN LA POSICIÓN ORIGINAL DEL DIQUE ENTERRADO.	102
FIGURA 39. CONVERGENCIA DEL MODELO Y DESAJUSTE DE DATOS OBTENIDOS EN LA INVERSIÓN DE LOS DATOS DE PRUEBA 2 EN CADA ITERACIÓN, A) PARA LA INVERSIÓN SEPARADA CONVENCIONAL Y B) PARA EL FUNCIONAL PARAMÉTRICO PROPUESTO.	103
FIGURA 40. TABLA QUE ILUSTRAS EL COMPORTAMIENTO DE UN MODELO A PARTIR DE LA VARIACIÓN EN CADA PARÁMETRO DE REGULARIZACIÓN DE MANERA AISLADA CON VALORES ENTRE 1 Y 1E6.	106
FIGURA 41. CONSIDERACIÓN DE UN MODELO CONCEPTUAL EN EL PLANTEAMIENTO DE UN MODELO MATEMÁTICO QUE REPRESENTA EL AMBIENTE DE ESTUDIO. TOMADO DE HINZE ET AL., (2013).	107
FIGURA 42. MAPA GEOLÓGICO GENERALIZADO DE MÉXICO. A) LA MESETA ELEVADA ESTÁ RODEADA POR TRES CADENAS MONTAÑOSAS: SIERRA MADRE ORIENTAL, SIERRA MADRE OCCIDENTAL Y EJE VOLCÁNICO TRANSMEXICANO. NÓTESE QUE DENTRO DE LA MESA CENTRAL HAY CADENAS AISLADAS FORMADAS POR SEDIMENTOS MARINOS MESOZOICOS DEFORMADOS Y ROCAS VOLCÁNICAS. LAS ÁREAS INTERMEDIAS ENTRE LAS SIERRAS AISLADAS ESTÁN OCUPADAS POR SEDIMENTOS DE RELLENO DE CUENCA DEL CENOZOICO TARDÍO (Á. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2005). B) DISTRIBUCIÓN NORMAL DE FALLAS EN LA PARTE SUR DE LA PROVINCIA DE CUENCA Y CORDILLERA (FITZ-DÍAZ ET AL., 2018). NOTACIÓN: SAN LUIS POTOSÍ (SLP), DURANGO (DGO.), CIUDAD VICTORIA (CV), MONTERREY (MTY.). MODIFICADO DE (PEREDO ET AL., 2021).	110
FIGURA 43. MODELOS PALEOGEOGRÁFICOS DEL TERRITORIO MEXICANO, MODIFICADO DE EGUILUZ DE ANTUÑANO ET AL., (2000) (IZQ.). EVOLUCIÓN TECTÓNICA MESOZOICA DE MÉXICO, PREVIA AL DESARROLLO DEL CINTURÓN DE PLIEGUES Y CABALGADURAS MEXICANO, VISTA A LO LARGO DE UN TRANSECTO NE-SO DESDE MAZATLÁN HASTA EL SUR DE TEXAS, MODIFICADO DE (FITZ-DÍAZ ET AL., 2018). FRANJA GRIS EN LOS RECUADROS DE LA IZQ. REPRESENTA LA POSICIÓN DEL TRANSECTO NE-SO.	111
FIGURA 44. MAPA DE DEFORMACIÓN DEL CINTURÓN DE PLIEGUES Y CABALGADURAS MEXICANO (IZQUIERDA) Y CONTINUACIÓN DE LA EVOLUCIÓN TECTÓNICA DEL CRETÁCICO SUPERIOR AL EOCENO (DERECHA). MODIFICADO DE (FITZ-DÍAZ ET AL., 2018). MODELO DE CUÑA CRÍTICA TOMADO DE (EGUILUZ DE ANTUÑANO ET AL., 2000).	113
FIGURA 45. (A) PALEOGEOGRAFÍA DE LA PORCIÓN CENTRO-ORIENTAL DE MÉXICO PARA EL ALBIANO-CENOMANIANO, MOSTRANDO LAS PRINCIPALES CUENCAS Y PLATAFORMAS DEL CRETÁCICO MEDIO. TOMADO DE (LÓPEZ-DONCEL, 2003). (B) SECCIÓN QUE ILUSTRAS ACORTAMIENTO DE CUATRO ELEMENTOS PALEOGEOGRÁFICOS, DOS PLATAFORMAS MARINAS (EL DOCTOR Y VALLES-SAN LUIS	

- POTOSÍ) Y DOS CUENCAS SEDIMENTARIAS (ZIMAPÁN Y TAMPICO-MISANTLA). TOMADO DE (AGUILAR-RAMÍREZ ET AL., 2017) Y MODIFICADO DE (FITZ-DIAZ ET AL., 2011B, 2014). 115
- FIGURA 46. RECONSTRUCCIÓN DEL MARGEN DE SUBDUCCIÓN DE LA PLACA FARALLÓN Y NORTEAMÉRICA DURANTE EL (A) EOCENO MEDIO, (B) OLIGOCENO, (C) MIOCENO MEDIO Y (D) CUATERNARIO EN LA ACTUALIDAD. LA LONGITUD DE LAS FLECHAS MUESTRA LA VELOCIDAD RELATIVA DE MOVIMIENTO DE LAS PLACAS. B&R: PROVINCIA EXTENSIONAL BASIN AND RANGE. LAS ABREVIACIONES DE LAS PLACAS SON: CO: COCOS; FA: FARALLÓN; JF: JUAN DE FUCA; NA: NORTEAMÉRICA; NZ: NAZCA; PA: PACÍFICO; SA: SUDAMÉRICA; V: VANCOUVER. MODIFICADO DE (SCHELLART ET AL., 2010). CLICK OR TAP HERE TO ENTER TEXT. 117
- FIGURA 47. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN MAGMÁTICA EN ESPACIO-TIEMPO EN LA PORCIÓN OESTE DE MÉXICO EN EL PERIODO COMPRENDIDO ENTRE 100 MA Y 5 MA. EL NÚMERO N INDICA EL NÚMERO DE DATOS EMPLEADOS EN CADA VENTANA DE TIEMPO. TOMADO DE FERRARI ET AL., (2018). 119
- FIGURA 48. UBICACIÓN DEL CVSD (RECUADRO ROJO) DENTRO DEL CONTEXTO FIOGROFICO DE MÉXICO. PROVINCIA VOLCÁNICA SIERRA MADRE OCCIDENTAL (SMOC), SIERRA MADRE ORIENTAL (SMOR) QUE FORMA PARTE DEL CINTURÓN DE PLIEGUES Y CABALGADURAS MEXICANO (CPCM), FAJA VOLCÁNICA TRANSMEXICANA (FVTM) Y MESA CENTRAL (MCN). LAS FRANJAS COLOREADAS DE LA PARTE SUPERIOR DERECHA INDICAN LA TEMPORALIDAD DE LAS ESTRUCTURAS DE ACORTAMIENTO DEL CPCM. MODIFICADO DE NIETO-SAMANIEGO ET AL., (2023). 121
- FIGURA 49. ESQUEMA ESTRUCTURAL DEL SISTEMA DE FALLAS TAXCO-SAN MIGUEL DE ALLENDE (SFTSMA). EL DIAGRAMA ILUSTRAL AL SFTSMA CÓMO EL TALUD ENTRE LA PLATAFORMA VALLES-SAN LUIS POTOSÍ Y LA CUENCA MESOZOICA DEL CENTRO DE MÉXICO; EL RECUADRO EN ROJO UBICA AL CVSD. MODIFICADO DE (A. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2023). A LA DERECHA LA COLUMNA ESTRATIGRÁFICA DE LAS UNIDADES DEL CRETÁCICO A LA ACTUALIDAD QUE AFLORAN EN EL ÁREA DE ESTUDIO EN EL MARGEN OCCIDENTAL DE LA PLATAFORMA VALLES-SAN LUIS POTOSÍ Y SU TRANSICIÓN A LA CUENCA MESOZOICA DEL CENTRO DE MÉXICO, MODIFICADO DE (RODRÍGUEZ-HERNÁNDEZ ET AL., 2009). LAS UNIDADES DE CUENCA CORRESPONDEN A LAS DESCRITAS POR (CARRILLO-BRAVO, 1971; LÓPEZ-DONCEL, 2003). 123
- FIGURA 50. INTERPRETACIÓN DEL ESPESOR DE LA CORTEZA A PARTIR DE DATOS GRAVIMÉTRICOS Y SÍSMICOS EN EL CENTRO DE MÉXICO. TOMADO DE (DEL PILAR-MARTÍNEZ, 2021) Y MODIFICADO DE (Á. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2005). 124
- FIGURA 51. ESQUEMA DE LA MESA CENTRAL MOSTRANDO LA LOCALIZACIÓN DE INTRUSIVOS Y SUS EDADES (A). LOS NÚMEROS SON LAS EDADES (MA) CON SU RESPECTIVO ERROR ($\pm 2\sigma$). LOCALIZACIÓN DE LOS CAMPOS VOLCÁNICOS DE LAVAS MÁFICAS EN SLP (B). MODIFICADO DE (A. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2023). 126
- FIGURA 52. PERFILES DE ESTIMACIONES DE PROFUNDIDAD DE CONTACTO MANTO-CORTEZA Y PROFUNDIDAD DE PUNTO DE CURIE EN EL CENTRO DE MÉXICO. TOMADO Y MODIFICADO DE (KERDAN, 1992) Y DE (PEREDO ET AL., 2021). 128
- FIGURA 53. ESTIMACIÓN DE LA PROFUNDIDAD DEL CONTACTO MANTO-CORTEZA A PARTIR DE DATOS SÍSMICOS. TOMADO DE (SZWILLUS ET AL., 2019). 129
- FIGURA 54. MAPA GEOLÓGICO GENERALIZADO DE SAN LUIS POTOSÍ CON LA LOCALIZACIÓN DE LOS CAMPOS VOLCÁNICOS DE LAVAS MÁFICAS DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ. EN ÉL SE MUESTRAN LA LOCALIZACIÓN DE CAMPOS VOLCÁNICOS DE TIPO INTRAPLACA. LAS LOCALIDADES AL ESTE DEL MERIDIANO 100°W (CÍRCULOS EN BLANCO) GENERALMENTE CARECEN DE INCLUSIONES (XENOLITOS Y/O MEGACRISTALES). CLAVE DE LOCALIDADES: M=MATEHUALA, SLP=SAN LUIS POTOSÍ. MODIFICADO DE (ARANDA-GÓMEZ ET AL., 2005) Y (A. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2023). 130
- FIGURA 55. A) MAPA GEOLÓGICO-ESTRUCTURAL SEMI REGIONAL DEL CAMPO VOLCÁNICO SANTO DOMINGO, LA TENDENCIA DE LA ESTRUCTURA (SINCLINAL) ES DE RUMBO NNW, PRESENTANDO UN FRACTURAMIENTO PERPENDICULAR AL EJE PRINCIPAL DEL SINCLINAL, EL CUAL ESTÁ AFECTANDO

CALIZAS DE LA FORMACIÓN EL ABRA. B) PLANO GEOLÓGICO A DETALLE DEL MAAR JOYA DE LOS CONTRERAS MOSTRANDO LAS UNIDADES QUE CONFORMAN LA ESTRATIGRAFÍA DE LA ZONA. MODIFICADO DE (VENEGAS-RODRÍGUEZ ET AL., 2024).	133
FIGURA 56. COLUMNA VULCANO-ESTRATIGRÁFICA GENERAL DEL CRÁTER JOYA LOS CONTRERAS, ELABORADA POR (VENEGAS-RODRÍGUEZ ET AL., 2024).	134
FIGURA 57. A) DIAGRAMA DE TAS, PARA ROCAS BÁSICAS A ULTRABÁSICAS, AGRUPANDO LAS ROCAS VOLCÁNICAS DE LA ZONA COMO BÁSICAS-SUBALCALINAS (TEFRITA/BASANITA, TRAQUIBASALTO Y BASALTO), MIENTRAS QUE (+) UNA MUESTRA DE PÓMEZ FUE CLASIFICADA COMO ALCALINA. B). DIAGRAMA DE DISCRIMINACIÓN TECTÓNICA Zr-Ti, CLASIFICANDO LAS MUESTRAS PROCEDENTES DE LAVAS INTRAPLACA EN SU MAYORÍA, A EXCEPCIÓN DE DOS, IDENTIFICADAS COMO DE ARCOS DE ISLAS, POSIBLEMENTE SIENDO INFLUENCIADAS POR UN PROCESO TECTÓNICO ANTERIOR A LA TECTÓNICA INTRAPLACA, MÁS AFÍN CON UN MAGMATISMO TARDÍO DE MAGMAS DE ARCOS DE ISLA. TOMADO DE (VENEGAS-RODRÍGUEZ ET AL., 2024).	136
FIGURA 58. (A) ESPECTRO DE VOLCANES MONOGENÉTICOS BASÁLTICOS, EJEMPLO DE HISTORIAL DE ERUPCIÓN (E) DEFINIDO POR UN ESPECTRO DE PROCESOS ERUPTIVOS DETERMINADOS POR PARÁMETROS INTERNOS Y EXTERNOS EN UN MOMENTO DADO. TOMADO DE (KERESZTURI & NMETH, 2012). (B) SECCIONES TRANSVERSALES ESQUEMÁTICAS DE UN VOLCÁN MAAR-DIATREMA EN ERUPCIÓN (ARRIBA), Y DEL VOLCÁN DESPUÉS DE QUE EL CRÁTER SE HA LLENADO PARCIALMENTE CON SEDIMENTOS POST-ERUPTIVOS (ABAJO). TOMADO DE (WHITE & ROSS, 2011).	137
FIGURA 59. RESPUESTAS GRAVIMÉTRICA Y MAGNÉTICA DE COMPLEJO VOLCÁNICO RED ROCK AL SURESTE DE AUSTRALIA (IZQUIERDA). MODIFICADO DE (BLAIKIE ET AL., 2014). RESPUESTA GRAVIMÉTRICA, MAGNÉTICA Y CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA DEL PRIMER MAAR CUATERNARIO EN EL MACIZO DE BOHEMIA, EUROPA CENTRAL (DERECHA). TOMADO DE (MRLINA ET AL., 2009).	139
FIGURA 60. RESPUESTA GRAVIMÉTRICA, MAGNÉTICA Y RESISTIVIDAD MEDIANTE TOMOGRAFÍA ELÉCTRICA DEL BAŽINA MAAR EN EL OESTE DE EGER RIFT EN REPUBLICA CHECA. MODIFICADO DE (HRUBCOVÁ ET AL., 2023).	140
FIGURA 61. SÍSMICA DE REFLEXIÓN DENTRO DE DOS MAARES SEPULTADOS (BARATH Y MESSEL) AL ESTE DE ALEMANIA. MODIFICADO DE (SCHULZ ET AL., 2005).	141
FIGURA 62. RESPUESTAS GEOFÍSICAS DE MAARES DENTRO DEL CAMPO VOLCÁNICO VENTURA, SLP. RECOPIADO DE (ALMAGUER ET AL., 2023; GALVÁN-PINEDA, 2016; LÓPEZ LOERA ET AL., 2008).	142
FIGURA 63. EQUIPOS EMPLEADOS EN LA ADQUISICIÓN DE DATOS DE CAMPO.	144
FIGURA 64. TOMA DE DATOS GRAVIMÉTRICOS EN EL ÁREA DE ESTUDIO SOBRE CAMINOS Y VEREDAS.	145
FIGURA 65. LOCALIZACIÓN DE LAS ESTACIONES EN LA VISITA DE RECONOCIMIENTO.	145
FIGURA 66. CUBRIMIENTO PLANEADO PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS EN LA SEGUNDA CAMPAÑA DE CAMPO.	146
FIGURA 67. ANOMALÍA DE ELEVACIÓN EN METROS ENTRE EL GEOIDE RESPECTO AL ELIPSOIDE DE REFERENCIA (IZQUIERDA). ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA DE AIRE LIBRE EN MGAL RESPECTO A LA ACELERACIÓN GRAVITACIONAL DEL ELIPSOIDE (DERECHA).	147
FIGURA 68. MAPA DE ANOMALÍA DE AIRE LIBRE (IZQUIERDA). MAPA DE ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA DE BOUGUER COMPLETA (DERECHA). CONTORNOS EN NEGRO LAS SILUETAS DE LOS ESTADOS UNIDOS MEXICANOS, LA PROVINCIA FISIAGRÁFICA MESA CENTRAL, EL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ Y EN BLANCO EL ÁREA DE ESTUDIO CVSD.	149
FIGURA 69. MAPA DE ANOMALÍA MAGNÉTICA DE CAMPO TOTAL. CONTORNOS EN NEGRO LAS SILUETAS DE LOS ESTADOS UNIDOS MEXICANOS, LA PROVINCIA FISIAGRÁFICA MESA CENTRAL, EL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ Y EN BLANCO EL ÁREA DE ESTUDIO CVSD. MAPA DE LOCALIZACIÓN DE INTRUSIVOS DATADOS EN LA MC, TOMADO DE (A. F. NIETO-SAMANIEGO ET AL., 2023).	150

FIGURA 70. MODELO DIGITAL DE ELEVACIÓN DEL CVSD, LAS ESTRUCTURAS VOLCÁNICAS QUE CONFORMAN EL CVSD SE ENCUENTRAN MARCADAS UBICADAS EN TRIÁNGULOS NEGROS. JLC= JOYA DE LOS CONTRERAS	151
FIGURA 71. ANOMALÍA DE BOUGUER RECALCULADA EMPLEANDO EL MÉTODO DE (NETTLETON, 1976), A PARTIR DE DENSIDADES PARA PLACA DE BOUGUER DE 2.3 (ROSA), 2.5 (GRIS), 2.67 (VERDE) Y 2.9 (AZUL) GR/CM ³ GRAFICADA CONTRA UN PERFIL DE ELEVACIÓN (ROJO) CON ABRUPTOS CONTRASTES QUE CRUZA EL CVSD.	152
FIGURA 72. ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA DE AIRE LIBRE (IZQUIERDA). ANOMALÍA DE BOUGUER COMPLETA (DERECHA). MOSTRANDO COMO BASE EL MODELO DE ELEVACIÓN DE LA REGIÓN COMPRENDIDA POR EL CVSD.	153
FIGURA 73. ANOMALÍA MAGNÉTICA REDUCIDA AL POLO (IZQUIERDA). SEÑAL ANALÍTICA DE LA ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP (DERECHA). MOSTRANDO COMO BASE EL MODELO DE ELEVACIÓN DE LA REGIÓN COMPRENDIDA POR EL CVSD.	154
FIGURA 74. COMPARACIÓN DE DERIVADAS TDR Y HD TDR DE LA ANOMALÍA DE BOUGUER COMPLETA (A) Y (B) RESPECTIVAMENTE Y LA ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP (C) Y (D).	155
FIGURA 75. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDADES EN EL CVSD MEDIANTE EL MÉTODO DE ESPECTRO DE POTENCIA PROMEDIADO RADIALMENTE A PARTIR DE ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP.	156
FIGURA 76. MAPAS DE ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDADES POR DERIVADA TOTAL HORIZONTAL DE LA DERIVADA DE INCLINACIÓN (HD TDR) PARA LAS ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICA BOUGUER COMPLETA Y MAGNÉTICA RTP PARA EL CVSD.	157
FIGURA 77. MODELO DIGITAL DE ELEVACIÓN DEL CRÁTER JOYA LOS CONTRERAS EN EL CVSD, CON RESOLUCIÓN DE 15 METROS (IZQUIERDA). CARTOGRAFÍA MODIFICADA DE (VENEGAS-RODRÍGUEZ ET AL., 2024) (DERECHA). SÍMBOLOS EN NEGRO UBICAN LOS 122 DATOS GRAVIMÉTRICOS Y MAGNÉTICOS TERRESTRE ADQUIRIDOS EN LA SEGUNDA CAMPAÑA DE CAMPO.	157
FIGURA 78. FIRMAGRAMAS PARA TODAS LAS ESTACIONES DE MEDIDA DE DATOS TERRESTRES. DATOS GRAVIMÉTRICOS GGMPLUS (NEGRO) VS. TERRESTRES (ROJO) CON GUÍAS CADA 3 MGAL. DATOS AEROMAGNÉTICOS USGS (NEGRO) VS. TERRESTRES (VERDE) GUÍAS CADA 400 NT (VERDE). EN COMPARACIÓN CON DIAGRAMA QUE ILUSTRAS EL CAMBIO EN LONGITUDES DE ONDA PARA DATOS AEROMAGNÉTICOS (LÍNEA PUNTEADA) RESPECTO A DATOS TERRESTRES (LÍNEA CONTINUA) (HINZE ET AL., 2013).	159
FIGURA 79. ANOMALÍA DE BOUGUER COMPLETA PARA EL CRÁTER JLC, GENERADA A PARTIR DE DIFERENTES FUENTES DE DATOS. A) MODELO GGMPLUS, B) DATOS TERRESTRES, C) DATOS MEZCLADOS, NIVELADOS E INTERPOLADOS, D) DATOS MEZCLADOS, NIVELADOS E INTERPOLADOS.	160
FIGURA 80. ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP PARA EL CRÁTER JLC, GENERADA A PARTIR DE DIFERENTES FUENTES DE DATOS. A) AEROMAGNÉTICOS REPROCESADOS USGS, B) DATOS TERRESTRES, C) DATOS MEZCLADOS, NIVELADOS E INTERPOLADOS, D) DATOS MEZCLADOS, NIVELADOS E INTERPOLADOS.	161
FIGURA 81. MAPAS DE SEÑAL ANALÍTICA PARA ANOMALÍAS DE BOUGUER (IZQUIERDA) Y RTP (DERECHA) DE MAPAS ACTUALIZADOS.	162
FIGURA 82. COMPARACIÓN ENTRE A) CARTOGRAFÍA MODIFICADA DE (VENEGAS-RODRÍGUEZ ET AL., 2024), B) TOPOGRAFÍA Y LOCALIZACIÓN DE ESTACIONES TERRESTRES, C) ANOMALÍA DE BOUGUER COMPLETA Y D) ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP EN EL CRÁTER JLC.	163
FIGURA 83. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDADES EN LA JOYA LOS CONTRERAS PARA A) ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA DE BOUGUER COMPLETA Y B) ANOMALÍA MAGNÉTICA RTP MEDIANTE EL MÉTODO DE ESPECTRO DE POTENCIA PROMEDIADO RADIALMENTE.	164
FIGURA 84. MAPAS DE ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDADES POR DERIVADA TOTAL HORIZONTAL DE LA DERIVADA DE INCLINACIÓN (HD TDR) PARA LAS ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICA BOUGUER COMPLETA Y MAGNÉTICA RTP PARA LA ZONA DE ESTUDIO CRÁTER JLC.	165
FIGURA 85. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS CRÍTICOS PARA INVERSIÓN.	166

FIGURA 86. TABLA ILUSTRATIVA DE LOS DATOS DE ENTRADA.	167
FIGURA 87. RESULTADOS DE INVERSIÓN ESTÁNDAR DE UN CORTE EN LOS MODELOS APROXIMADAMENTE A LA MITAD DEL CRÁTER JLC.	170
FIGURA 88. ANÁLISIS DE ERROR DE LOS MODELOS DE INVERSIÓN SEPARADA CONVENCIONAL. GRÁFICO DE CONVERGENCIA, ERROR RMS Y FIRMAGRAMA DE DATOS OBSERVADOS VS. CALCULADOS.	171
FIGURA 89. RESULTADOS DE INVERSIÓN ROBUSTA DE UN CORTE EN LOS MODELOS APROXIMADAMENTE A LA MITAD DEL CRÁTER JLC.	172
FIGURA 90. ANÁLISIS DE ERROR DE LOS MODELOS DE INVERSIÓN CON FUNCIONAL PARAMÉTRICO PROPUESTO. GRÁFICO DE CONVERGENCIA, ERROR RMS Y FIRMAGRAMA DE DATOS OBSERVADOS VS. CALCULADOS.	173
FIGURA 91. MAPEO DE ESTRUCTURAS CON CONTRASTE DE DENSIDAD Y MAGNETIZACIÓN A TRAVÉS DE SECCIONES EN PLANTA DE LOS MODELOS DE INVERSIÓN.	174
FIGURA 92. SIMILITUD ESTRUCTURAL PRESENTE EN MODELOS DE INVERSIÓN.	175
FIGURA 93. VISTA EN 3D CON EXAGERACIÓN VERTICAL 1.5 DE MODELOS DE CONTRASTE DE DENSIDAD Y MAGNETIZACIÓN EN JLC. LA ESTRUCTURA AZUL DELIMITA MATERIAL CON CONTRASTE DE DENSIDAD NEGATIVO Y MAGNETIZACIÓN POSITIVA, LA ESTRUCTURA ROJA DELIMITA CON MATERIAL SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA POSITIVA.	176

Resumen

Desarrollo De Software de Inversión Conjunta 3D para Datos Gravimétricos y Magnéticos Implementando Procesamiento en Paralelo. Caso de Aplicación: Joya de Los Contreras, San Luis Potosí.

En este trabajo se desarrolló un software de inversión geofísica 3D robusto y flexible para integrar datos gravimétricos y magnéticos, permitiendo asignar pesos a fuentes de información y regiones del dominio de inversión, así como incorporar información contextual durante el proceso de inversión. Se implementó un regularizador de inversión conjunta por similitud estructural con el enfoque Gramiano, reduciendo la incertidumbre en los modelos y mejorando la interpretación geofísica.

El software fue programado en módulos para facilitar su escalabilidad y actualización. Se optimizó el manejo de memoria con arreglos dinámicos y se implementaron flujos de procesamiento en CPU, GPU e híbridos para acelerar los cálculos, logrando una mejora de rendimiento medido de hasta 100 veces superior.

Su aplicación en el maar Joya de Los Contreras, dentro del Campo Volcánico Santo Domingo, permitió modelar la distribución de densidad y magnetización del subsuelo, identificando una estructura de diatrema de 650 metros de profundidad en calizas, con remanentes de diques asociados a las explosiones freatomagmáticas y derrames post-maar. Este trabajo fortalece el conocimiento geológico del área y establece un marco metodológico para futuras aplicaciones.

Además, el software ofrece una herramienta potente para modelado geofísico con métodos potenciales, agilizando el procesamiento y permitiendo el análisis de grandes conjuntos de datos, clave para estudios detallados de estructuras geológicas.

Palabras Clave: Inversión Conjunta, Métodos Potenciales, Alto Rendimiento Computacional.

Abstract

Development of 3D Joint Inversion Software for Gravity and Magnetic Data Using Parallel Processing. Case Study: Joya de Los Contreras, San Luis Potosí.

In this study, robust and flexible 3D geophysical inversion software was developed to integrate gravity and magnetic data, allowing the assignment of weights to information sources and regions within the inversion domain, as well as incorporating contextual information during the inversion process. A joint inversion regularizer based on structural similarity using the Gramian approach was implemented, reducing model uncertainty and improving geophysical interpretation.

The software was programmed in modular form to facilitate scalability and updates. Memory management was optimized using dynamic arrays, and processing workflows were implemented on CPU, GPU, and hybrid systems to accelerate calculations, achieving a measured performance improvement of up to 100 times.

Its application to the Joya de Los Contreras maar, within the Santo Domingo Volcanic Field, enabled the modeling of subsurface density and magnetization distribution, identifying a diatreme structure 650 meters deep in limestone, with remnants of dikes associated with phreatomagmatic explosions and post-maar lava flows. This work strengthens the geological understanding of the area and establishes a methodological framework for future applications.

Additionally, the software provides a powerful tool for geophysical modeling using potential field methods, enhancing processing speed and enabling the analysis of large datasets, which is crucial for detailed studies of geological structures.

Keywords: Joint Inversion, Potential Methods, High-Performance Computing.

CAPITULO 1: Introducción

Dentro de las Ciencias de la Tierra, la rama que se encarga de estudiar al planeta de forma indirecta utilizando la física es denominada geofísica. La geofísica aplicada es una de las principales formas de estudiar la estructura y dinámica del planeta (Telford et al., 1990), por otro lado, la prospección geofísica de superficie cercana estudia la composición y distribución de los materiales que contiene la corteza terrestre (Kearey et al., 2002).

Los métodos geofísicos son técnicas no destructivas y de investigación extensiva o con gran cobertura, complementarias de los ensayos *in situ* y técnicas de investigación directa, como mediante sondeos mecánicos (Lowrie, 2007). Son un conjunto de técnicas que investiga el interior de la Tierra a partir de variaciones detectadas en parámetros físicos significativos y de su correlación con las características geológicas, se pueden clasificar según los campos físicos utilizados en su aplicación. Por ejemplo, a partir de medir variaciones en la aceleración de la gravedad, el campo magnético terrestre, la resistencia a la propagación de un campo eléctrico, del tiempo de propagación de ondas mecánicas, entre otras, se calcula la magnitud y distribución de propiedades físicas como densidad, susceptibilidad magnética, resistividad o velocidad de propagación de ondas en el subsuelo, respectivamente. Integrando esta información con conocimiento de física de rocas y el contexto geológico de la zona de estudio, dichas distribuciones físicas se asocian con propiedades de interés económico o social como podría ser la porosidad y fracturamiento, la saturación de fluidos o el contenido de ciertos minerales.

La gravimetría y magnetometría pertenecen a los métodos geofísicos potenciales, debido a que se basan en la teoría del potencial. La gravimetría permite estudiar cambios en la densidad del subsuelo a través de las variaciones que causan en la aceleración gravitacional, es fundamental en la exploración de petróleo y gas ayudando a identificar cuencas sedimentarias, estructuras favorables para la

acumulación de hidrocarburos como domos salinos, otras aplicaciones comunes incluyen estudios sobre cambios en el basamento, exploración mineral, investigación arqueológica, geotecnia, ingeniería civil, hidrología, riesgo volcánico o glaciología (Reynolds, 2011). Por su parte, la magnetometría permite estudiar cambios en la magnetización de los materiales del subsuelo a través de variaciones en el campo magnético terrestre, es ampliamente utilizada en la prospección de minerales, especialmente de minerales magnéticos como el hierro y el níquel (Kearey et al., 2002).

Los métodos potenciales son considerados de bajo costo y de gran cobertura, permiten caracterizar estructuras tanto someras como a nivel cortical (Blakely, 1996), tienen aplicación en estudios tectónicos aportando información para detectar discontinuidades y variaciones en la corteza terrestre. También son especialmente útiles para estudiar vulcanismo intraplaca debido al alto contenido de magnesio y hierro de los minerales máficos como el olivino, piroxeno, anfíbol y biotita, así como su densidad relativa mayor a $3 \frac{gr}{cm^3}$. Adicionalmente, a través de proyectos como el modelo gravitacional EIGEN6C4 (Foerste, 2014) o el modelo magnético (Meyer, Saltus, et al., 2017) forman parte del conjunto de datos geofísicos de acceso público con mayor cobertura global, permitiendo realizar estudios regionales que sirven como primera aproximación al entendimiento de cualquier área de estudio.

Modelado Geofísico

Los métodos gravimétrico y magnético permiten estudiar la distribución de propiedades físicas en el subsuelo, particularmente densidad y susceptibilidad magnética, a través de variaciones en la aceleración de la gravedad y el campo magnético. Cuando se conocen los mecanismos que rigen el comportamiento de un campo físico es posible calcular las alteraciones en este campo generadas por una distribución específica de fuentes, es decir, se puede proponer un modelo de la distribución de una propiedad física en subsuelo y estudiar la perturbación de un

campo físico en superficie generada por ese modelo (Figura 1). Esto es el modelado directo y se puede expresar matemáticamente de forma general como:

Ec. 1
$$\vec{d} = A(\vec{m}),$$

donde $\vec{d}$ son los datos geofísicos y representan la respuesta o perturbación de un campo en la superficie, $\vec{m}$ es un modelo del subsuelo que representa la distribución de una propiedad física y A es el modelo fisicomatemático que relaciona el modelo con los datos.

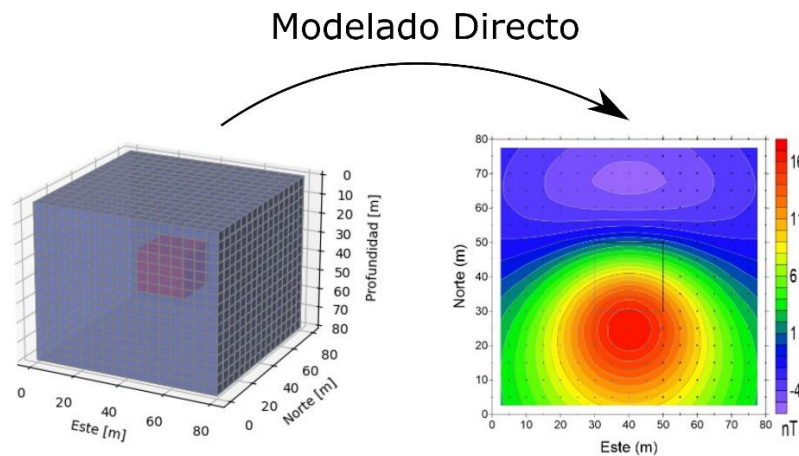


Figura 1. Cálculo de perturbación de un campo físico a partir de un modelo de distribución de propiedades.

Es posible obtener información del subsuelo mediante modelado de datos geofísicos siguiendo el siguiente proceso: 1) un modelo inicial de cuerpos fuente es construido basado en geología e intuición geofísica, es decir, un modelo subjetivo 2) la perturbación del campo físico es calculada y comparada con los datos obtenidos en campo y 3) la distribución de propiedades es ajustada a partir de esta comparación. Este proceso de 3 pasos es repetido hasta que la respuesta calculada y la observada sean lo suficientemente parecidas, evaluando la similitud entre respuestas a partir de un parámetro cuantitativo de comparación, por ejemplo, el error cuadrático medio.

Es posible seguir un enfoque de modelado empírico a través de modificar manualmente el modelo inicial, sin embargo, es más eficiente un enfoque donde los

parámetros distribución y magnitud son calculados automáticamente y de manera objetiva a partir de los datos observados (Figura 2). Esto implica resolver un problema inverso que se puede expresar de manera general como:

$$\text{Ec. 2} \quad \vec{m} = A^{-1}(\vec{d}),$$

donde $\vec{m}$ es un modelo de fuentes o distribución de la propiedad física en el subsuelo, $\vec{d}$ representa los datos geofísicos medidos en superficie, A^{-1} es el operador inverso a A y permite calcular modelos a través de un conjunto de datos.

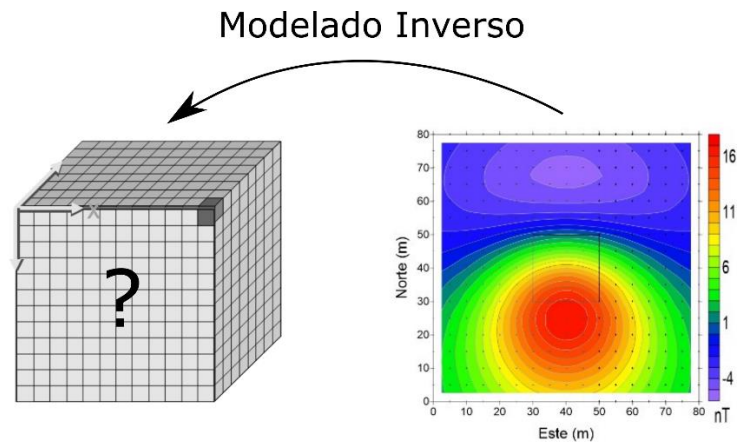


Figura 2. Cálculo de distribución de propiedad física a partir de perturbación en campo físico.

El problema inverso y el problema directo están íntimamente vinculados por el operador A , este relaciona el conjunto de parámetros del modelo con el conjunto de datos a través de la solución del problema directo. Resolver el problema inverso para calcular la distribución de propiedades a partir de un conjunto de mediciones se requiere calcular o aproximar el operador inverso A^{-1} (Zhdanov, 2015).

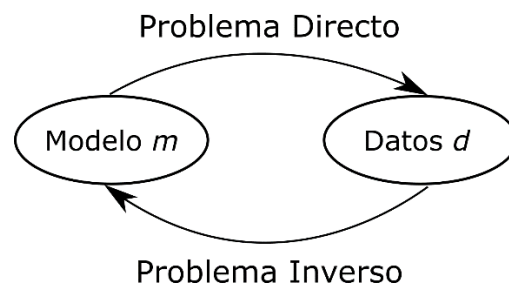


Figura 3. Relación entre problema directo e inverso.

Los modelos fisicomatemáticos que describen los métodos gravimétrico y magnético son de tipo lineal, razón por la cual trabajar su operador A y el cálculo de su operador inverso A^{-1} es más sencillo, a diferencia de otros métodos geofísicos no lineales, lo que los hace ideales como primer acercamiento al modelado geofísico. La complejidad de resolver el problema inverso se puede resumir en tres preguntas: ¿La solución existe? ¿La solución es única? ¿La solución es estable? (Jackson, 1979). Si la respuesta es no para al menos una de las preguntas, entonces se dice que el problema es “mal planteado” (Hadamard, 1902). En conjunto, las implicaciones que tienen estas tres características hacen del problema inverso un verdadero reto matemático y técnico.

Desde el punto de vista físico la solución existe, debido a que se están estudiando estructuras reales en el interior de la Tierra a partir de observaciones medibles, sin embargo, la primera pregunta hace referencia al planteamiento matemático ya que podría no existir un modelo numérico que ajuste correctamente los datos observados. En adición, algunas suposiciones de simplificación en los modelos son inevitables (Tarantola, 2005), por ejemplo, distribución de fuentes con geometrías simples que representan heterogeneidades o estructuras en el subsuelo.

En el problema directo cada distribución de fuentes tiene una solución única; por el contrario, en el problema inverso existe una cantidad infinita de distribuciones de fuentes que generan la misma perturbación en un campo físico (visitar Anexo B) (Figura 4). Por esta razón la inclusión de información adicional es fundamental para acotar las soluciones posibles (Jackson, 1979).

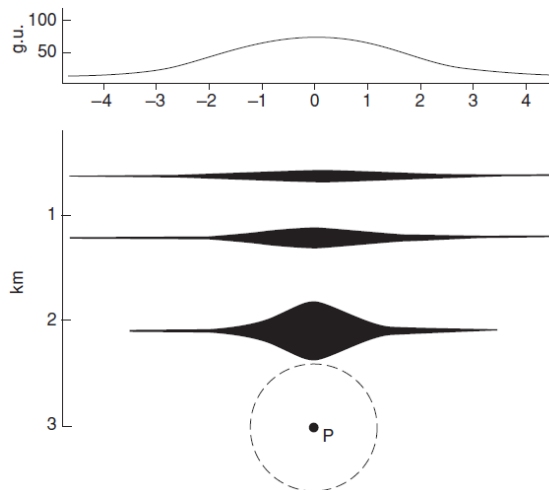


Figura 4. Esquema que ilustra como varios cuerpos pueden generar una misma anomalía en superficie.
Tomado de Reynolds, (1997).

Adicionalmente, el problema inverso es un proceso inestable, es decir, que pequeños cambios en la información de entrada generan grandes cambios en la salida del proceso. La inversión de campos potenciales es excepcionalmente inestable, característica de mucha relevancia porque los datos adquiridos en campo siempre están contaminados por ruido, ya sea asociado a la precisión del instrumento de medición, a las condiciones de medición, a errores humanos o a factores externos. Para estabilizar la solución se emplean técnicas como la regularización Tikhonov (Benning & Burger, 2017).

Para reducir la incertidumbre de los modelos geofísicos causada por las limitaciones intrínsecas de los métodos geofísicos se emplea la integración de información adicional, tradicionalmente *a posteriori*, mediante la comparación entre modelos generados a partir de diferentes tipos de métodos geofísicos. Un intérprete construye un modelo conceptual que permite justificar lo propuesto en los diferentes modelos, es decir, es una metodología de integración de información subjetiva. Por otro lado, la inversión conjunta parte del axioma de que la información obtenida a partir de diferentes métodos, ya sean directos o indirectos, proviene de las mismas fuentes interactuando con diferentes campos físicos. Consiste en la generación objetiva de modelos que estén retroalimentados unos por otros mediante relaciones de correspondencia que pueden ser 1) intrínsecas a la física de rocas o 2)

estructurales, lo que supone dos enfoques diferentes con sus ventajas y desventajas.

Las relaciones intrínsecas entre tipos de datos pueden ser directas o indirectas, así como empíricas o analíticas, por ejemplo, para el caso de los métodos potenciales (gravimetría y magnetometría) la relación de Poisson (Ec. 3) establece que el potencial magnético es proporcional a la atracción gravitacional en la dirección de la magnetización si los límites de las fuentes gravitacional y magnética son los mismos y si la magnetización y densidad son uniformes (Blakely, 1996).

$$\text{Ec. 3} \quad V(P) = -\frac{C_m}{\gamma\rho} \vec{M} \cdot \nabla_P; \quad U(P) = -\frac{C_m \vec{M} \vec{g}_m}{\gamma\rho},$$

donde $V(P)$ es el potencial magnético en el punto P , C_m es la constante de magnetización, $\vec{M}$ es la magnetización, γ es la constante gravitacional, ρ es la densidad, $U(P)$ es el potencial gravitacional en el punto P y $\vec{g}_m$ es la atracción gravitacional en la dirección de la magnetización.

Por su parte, la relación estructural emplea los contrastes en un conjunto de modelos, de esta forma, puede identificar zonas de transición o fronteras en común. Una ventaja de trabajar con un enfoque de similitud estructural como lo mencionan (Haber & Oldenburg, 1997) es la posibilidad de trabajar con cualquier tipo de datos, con o sin relaciones intrínsecas y establecer relaciones de correspondencia entre las diferentes propiedades físicas que permiten identificar más fácilmente regiones con diferentes características en el subsuelo. Autores como (Haber & Oldenburg, 1997; Zhang & Morgan, 1997; Gallardo & Meju, 2004; Zhdanov et al., 2022) han trabajado con este enfoque permitiendo que las relaciones entre grupos de datos sean evaluadas continuamente durante el proceso de inversión y optimizadas bajo ciertas restricciones iniciales para obtener modelos que se retroalimentan unos con otros, integrando así diversos tipos de datos en el proceso de inversión, reduciendo el problema de no unicidad y facilitando el trabajo de interpretación posterior.

El mecanismo que permite evaluar la similitud estructural denominado gradientes cruzados propuesto por Gallardo & Meju, (2004) establece una métrica que permite evaluar la similitud, en términos de magnitud y dirección, de la dirección de cambio o gradiente de los parámetros en los modelos:

Ec. 4
$$\vec{\tau} = \nabla \vec{m}_1 \times \nabla \vec{m}_2 .$$

De esta forma, cuando $\vec{\tau} = 0$ los modelos $\vec{m}_1$ y $\vec{m}_2$ son similares estructuralmente. Esta métrica puede ser usada como condición en la función objetivo del proceso de inversión conjunta para obtener modelos de inversión de diferentes tipos de datos que justifiquen las mediciones y a la vez sean similares entre sí. Posteriormente Zhdanov et al., (2012) propone una generalización del método para múltiples tipos de datos geofísicos simultáneamente denominada Gramiano.

Lo que diferencia a gradientes cruzados respecto a implementaciones anteriores de similitud estructural es que no utiliza la magnitud de los cambios en los parámetros para identificar fronteras que deban coincidir, en su lugar utiliza la dirección de los cambios para identificar zonas de transición sin suponer superficies de contacto. Este enfoque de inversión conjunta por similitud estructural mediante gradientes cruzados en datos gravimétricos y magnéticos se ha empleado con creciente popularidad (R. Guo et al., 2020; S. Liu et al., 2023; R. Zhang et al., 2022).

Dimensionalidad Espacial

Un parámetro de mucha importancia en la inversión de datos geofísicos es definir la dimensionalidad espacial con la que se trabajará, esta se relaciona con la complejidad de la solución y el costo computacional, pero más relevante aún, con el fenómeno a estudiar. La perturbación de cualquier campo físico en un punto del espacio tiene relación con los materiales que interactúan con el campo físico, no solo debajo de la posición de registro, sino también en sus alrededores. Debido a que en la Tierra se pueden presentar heterogeneidades en todas las direcciones (Figura 5), estudiar el subsuelo considerando una dimensionalidad espacial inferior

a la adecuada para el contexto geológico de la zona de interés puede llevar a malinterpretaciones.

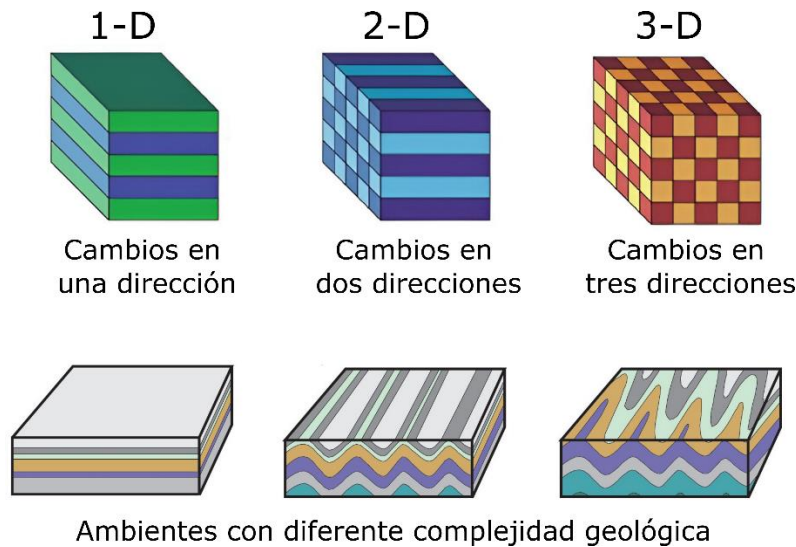


Figura 5. Representación de heterogeneidades en diferentes direcciones y su relación con la dimensionalidad espacial de los modelos.

Por ejemplo, los datos registrados en una sección 2-D no son exclusivamente causados por la interacción del campo físico con los materiales debajo de dicha sección, sino que pueden provenir de interacciones con elementos perpendiculares a la sección. Por esta razón al modelar un perfil 2-D en un ambiente geológico complejo se pueden generar artefactos, es decir, elementos que no existen en esa porción del subsuelo para justificar las mediciones. En consecuencia, construir modelos pseudo-2D a partir de interpolación de resultados 1-D o modelos pseudo-3D a partir de interpolación de resultados 2-D sin considerar la complejidad del fenómeno que se desea modelar, puede conducir a resultados no representativos de la realidad. El modelado en 3-D es más robusto por definición, puesto que siempre considera la máxima complejidad espacial del fenómeno, sin embargo, también implica mayor complejidad en su planteamiento matemático y un aumento en el costo computacional por la mayor cantidad de operaciones a resolver, como ilustra la Figura 6.

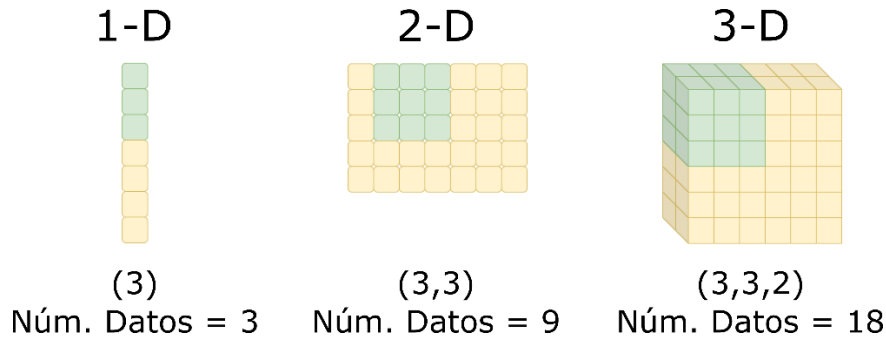


Figura 6. Incremento del número de elementos en dominios 1-D, 2-D y 3-D conservando la misma resolución espacial.

Realizar inversión conjunta de múltiples tipos de datos geofísicos agrega aún más complejidad matemática al problema, duplicando el número de operaciones necesarias por cada método geofísico extra considerado. En consecuencia, hay un aumento exponencial en el costo computacional y el tiempo necesario para obtener soluciones, además de requerir acceso a equipos de cómputo más potentes que puedan manejar la cantidad de información requerida. Optimizar el aprovechamiento de recursos computacionales y aplicar técnicas de alto rendimiento computacional (HPC por sus siglas en inglés) es el camino a seguir para extender el uso de técnicas de inversión conjunta de múltiples datos geofísicos que permitan obtener resultados con menor incertidumbre.

Las técnicas de computación de alto rendimiento para obtener soluciones a problemas de inversión han sido utilizadas desde finales de los años 80 como se menciona en Newman, (2014), sin embargo, a partir de la segunda década de los 2000 se desarrolló una nueva era de HPC gracias al crecimiento de las capacidades de los ordenadores de sobremesa y portátiles. La salida al mercado de unidades de procesamiento gráfico (GPU por sus siglas en inglés) más potentes y el desarrollo de lenguajes de programación como CUDA que permiten el uso de las tarjetas gráficas para efectuar operaciones sencillas, pero con alto potencial de paralelización han impulsado el cómputo científico.

Las técnicas de alto rendimiento computacional empleadas en el problema de inversión geofísica se pueden categorizar de forma general en paralelización de

métodos numéricos, ejemplos de trabajos de inversión empleando este enfoque son: (Epov et al., 2023; Franz et al., 2021; Fu & Tai, 2023; Hou et al., 2016; S. Liu et al., 2023; Martin et al., 2013; Newman, 2014; Ravasi & Vasconcelos, 2021; Rücker et al., 2017; Salem et al., 2004; Zhou et al., 2023), por otro lado, trabajos basados en redes neuronales y aprendizaje profundo: (Al-Garni, 2017; Isaev et al., 2022; Laloy et al., 2019; M. Liu et al., 2023; Wu et al., 2023) y más recientemente basados en computación cuántica: (Dukalski et al., 2023).

Panorama Actual del Software de Inversión Geofísica en 3-D

El software de inversión geofísica en 3-D es una de las herramientas geofísicas más avanzadas debido a que permite proponer la posición y magnitud de cuerpos anómalos en subsuelo. Los softwares de inversión geofísica disponibles en el mercado ofrecen diversas capacidades y enfoques en la resolución de problemas geofísicos tridimensionales.

Entre los principales desarrolladores se encuentran empresas comerciales como VIRIDIEN (CGG), Geotexera, SEEQUENT (Geosoft), Intrepid Geophysics y GravMagInv, así como iniciativas académicas de diversas universidades e institutos de investigación. Se realizó una comparación de las capacidades del software comercial y académico más avanzado (*Tabla 1*) basada en la información disponible en los sitios web de sus servicios.

Empresa	Profesional								Académico				
	VIRIDIEN (CGG)	Geotexera	SEEQUENT (Geosoft)	Zond	Intrepid Geophysics	GravMagInv	Xcalibur Airborne Geophysics	TECHNO IMAGING (Salt Lake City)	OpenSource	CICESE	Consortium for Electromagnetic Modeling and Inversion (CEMI)	China University of Geosciences	IPICYT
País origen	Francia	Canada	Francia	Chipre	Australia	Rusia	Sudáfrica	USA	Colaborativo	México	USA	China	México
Fundación	1931	2020	1982	2001	1992	2022	2002	2021	2017	2003	2011	2015	2020
Software	RLM-3D	MAGNUM	VOXI	ZOND	GEOMODELLER	GravMagInv	LCT Potential Fields	EMVISION R	pyGIMLI	CROSSGRAD	JOINT3D	DOI: 10.4236/jsea.2015.82010	Este proyecto
Multimodal	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO	SI	NO	SI
Inversión Conjunta	SI	SI	solo grav/mag	solo grav/mag	solo grav/mag	solo grav/mag	NO	SI	NO	SI	SI	solo grav/mag	SI
Tipo de relación entre métodos	Lineal / Estocástica / Gradientes Cruzados	Lineal / Estocástica / Gradientes Cruzados	Lineal	Lineal	Estocástica	Lineal	X	Gramiano	X	Gradientes Cruzados	Gramiano	Gradientes Cruzados	Gramiano
Modelo de negocio	suscripción	suscripción	suscripción	suscripción	suscripción	pago único	pago único	proyecto	Python	Fortran	MATLAB Based	MATLAB Based	CUDA Fortran
Large-Scale Cloud Computing (LSCC)	SI	SI	SI	NO	SI	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO	En pruebas
Métodos soportados													
Gravity	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	2D	3D	3D	3D
Magnetic	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D	3D
FDEM	3D	3D	2.5D	2.5D	2.5D	x	x	3D	x	2D	3D	x	x
TDEM	3D	3D	2.5D	2.5D	2.5D	x	x	3D	x	x	3D	x	x
DC resistivity	3D	3D	3D	3D	x	x	x	x	3D	x	x	x	x
IP	3D	3D	3D	3D	x	x	x	x	2D	x	x	x	x
First-arrival seismic	3D	3D	x	3D	x	x	x	x	2D	2D	x	x	x
Heat flow	3D	x	x	x	3D	x	x	x	x	x	x	x	x
Muography	x	3D	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabla 1. Tabla comparativa de capacidades de software comercial y académico.

Los softwares comerciales suelen ofrecer soluciones avanzadas con metodologías lineales, estocásticas y de gradientes cruzados para inversión geofísica. Algunos, como MAGNUM y EMVISION R, permiten enfoques multimodales, lo que significa que pueden integrar múltiples tipos de datos geofísicos en sus modelos. Sin embargo, la mayoría de las herramientas comerciales, como VOXI, ZOND y GEOMODELLER, están limitadas a inversión conjunta de gravedad y magnetismo, sin considerar otros métodos de exploración más complejos.

Por otro lado, los softwares académicos han desarrollado enfoques novedosos, como el software CROSSGRAD que originalmente desarrollo e implementó la metodología de gradientes cruzados o el software JOINT3D que emplea relaciones Gramianas. También, el software de código abierto pyGIMLI contiene librerías para generación de mallas y ‘solvers’ para hacer modelado e inversión de datos geofísicos empleando ‘frameworks’. Estas herramientas pueden ofrecer una mayor flexibilidad en la inversión conjunta, pero presentan limitaciones en cuanto a la optimización computacional y la facilidad de uso para aplicaciones industriales.

Justificación

En este trabajo se propone una solución numérica robusta para la inversión conjunta 3D de datos gravimétricos y magnéticos, utilizando similitud estructural mediante Gramiano que considera la futura incorporación de técnicas geofísicas adicionales. Este software se destaca por integrar un enfoque multimodal con inversión conjunta más amplia, similar a las soluciones más avanzadas en el ámbito académico, pero con una optimización computacional que lo hace competitivo frente a opciones comerciales.

También se considera la optimización de los recursos computacionales mediante la implementación en lenguaje Fortran y se reduce el tiempo de procesamiento a través de cálculos en paralelo utilizando algoritmos de multiplicación de matrices mediante GPU. Su implementación en CUDA Fortran permite procesamiento en paralelo, acelerando el cálculo de soluciones con mejor rendimiento en comparación con software que depende de MATLAB o Python.

Además, este proyecto doctoral pretende aportar, por una parte, al desarrollo de software geofísico más eficiente y, por otro lado, mediante su aplicación en el estudio del maar Joya Los Contreras dentro del campo volcánico Santo Domingo (CVSD), ser una herramienta para el estudio de la relación estructural entre basamento y vulcanismo en un ambiente geodinámico intraplaca.

Hipótesis

Realizar inversión de datos geofísicos potenciales gravimétricos y magnéticos mediante un software eficiente, capaz de generar soluciones en 3D e integrar información del contexto geológico-estructural a través de parámetros de regularización e inversión conjunta, permite reducir la incertidumbre en los modelos de distribución de propiedades físicas del subsuelo.

Objetivo General

Desarrollar un software de inversión 3D para datos gravimétricos y magnéticos mediante un funcional paramétrico robusto que considere topografía, confiabilidad de los datos, direcciones estructurales preferentes. Incorporar similitud estructural durante el proceso de inversión para mitigar la incertidumbre en la inversión de datos geofísicos y proporcionar modelos más precisos del subsuelo. Además, emplear un esquema de procesamiento en paralelo que acelere el cálculo de soluciones, optimizando el tiempo y recursos de cómputo sin comprometer la calidad de los resultados.

Objetivos Particulares

1. Escribir programas de modelado directo para datos gravimétricos y magnéticos mediante soluciones analíticas a prismas rectos.
2. Escribir programas de inversión en 3D para datos gravimétricos y magnéticos, así como validar su correcto funcionamiento mediante comparación de resultados con modelos sintéticos.
3. Implementar un algoritmo de inversión conjunta por similitud estructural para ambos tipos de datos y la evaluación del error cuadrático medio RMS de las soluciones.
4. Adaptar la estructura del flujo de trabajo para alto rendimiento computacional mediante procesamiento en GPU implementando CUDA Fortran y la librería CuBLAS.
5. Desarrollar una interfaz de usuario para el formateo de datos de entrada, ejecución del programa y formato de salida.
6. Emplear el software para procesar datos gravimétricos y magnéticos del maar Joya de Los Contreras dentro del Campo Volcánico Santo Domingo, San Luis Potosí para obtener modelos de distribución de densidad y magnetización.

CAPITULO 2: Marco Teórico

En este capítulo se abordan los conceptos esenciales sobre la teoría del potencial que fundamentan a los métodos gravimétrico y magnéticos, así como el fundamento teórico necesario para resolver el problema directo para el método gravimétrico y magnético, finalmente, se describen las bases para resolver el problema inverso conjunto de datos gravimétricos y magnéticos en 3-D.

Conceptos Básicos

El concepto de campo representa una distribución espacio-temporal de una magnitud física y matemáticamente se representan mediante una función $\vec{F}$ definida en una región R . Los campos se pueden clasificar como escalares o vectoriales, por ejemplo, la atracción gravitacional, el campo magnético terrestre o la corriente eléctrica en el subsuelo, son campos vectoriales empleados en la geofísica para estudiar la Tierra.

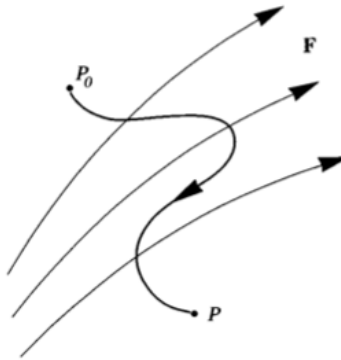


Figura 7. Partícula moviéndose a través de un campo vectorial. (Tomado de Blakely, 1996).

Siguiendo el desarrollo de Blakely, (1996), el potencial se define como el trabajo o la energía cinética gastada en mover una partícula de prueba por un campo vectorial desde un punto a otro. Su descripción matemática está relacionada con la 2da Ley de Newton ($\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$) y la energía cinética ($E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$) de una partícula. Si la partícula se mueve de un punto P_0 a otro punto P (Figura 7), ese cambio en la energía cinética está dado por la integral:

$$Ec. 5 \quad W = \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{P_0}^P m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 - \frac{1}{2} m \vec{v}_0^2 = E_c - E_{c_0} ,$$

donde $d\vec{s}$ representa un pequeño desplazamiento sobre la parametrización de la trayectoria que sigue la partícula y W representa el trabajo realizado desde el punto inicial hasta el punto final.

En general el trabajo para mover una partícula a través de un campo vectorial cambia según el trayecto, sin embargo, por definición el trabajo realizado en un campo conservativo, es decir, que cumple $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$ y $\nabla \times \vec{F} = 0$, no depende del camino que sigue la partícula sino de la forma del campo.

Considerando lo anterior, si la partícula se mueve en un sistema tridimensional, se puede describir completamente un campo vectorial conservativo $\vec{F}$ a partir del gradiente de la función escalar trabajo W .

$$Ec. 6 \quad \vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{\partial W}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial W}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial W}{\partial z} \hat{k} \right) = \nabla W .$$

Por convención el potencial es positivo si las partículas se atraen unas a otras ($\vec{F} = \nabla W$) como, por ejemplo, el campo gravitacional y negativo si se repelen unas a otras ($\vec{F} = -\nabla W$) como, por ejemplo, los campos electrostáticos. De cualquier manera, el valor del potencial en un punto no proporciona información relevante, como lo hace **la diferencia de potencial entre dos puntos**.

Además, una superficie equipotencial se define como una superficie donde el potencial permanece constante, es decir, $W(x, y, z) = cte.$ y por lo tanto no se realiza ningún trabajo al mover una partícula a lo largo de esa superficie.

Las líneas de campo en cualquier punto siempre serán perpendiculares a sus superficies equipotenciales y la fuerza del campo es más intensa en las regiones donde las superficies equipotenciales están separadas por distancias más

pequeñas, el ejemplo más sencillo para ilustrar este concepto son las líneas de campo eléctrico.

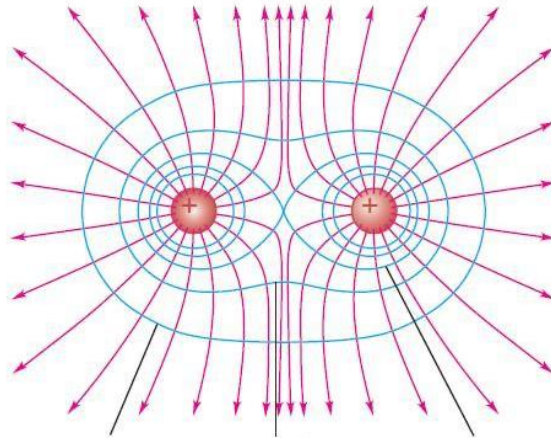


Figura 8. Líneas de campo eléctrico de dos partículas con carga positiva que se repelen.

Finalmente, una función armónica se define como cualquier función que satisface la ecuación de Laplace (Ec. 7) y tiene derivadas parciales continuas de primer y segundo orden. Características importantes de las funciones armónicas son 1) su curvatura es cero, por lo que no pueden contener máximos o mínimos locales, únicamente en sus fronteras y 2) las soluciones de la ecuación de Laplace son siempre sinusoidales, es decir, que se pueden descomponer en combinaciones lineales de senos y cosenos.

Ec. 7

$$\nabla^2 W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0.$$

Teoría Potencial para Gravimetría

Atracción Gravitacional y su Potencial

La fuerza mutua entre una partícula de masa m centrada en el punto $Q(x', y', z')$ y la partícula de masa m_0 en el punto $P(x, y, z)$ está dada por:

Ec. 8

$$\vec{F} = \gamma \frac{mm_0}{|r|^2},$$

donde γ es la cte. gravitacional y $|r| = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$ es la distancia que separa los puntos P y Q .

La fuerza neta $\vec{F}$ que experimenta una partícula m se obtiene mediante el vector suma de las fuerzas debido a todas las masas del espacio.

Si m_0 es una partícula de prueba con masa de magnitud unitaria ($m_0 = 1$), entonces la fuerza de atracción $\vec{F}$ generada entre los puntos P y Q dividida por la masa m_0 describe la atracción gravitacional $\vec{g}(P)$ producida por la masa m en la localización de la partícula de prueba m_0 , es decir, en el punto $P(x, y, z)$.

Ec. 9

$$\frac{\vec{F}}{m_0} = \gamma \frac{mm_0}{r^2 m_0} \rightarrow \vec{g}(P) = -\gamma \frac{m}{r^2} \hat{r},$$

donde $\hat{r}$ es un vector unitario dirigido de la masa m , en este caso considerada una fuente, al punto de observación P (dirección opuesta a la atracción gravitacional, por eso el signo negativo).

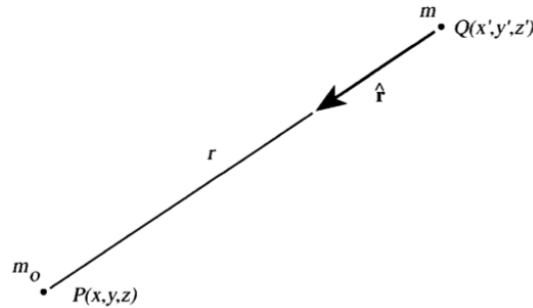


Figura 9. Esquema ilustrativo de la atracción gravitacional entre dos partículas de prueba m y m_0 . (Tomado de Blakely, 1996).

La atracción gravitacional $\vec{g}(P)$ es un campo irrotacional ($\nabla \times \vec{g} = 0$) y conservativo, debido al teorema de descomposición de Helmholtz (Arfken & Weber, 1995) y sus consecuencias, estas características del campo son condición suficiente para la existencia de un potencial escalar de la forma $\vec{g}(P) = \nabla U(P)$.

Por otro lado, siguiendo la convención de Kellogg, el potencial gravitacional es el trabajo realizado por el campo vectorial o atracción gravitacional $\vec{g}(P)$ en la partícula de prueba y se representa como:

$$\text{Ec. 10} \quad U(P) = \gamma \frac{m}{r},$$

donde $U(P)$ es el potencial gravitacional o Newtoniano en el punto P . Además, es demostrable que para cualquier P fuera de la distribución de masa el potencial cumple la ecuación de Laplace (Ec. 7), por lo que el potencial gravitacional es también una **función armónica** ($\nabla^2 U(P) = 0$) para todos los puntos fuera de la masa.

El potencial gravitacional cumple el principio de superposición, que establece que el potencial gravitacional de una colección de masas es la suma del potencial de las masas individuales, por lo que una distribución de masa continua m se puede representar como una colección de muchas pequeñas masas (Roy, 2008).

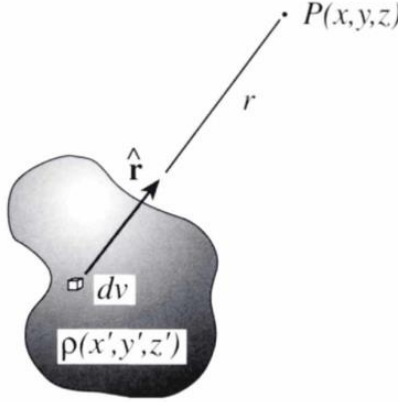


Figura 10. Principio de superposición del potencial gravitacional. (Tomado de Blakely, 1996).

Lo que se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$\text{Ec. 11} \quad U(P) = \gamma \frac{m}{r} = \gamma \iiint_V \frac{dm}{r} = \gamma \iiint_V \frac{\rho(x', y', z')}{r} dV,$$

donde ρ es la densidad de una pequeña masa individual dm y se define como la variación de la porción de masa respecto a su volumen $\left(\frac{dm}{dV} = \rho(x', y', z')\right)$.

Considerando que el punto P se encuentra fuera de la distribución de masa (Figura 10) y que la densidad $\rho(Q)$ es una función “bien comportada”, entonces el potencial $U(P)$ tiene solución finita, es decir, converge para todos los puntos P fuera de la masa.

Así, como lo establece la Ec. 6, la atracción gravitacional se puede describir completamente a partir del gradiente del potencial:

$$\text{Ec. 12} \quad \vec{g}(P) = \nabla U(P) = \frac{\partial U(P)}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial U(P)}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial U(P)}{\partial z} \hat{k} = \gamma \iiint_V \frac{\rho(Q)}{r} \hat{r} dV,$$

donde:

$$\frac{\partial U(P)}{\partial x} = \gamma \iiint_V \frac{\rho(Q)}{r^2} r_x dV = \gamma \iiint_V \frac{(x-x')}{r^3} \rho(Q) dV,$$

$$\frac{\partial U(P)}{\partial y} = \gamma \iiint_V \frac{\rho(Q)}{r^2} r_y dV = \gamma \iiint_V \frac{(y-y')}{r^3} \rho(Q) dV,$$

$$\frac{\partial U(P)}{\partial z} = \gamma \iiint_V \frac{\rho(Q)}{r^2} r_z dV = \gamma \iiint_V \frac{(z-z')}{r^3} \rho(Q) dV.$$

Esta expresión (Ec. 12), que ahora considera el principio de superposición y un punto P fuera de la masa, es la atracción gravitacional al exterior de cualquier distribución de masa expresada en términos de la densidad ρ y la distancia r entre los puntos P y Q .

Sistemas de Unidades

En el sistema internacional de medidas (SI) la masa esta expresada en kilogramos, la distancia en metros y la aceleración en $\frac{m}{seg^2}$, por otro lado, en el sistema cegesimal de unidades (CGS) la masa se expresa en gramos, la distancia en centímetros y la aceleración en $\frac{cm}{seg^2}$.

La densidad puede estar representada en SI $\frac{kg}{m^3}$ o en CGS $\frac{gr}{cm^3}$. La equivalencia entre sistemas de medida es $1 \frac{kg}{m^3} = 10^{-3} \frac{gr}{cm^3}$. La constante gravitacional de Newton $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot seg^2}$ en SI y su equivalente en CGS es $\gamma = 6.67 \times 10^{-8} \frac{cm^3}{gr \cdot seg^2}$.

En el sistema CGS la aceleración gravitacional es referida como Gal (abreviado de Galileo) donde $1Gal = 1 \frac{cm}{seg^2}$, sin embargo, la geofísica reporta medidas de atracción o aceleración gravitacional en mGal debido a que se miden variaciones muy pequeñas en la aceleración gravitacional, por lo tanto, $1mGal = 10^{-3}Gal$. La conversión de CGS a SI es $1mGal = 10^{-5} \frac{m}{seg^2}$.

Teoría Potencial para Magnetometría

Inducción Magnética y su Potencial

Al contrario de los campos eléctricos, una partícula cargada en reposo en el interior de un campo magnético no sufre la acción de ninguna fuerza, por otro lado, los campos magnéticos inducen una fuerza en cualquier partícula cargada en movimiento; la denominada fuerza de Lorentz es la fuerza ejercida por un campo magnético a una corriente eléctrica, está definida por la Ec. 13 donde q es una carga de prueba, $\vec{v}$ la velocidad de la partícula y $\vec{B}$ la inducción magnética.

Ec. 13

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}).$$

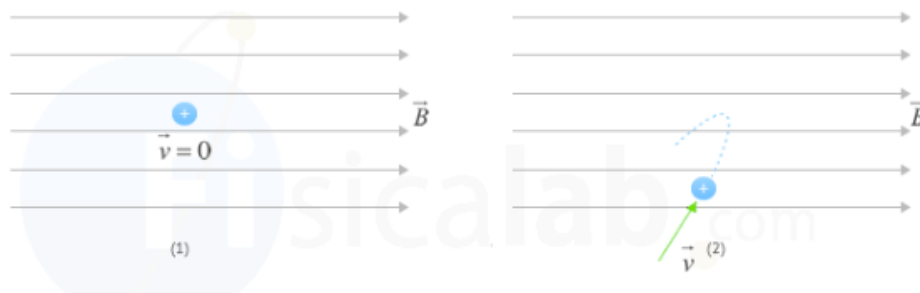


Figura 11. Ilustración de la fuerza de Lorentz en una carga sin movimiento (1) y una carga en movimiento (2) (fisicalab.com).

Siguiendo el desarrollo de Blakely, (1996) se considerando dos pequeños bucles P y Q de longitud l , con corrientes I_a y I_b respectivamente separados por una

distancia r (Figura 12), lo que sería el análogo magnético a dos puntos de masa, la fuerza mutua actuando en los pequeños bucles es descrita por la ecuación:

$$\text{Ec. 14} \quad d\vec{F} = C_m I_a I_b \frac{d\vec{l}_a \times d\vec{l}_b \times \hat{r}}{r^2},$$

donde C_m es una constante de proporcionalidad magnética, análoga a la constante gravitacional de Newton γ , adicionalmente, $\hat{r}$ está dirigido del bucle Q considerado una fuente hacia el bucle P .

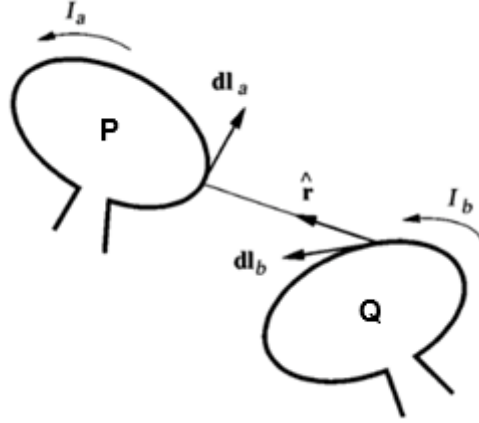


Figura 12. Dos corrientes circulando en bucle separadas por una distancia r . (Modificado de Blakely, 1996).

Si a continuación se define al vector $d\vec{B}(Q)$ (Ec. 15) como la porción de inducción magnética generada por el bucle Q en el bucle P :

$$\text{Ec. 15} \quad d\vec{B}(Q) = C_m I_b \frac{d\vec{l}_b \times \hat{r}}{r^2},$$

y se considera al bucle P como elemento de prueba de magnitud unitaria ($I_a = 1$), entonces sustituyendo la Ec. 15 en la Ec. 14 se obtiene una expresión, que resulta ser la forma diferencial de la fuerza de Lorentz actuando en una porción $d\vec{l}_a$ del bucle P :

$$\text{Ec. 16} \quad d\vec{F}(P) = I_a d\vec{l}_a \times d\vec{B}(Q).$$

Para obtener el campo vectorial $\vec{B}$ denominado como inducción magnética, densidad de flujo magnético o simplemente campo magnético, se integra $d\vec{B}(Q)$

alrededor de todo el bucle Q donde circula la corriente eléctrica I_b , esta expresión también es conocida como ley de Biot-Savart.

Ec. 17

$$\vec{B} = C_m I \oint \frac{dl \times \hat{r}}{r^2}.$$

Por otro lado, el campo magnético $\vec{B}$ es un ejemplo de campo no conservativo que no puede ser descrito por un potencial escalar, sino que requiere de un potencial vector ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$), sin embargo, un campo magnético constante en el tiempo en ausencia de corrientes es irrotacional ($\nabla \times \vec{B} = 0$), por lo tanto, es conservativo y un potencial escalar existe:

Ec. 18

$$\vec{B} = -\nabla V.$$

Como describe la Ec. 5, es posible definir el cambio del potencial a partir del movimiento del elemento de prueba P a lo largo de una trayectoria parametrizada por pequeños vectores dl' , utilizando la inducción magnética generada por el bucle Q (Ec. 17):

Ec. 19

$$dV(P) = -\vec{B} \cdot dl' = -C_m I \oint \frac{dl \times \hat{r}}{r^2} \cdot dl' = -C_m I \oint \frac{dl \times (-dl') \cdot \hat{r}}{r^2}.$$

Mover P a lo largo de dl' tiene el mismo efecto en el potencial que mantener P fijo y mover el bucle Q a lo largo de $-dl'$. Escogiendo esta interpretación el vector $\hat{n}$ es perpendicular a estos 2 vectores y tiene magnitud igual al área del paralelogramo que forman entre sí ($dl \times -dl' = dA$), como se ilustra en la Figura 13.

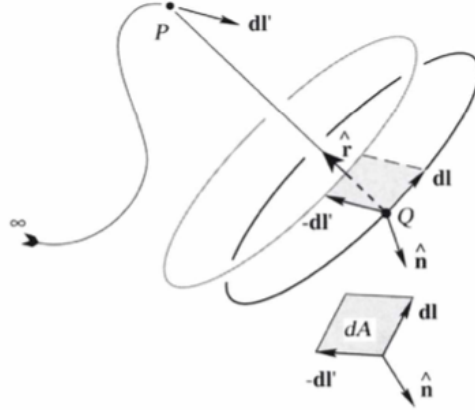


Figura 13. Descripción del potencial magnético a partir del movimiento de un elemento de prueba P por una trayectoria parametrizada. (Tomado de Blakely, 1996).

En consecuencia, el integrando de la Ec. 19 $\left(\frac{dA \cdot \hat{r}}{r^2} = d\Omega\right)$ es el ángulo sólido visto desde el punto P del paralelogramo con área dA y la integral es el ángulo sólido elemental subtenido en toda la trayectoria por donde se mueve P .

Ec. 20
$$dV(P) = +C_m I d\Omega.$$

Debido a que el ángulo sólido de un bucle visto desde el infinito ($r \rightarrow \infty$) es cero, el potencial queda descrito por:

Ec. 21
$$V(P) = C_m I \frac{\vec{n} \cdot \hat{r}}{r^2} \Delta s,$$

donde Δs es el área del bucle y $\hat{n}$ es su vector normal unitario. Definiendo el momento magnético del dipolo ($\vec{m} = I \hat{n} \Delta s$) como un vector en la dirección $\hat{n}$ de magnitud igual a la corriente del bucle de corriente por el área del bucle Q , la Ec. 21 se reescribe en la Ec. 22:

Ec. 22
$$V(P) = C_m \frac{\vec{m} \cdot \hat{r}}{r^2} = -C_m \vec{m} \cdot \nabla_P \frac{1}{r}.$$

Visitar Anexo A para consultar la demostración de que el gradiente del inverso de la distancia r desde el punto Q es el mismo que desde el punto P pero con signo contrario $\left(\frac{\hat{r}}{r^2} = -\nabla_Q \frac{1}{r} = \nabla_P \frac{1}{r}\right)$.

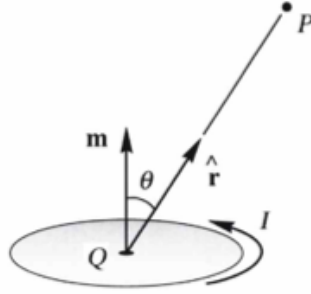


Figura 14. Descripción gráfica del momento magnético de un bucle de corriente visto desde un punto P .
(Tomado de Blakely, 1996).

Como en el caso gravitacional, también se puede expresar al potencial magnético a partir del principio de superposición, análogamente a la Ec. 11, mediante la siguiente expresión:

$$\text{Ec. 23} \quad V(P) = C_m \vec{m} \cdot \nabla_Q \frac{1}{r} = C_m \iiint_V \vec{M}(Q) \cdot \nabla_Q \frac{1}{r} dV,$$

donde $\vec{M}$ es la magnetización de un pequeño elemento con momento magnético $d\vec{m}$ y se define como la variación de momento magnético respecto a su volumen $\left(\frac{d\vec{m}}{dV} = \vec{M}(x', y', z')\right)$.

Finalmente, como lo establece la Ec. 18 el campo magnético total se puede describir completamente a partir del gradiente de su potencial en el punto P y expresarse en términos de la magnetización $\vec{M}$ en el punto $Q(x', y', z')$ considerado una fuente puntual y la distancia r que separa los puntos P y Q :

$$\text{Ec. 24} \quad \vec{T}(P) = -\nabla V(P) = -C_m \hat{H} \cdot \nabla \int_{z'} \int_{y'} \int_{x'} \vec{M}(Q) \cdot \nabla \frac{1}{|r|} dx' dy' dz',$$

donde el campo total es paralelo al vector unitario $\hat{H}$ en la dirección del campo externo.

Campo Externo y Materiales Magnéticos

Los materiales pueden adquirir una componente de magnetización $\vec{M}$ en presencia de un campo magnético externo $\vec{H}$ como el terrestre, esta magnetización es proporcional en magnitud y paralela (o antiparalela) en dirección al campo externo, $\vec{H} = H < \hat{H}_x, \hat{H}_y, \hat{H}_z > = H < \alpha, \beta, \gamma >$ en coordenadas cartesianas o cosenos directores respectivamente.

Ec. 25
$$\vec{M} = \chi \vec{H},$$

donde la constante de proporcionalidad χ es denominada susceptibilidad magnética y describe el grado de sensibilidad a la magnetización de un material influenciado por un campo magnético externo. Su valor difiere en diferentes sistemas de medida, χ (emu CGS) = $4\pi\chi$ (SI), y es adimensional en ambos sistemas.

La relación que describe la inducción magnética de los materiales fuertemente magnéticos ante la presencia de un campo externo y su magnetización es la siguiente:

Ec. 26
$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}),$$

donde la permeabilidad magnética del vacío μ_0 es una cantidad que describe la capacidad de un material de ser afectado por un campo magnético externo.

Como los materiales reaccionan de forma diferente ante la magnetización, se han clasificado en tres tipos, por una parte, los materiales **diamagnéticos** que ante la influencia de un campo externo se altera el movimiento orbital de sus electrones (espín), de modo que se induce una pequeña magnetización en sentido opuesto al campo aplicado, por esta razón χ es negativa en este tipo de materiales. También están los materiales **paramagnéticos** que la influencia de un campo externo causa que los momentos magnéticos atómicos se alineen parcialmente al campo, así produce una magnetización neta en la dirección del campo externo.

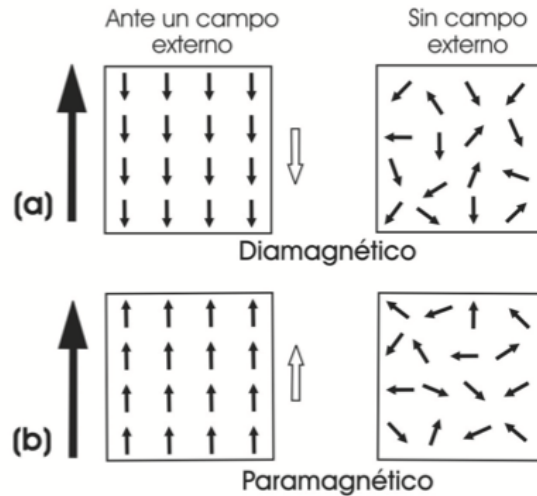


Figura 15. Materiales diamagnéticos y paramagnéticos ante la influencia de un campo externo.

Por otro lado, los materiales **ferromagnéticos** donde no solo los momentos magnéticos atómicos interactúan fuertemente con el campo externo debido al espín del electrón, sino que también interactúan con momentos magnéticos vecinos mediante un efecto cuántico llamado “intercambio energético”, esto causa magnetización espontánea muchas veces mayor a los materiales diamagnéticos y paramagnéticos. Dependiendo de modo se alineen los momentos magnéticos en los materiales ferromagnéticos se pueden categorizar en:

- Ferromagnéticos: Los momentos magnéticos se alinean unos a otros.
- Antiferromagnéticos: Los momentos magnéticos se alinean antiparalelos, sus efectos se cancelan.
- Ferrimagnéticos: Los momentos magnéticos se alinean antiparalelos, pero no se anulan debido a diferencia de magnitudes.

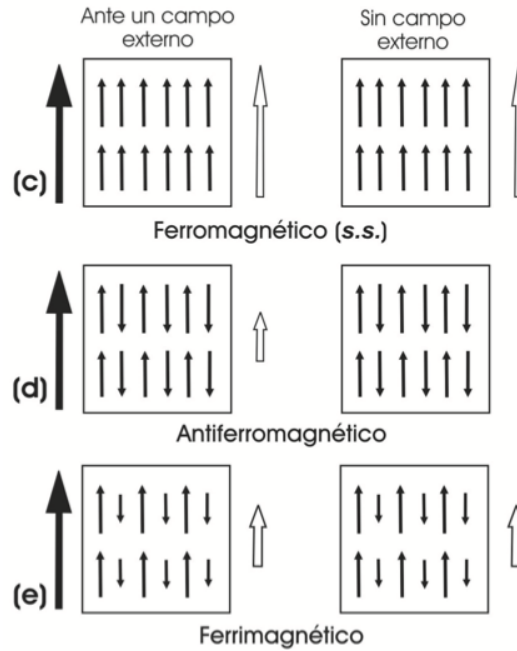


Figura 16. Materiales ferromagnéticos ante la influencia de un campo externo.

La mayor parte de los materiales Terrestres son diamagnéticos y algunos paramagnéticos, en consecuencia, la magnetización debida a la influencia del campo geomagnético en estos materiales insignificante. Por otro lado, las rocas que contienen minerales ferromagnéticos adquieren una magnetización neta en la dirección del campo geomagnético, denominada **magnetización inducida**.

La Magnetita (Fe_3O_4) y sus soluciones sólidas con Ulvoespinela ($TiFe_2O_4$) son los minerales más importantes en estudios geofísicos en corteza. La magnetita es un ferromagnético con temperaturas de Curie de $580^{\circ}C$. Otros minerales como Hematita, Pyrotita y aleaciones Hierro-Níquel son importantes en ciertas situaciones geológicas, pero en volumen porcentual, tamaño, forma e historia el contenido de magnetita es de mayor importancia en estudios magnéticos.

La magnetización inducida $\vec{M}_i$ de un material es nula en un espacio libre de campos magnéticos, sin embargo, los materiales ferromagnéticos tienen la propiedad de retener magnetización de forma permanente, a esto se le denomina magnetización remanente $\vec{M}_r$ y no solo es función de su momento magnético atómico, sino de su

cristalografía, geoquímica e historia geológica, tectónica y térmica. De forma que la magnetización total se define como:

$$\text{Ec. 27} \quad \vec{M} = \vec{M}_i + \vec{M}_r = \chi \vec{H} + \vec{M}_r .$$

Y la relación entre la magnetización remanente e inducida se conoce como el cociente de Koenigsberger, descrita por la expresión.

$$\text{Ec. 28} \quad Q^* = \frac{|\vec{M}_r|}{|\vec{M}_i|} = \frac{\vec{M}_r}{\chi \vec{H}} .$$

Finalmente, la magnetización espontanea depende de la temperatura, a medida que esta va aumentando, el espacio entre átomos vecinos se incrementa y el “intercambio energético” disminuye hasta llegar a cero. Esta temperatura se denomina Temperatura de Curie, de forma que, la magnetización inducida y remanente se hacen cero a temperaturas mayores a las de Curie; aprovechando esta característica es posible calcular un basamento de Curie que es la profundidad a la que las rocas de una zona de estudio han perdido sus propiedades magnéticas y es la profundidad máxima de investigación. Los efectos diamagnéticos y paramagnéticos permanecen a esas temperaturas, pero desde la perspectiva de la prospección magnética se considera que las rocas que sobrepasan la temperatura de Curie son no magnéticas.

Sistemas de Unidades

Las unidades electromagnéticas (emu) del sistema CGS se empleaban desde los 80's, sin embargo, en la actualidad es más empleado el sistema internacional (SI). En CGS, la inducción magnética $\vec{B}$ se reporta en Gauss, la corriente eléctrica I en Abamperes. Por otro lado, en SI la inducción magnética $\vec{B}$ se reporta en weber/metro² o Tesla y la corriente eléctrica en I en Amperes.

La magnetización $\vec{M}$ tiene unidades de $\frac{A}{m}$ en (SI) y *gauss* en (emu), donde 1 *gauss* = $10^3 \frac{A}{m}$. En el caso gravitacional, la conversión entre CGS y SI es cuestión de multiplicar por un factor apropiado base 10, sin embargo, en el caso magnético es

más complicado que eso, la constante de magnetización C_m difiere en magnitud y dimensiones en ambos sistemas.

$C_m = 1$ y es adimensional en CGS mientras que $C_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Henry/metro en SI, donde μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío. En estudios geofísicos el Gamma (CGS) y el nanoTesla (SI) son usados para expresar la inducción magnética $\vec{B}$ donde $1 \text{ nT} = 10^{-9} \text{ tesla} = 1 \text{ gamma} = 10^{-5} \text{ gauss}$.

Modelado directo de datos geofísicos

Una vez desarrollados los conceptos fundamentales sobre el potencial gravimétrico y magnético es posible abordar el método con el cual se calcula una respuesta analítica a partir de prismas rectos. De forma general la ecuación de Fredholm expresa la solución analítica al problema directo:

$$\text{Ec. 29} \quad f(P) = \iiint_R \psi(P, Q) s(Q) dv,$$

donde $f(P)$ representa la respuesta de la fuerza experimentada en el punto de observación P , $s(Q)$ describe cantidades físicas, como densidad o magnetización, en la posición Q dentro del dominio R y $\psi(P, Q)$ representa una función de peso que depende de la geometría del par punto de observación – fuente. Existe una **solución única** al calcular $f(P)$ a partir de las cantidades conocidas $s(Q)$ y $\psi(P, Q)$.

La técnica de voxelización (Figura 17) es una forma simple, pero no particularmente eficiente, de aproximar un volumen mediante una colección de prismas rectangulares, donde cada prisma lo suficientemente pequeño se puede asumir con densidad o magnetización constante y por principio de superposición el efecto del volumen total es igual a la suma del efecto de todas sus partes. De modo que se puede expresar la ecuación Ec. 29 en su forma discreta:

$$\text{Ec. 30} \quad f_i = \sum_{j=1}^N \psi_{ij} s_j,$$

donde $i = 1, 2, \dots, M$ y $j = 1, 2, \dots, N$. Esto implica que para obtener la solución del problema directo es necesario resolver un sistema de ecuaciones; cuando el número de parámetros j supera el número de observaciones i , es decir, cuando $N > M$ el sistema es denominado como sub-determinado, mientras que cuando $N < M$ el sistema es denominado como sobre-determinado, esta categorización está directamente relacionada con el número de datos y el número de parámetros de modelo con los que se trabajará.

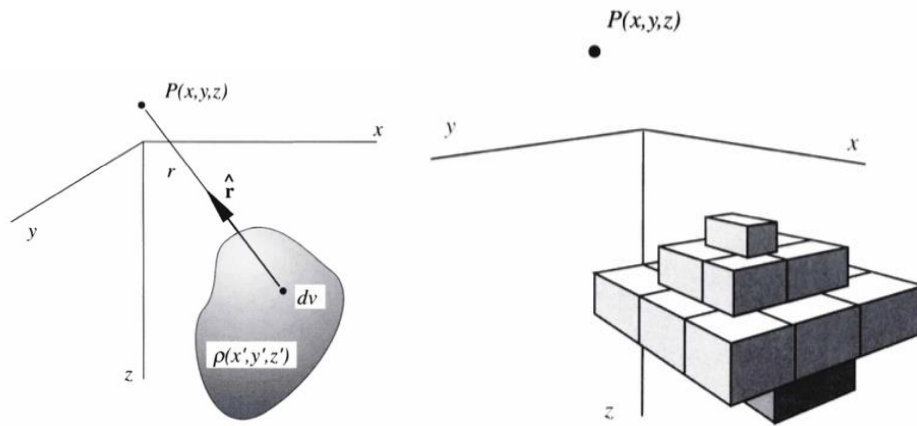


Figura 17. Discretización de una fuente en pequeños elementos mediante prismas rectos. (Tomado de Blakely, 1996).

La expresión $\psi(P, Q)$ es denominada función de Green y se puede entender como la atracción gravitacional/inducción magnética en el $P(x, y, z)$ debida a una fuente de densidad/magnetización en el punto $Q(x', y', z')$. En la forma matricial de la Ec. 30 el término A es el equivalente de la expresión $\psi(P, Q)$ y también es denominado como **matriz de sensibilidad**.

Ec. 31

$$\vec{d} = A \cdot \vec{m}.$$

Finalmente, es necesario considerar las constantes de proporcionalidad y un factor de conversión de unidades en la Ec. 29, Ec. 30 o Ec. 31 dependiendo del método geofísico y el sistema de unidades utilizado.

Método Gravimétrico

Como se demostró anteriormente, el potencial gravitacional en un punto $P(x, y, z)$ debido a un volumen de masa en un punto $Q(x', y', z')$ con densidad constante $\rho(Q)$ está definido por la Ec. 11, mientras que su atracción gravitacional $\vec{g}(P)$ está definida por la Ec. 12; considerando que la ρ es constante en cada elemento del volumen, es un movimiento válido sacarlo de la integral, también, el método gravimétrico considera únicamente la componente vertical de la atracción gravitacional, es decir, la derivada parcial en el eje z del potencial gravitacional $\left(\frac{\partial \vec{g}(P)}{\partial z}\right)$, que es descrita por la expresión:

$$Ec. 32 \quad g_z(P) = \rho(Q) \gamma \int_{z'} \int_{y'} \int_{x'} \frac{\Delta z}{|\Delta r|^3} dx' dy' dz',$$

donde $|\Delta r|^3 = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{\frac{3}{2}}$, $\Delta x = (x - x')$, $\Delta y = (y - y')$, $\Delta z = (z - z')$.

Resolviendo la integral definida siguiendo el desarrollo de Banerjee & Das Gupta, (1977) se obtiene la expresión que define la atracción gravitacional vertical para un prisma rectangular:

Ec. 33

$$g_z(x_0, y_0, z_0) = \rho(Q) \gamma \left[z \tan^{-1} \left(\frac{xy}{z|r|} \right) - x \ln(|r| + y) - y \ln(|r| + x) \right] \Big|_{\Delta x_1}^{\Delta x_2} \Big|_{\Delta y_1}^{\Delta y_2} \Big|_{\Delta z_1}^{\Delta z_2}.$$

Para calcular la atracción gravitacional vertical en un punto m de una superficie discretizada, se reescribe la Ec. 33 como una combinación lineal de la atracción gravitacional de cada prisma que conforma el volumen discretizado del subsuelo, expresado con notación indicial como:

Ec. 34

$$g_{z_m} = \sum_{n=1}^N \psi_{mn} \rho_n ,$$

para $m = 1, 2, \dots, M$ que representa el número de puntos en superficie y $n = 1, 2, \dots, N$ que representa el número de prismas que conforman el volumen en el subsuelo, donde g_{z_m} es la atracción gravitacional vertical en el punto de observación m , ρ_n es

la densidad de la porción de volumen n y ψ_{mn} es la función que describe la relación entre la posición del prisma rectangular y la posición de observación; definida por:

Ec. 35

$$\psi_{mn} = \gamma \left[z \tan^{-1} \left(\frac{xy}{z|r|} \right) - x \ln(|r| + y) - y \ln(|r| + x) \right] \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} \frac{\Delta z_2}{\Delta z_1}.$$

Finalmente, evaluando para un prisma con dimensiones descritas por los límites $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$, $z_1 \leq z \leq z_2$ y considerando el punto de observación P en el origen para simplificar:

Ec. 36

$$\psi_{mn} = \gamma \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \tan^{-1} \frac{\Delta x_i \Delta y_j}{\Delta z_k r_{ijk}} - \Delta x_i \ln(r_{ijk} + \Delta y_j) - \Delta y_j \ln(r_{ijk} + \Delta x_i) \right],$$

donde:

$$\Delta x_i = x_0 - x_i; \quad \Delta y_j = y_0 - y_j; \quad \Delta z_k = z_0 - z_k; \quad r_{ijk} = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_j^2 + \Delta z_k^2}; \quad \mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k.$$

Método Magnético

Análogo al método gravimétrico, el potencial magnético en un punto $P(x, y, z)$ debido a una fuente puntual en un punto $Q(x', y', z')$ con magnetización constante $\vec{M}(Q)$ está definido por la Ec. 23, mientras que el campo magnético total $\vec{T}$ en el punto P está definido por el gradiente del potencial Ec. 24; considerando que $\vec{M} = \chi \vec{H}$ es constante en cada elemento del volumen es un movimiento válido sacarlo de la integral:

$$Ec. 37 \quad T(x_0, y_0, z_0) = \chi H \hat{H} C_m \cdot \nabla \int_{z'} \int_{y'} \int_{x'} \hat{M} \cdot \nabla \frac{1}{|r|} dx' dy' dz',$$

$$\text{donde } |r| = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}.$$

El vector magnetización $\vec{M}$ se puede expresar en términos de su magnitud y dirección; si la magnetización es paralela a la dirección del campo magnético terrestre dada por α, β, γ entonces:

Ec. 38

$$\vec{M} = M\hat{M} = \chi\vec{H} = \chi H < \alpha, \beta, \gamma >,$$

donde χ es la susceptibilidad magnética, H es la intensidad del campo magnético y α, β, γ son los cosenos directores del vector del campo magnético terrestre que se pueden calcular a partir de su inclinación y declinación; para simplificar el problema se supone que no hay magnetización remanente $\vec{M}_r$, por lo que la dirección de la magnetización es igual a la dirección del campo externo ($\hat{M} = \hat{H}$).

Resolviendo la integral definida siguiendo el desarrollo de (Bhattacharyya, 1964; Gallardo-Delgado et al., 2003) se obtiene la expresión que define el campo total en la dirección de $\hat{H}$ para un prisma rectangular:

Ec. 39

$$T = C_m \chi H [\alpha \quad \beta \quad \gamma] \begin{bmatrix} -\tan^{-1}\left(\frac{yz}{x|r|}\right) & \ln(|r| + z) & \ln(|r| + y) \\ \ln(|r| + z) & -\tan^{-1}\left(\frac{xz}{y|r|}\right) & \ln(|r| + x) \\ \ln(|r| + y) & \ln(|r| + x) & -\tan^{-1}\left(\frac{xy}{z|r|}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_2 \\ \Delta y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_2 \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix},$$

donde T es el campo magnético total en un punto de observación, causado por una fuente a una distancia definida por $\Delta x = (x - x')$, $\Delta y = (y - y')$, $\Delta z = (z - z')$, χ es la intensidad de magnetización en la fuente magnética, H es la intensidad de campo magnético externo con dirección $< \alpha, \beta, \gamma >$ y C_m es la constante de magnetización.

Para calcular el campo magnético total en un punto m de una superficie discretizada, se reescribe la Ec. 39 como la combinación lineal del campo magnético total causado por cada prisma que conforma el volumen discretizado del subsuelo, expresado con notación indicial como:

Ec. 40

$$T_m = \sum_{n=1}^N \psi_{mn} M_n,$$

para $m = 1, 2, \dots, M$ que representa el número de puntos en superficie y $n = 1, 2, \dots, N$ que representa el número de prismas que conforman el volumen en el subsuelo, donde T_m es el campo magnético total en un punto de observación m , M es la magnetización en una porción n de fuente magnética y ψ_{mn} es la función que

describe la relación entre la posición del prisma rectangular la posición de observación; definida por:

Ec. 41

$$\psi_{mn} = C_m [\alpha \quad \beta \quad \gamma] \begin{bmatrix} -\tan^{-1}\left(\frac{yz}{x|r|}\right) & \ln(|r| + z) & \ln(|r| + y) \\ \ln(|r| + z) & -\tan^{-1}\left(\frac{xz}{y|r|}\right) & \ln(|r| + x) \\ \ln(|r| + y) & \ln(|r| + x) & -\tan^{-1}\left(\frac{xy}{z|r|}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_2 \\ \Delta y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_2 \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}.$$

Finalmente, evaluando para un prisma con dimensiones descritas por los límites $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$, $z_1 \leq z \leq z_2$ y considerando el punto de observación P en el origen:

Ec. 42

$$\psi_{mn} = C_m \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[-a_1 \tan^{-1}\left(\frac{\Delta y_j \Delta z_k}{\Delta x_i r_{ijk}}\right) - a_2 \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x_i \Delta z_k}{\Delta y_j r_{ijk}}\right) - a_3 \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x_i \Delta y_j}{\Delta z_k r_{ijk}}\right) \right. \\ \left. + a_4 \ln(r_{ijk} + \Delta z_k) + a_5 \ln(r_{ijk} + \Delta y_j) + a_6 \ln(r_{ijk} + \Delta x_i) \right],$$

donde:

$$\Delta x_i = x_0 - x_i; \quad \Delta y_j = y_0 - y_j; \quad \Delta z_k = z_0 - z_k; \quad r_{ijk} = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_j^2 + \Delta z_k^2}; \quad \mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k; \quad a_1 = \alpha^2; \quad a_2 = \beta^2; \quad a_3 = \gamma^2; \quad a_4 = 2\alpha\beta; \quad a_5 = 2\alpha\gamma; \quad a_6 = 2\beta\gamma.$$

Inversión Generalizada de Datos Geofísicos por Mínimos Cuadrados

El problema inverso es conceptualmente sencillo y consiste en estimar los parámetros posición y magnitud de las propiedades físicas a partir de las variaciones medidas en los campos potenciales, procesados adecuadamente y habiendo removido apropiadamente el campo regional.

Como se mencionó brevemente en la Introducción (Figura 3), el problema inverso y el problema directo están muy relacionados, pues la construcción de la matriz de sensibilidad se considera un 'solver' que relaciona una colección de fuentes en un

dominio discretizado de manera específica con una cantidad de respuestas observadas (Ec. 31).

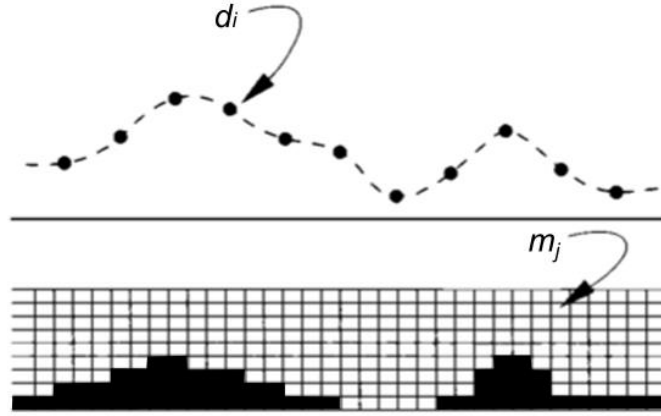


Figura 18. Relación entre una colección de fuentes y una cantidad de mediciones.

Se podría intentar utilizar la inversa de esta matriz de sensibilidad para relacionar un vector $\vec{d}$ que representa un conjunto de datos con un vector $\vec{m}$ que representa una distribución de parámetros para ese dominio discretizado específico. Esto se expresa de manera general en notación matricial como:

Ec. 43
$$\vec{m} = A^{-1} \cdot \vec{d}.$$

Sin embargo, esto no es necesariamente fácil de realizar en la práctica, pues la inversa de la matriz podría no existir, sin embargo, se puede utilizar otro enfoque como muestra (Zhdanov, 2015), que consiste en plantear un funcional $P(\vec{m})$ a partir de la diferencia entre un conjunto de datos observados $\vec{d}$ y un conjunto de datos estimados a partir de modelado directo $\vec{d}^p$.

Ec. 44
$$P(\vec{m}) = (\vec{d} - \vec{d}^p) = (\vec{d} - A\vec{m}),$$

para posteriormente minimizar el cuadrado de sus diferencias, donde se pueden emplear varias notaciones para expresar lo mismo:

Ec. 45
$$\min \{ \|\vec{d} - A\vec{m}\|^2 \} = \min \{ (\vec{d} - A\vec{m})^T (\vec{d} - A\vec{m}) \} = \min \{ \langle \vec{d} - A\vec{m}, \vec{d} - A\vec{m} \rangle \}.$$

La técnica de mínimos cuadrados aplicada en un funcional de desajuste, empleando notación de producto escalar:

$$P(\vec{m}) = \langle \vec{d} - A\vec{m}, \vec{d} - A\vec{m} \rangle,$$

Ec. 46 $\delta P(\vec{m}) = \langle -2A\delta\vec{m}, \vec{d} - A\vec{m} \rangle,$

reduciendo y despejando:

$$\delta P(\vec{m}) = \langle 2\delta\vec{m}, -A^T(\vec{d} - A\vec{m}) \rangle,$$

$$-A^T(\vec{d} - A\vec{m}) = 0,$$

$$A^T A\vec{m} = A^T \vec{d},$$

Ec. 47 $\vec{m} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{d}.$

Sin embargo, esta solución no es equivalente a la Ec. 43 si la matriz A no es cuadrada, por lo que se podría aplicar la técnica de descomposición de valores singulares (SVD) para aproximar $(A^T A)^{-1} A^T$ y obtener una pseudo solución numéricamente como desarrolló (Menke, 1989).

Integración de la Desviación Estándar

Es de utilidad poder obtener una solución en la cual se considere la precisión del conjunto de datos observados, para este fin es necesario utilizar la técnica de mínimos cuadrados ponderados, agregando a la Ec. 45 un operador de peso $W = [diag(w_i)]$ que es una matriz diagonal que contiene un escalar que funge como multiplicador para cada elemento de un vector dado. De esta forma el funcional $P(\vec{m})$ se reescribe como:

Ec. 48 $min\{P(\vec{m}) = \langle W\vec{d} - WA\vec{m}, W\vec{d} - WA\vec{m} \rangle\},$

reduciendo y despejando:

$$\delta P(\vec{m}) = \langle -2WA\delta\vec{m}, (W\vec{d} - WA\vec{m}) \rangle,$$

$$\delta P(\vec{m}) = \langle -2WA\delta\vec{m}, (WA)^T(W\vec{d} - WA\vec{m}) \rangle,$$

$$-(WA)^T(W\vec{d} - WA\vec{m}) = 0,$$

$$(WA)^T WA\vec{m} = (WA)^T W\vec{d},$$

$$\vec{m} = (A^T W^T WA)^{-1} A^T W^T W\vec{d},$$

Ec. 49

$$\vec{m} = (A^T W^2 A)^{-1} A^T W^2 \vec{d}.$$

Existen varios criterios para minimizar a partir de normas L_p , sin embargo, utilizar la norma L_2 o Euclidiana con la técnica de mínimos cuadrados ponderados es equivalente a una solución obtenida con el método estadístico Bayesiano de máxima verosimilitud que toma en cuenta la varianza σ^2 de los datos:

Ec. 50

$$m = (A^T C^{-1} A)^{-1} A^T C^{-1} d,$$

por lo que empíricamente se puede concluir que $W^2 = C^{-1}$. Por otro lado, la matriz de covarianza C se define como:

Ec. 51

$$C = [cov(d_i, d_j)] = [\sigma_{ij}^2],$$

bajo la suposición de que los datos no están correlacionados, la matriz de covarianza se vuelve una matriz diagonal de varianzas con la forma:

Ec. 52

$$C = [diag(\sigma_i^2)],$$

sustituyendo Ec. 52 en la Ec. 51:

Ec. 53

$$W^2 = C^{-1} = \left[diag\left(\frac{1}{\sigma_i^2}\right) \right].$$

De esta forma, es posible definir los pesos de la solución de mínimos cuadrados ponderados a partir de la desviación estándar σ proporcionando un marco probabilístico, otorgando mayor importancia a datos con menor desviación estándar (más precisos) y menor importancia a datos con mayor desviación estándar (menos precisos).

En su aplicación práctica el ponderamiento está fundamentado en incertidumbre de los datos observados mediante una matriz de covarianza C_d y contemplar una variabilidad dada para los parámetros de modelo mediante una matriz de covarianza C_m .

Integración de Funciones de Regularización

La solución al problema inverso es inestable en general, pero particularmente para datos potenciales, por lo que es necesaria la técnica de regularización de Tikhonov para integrar funciones de regularización que ayuden a estabilizar la solución como demostraron Tikhonov & Arsenin, (1977). El propósito de la regularización es proporcionar herramientas sencillas de utilizar, basadas en planteamientos matemáticos, para ayudar a resolver problemas discretos mal planteados (Fernández-Martínez et al., 2014; Orintara et al., 2000), dichos regularizadores tienen la forma:

$$Ec. 54 \quad P^\alpha(\vec{m}) = \|\vec{d} - A\vec{m}\|^2 + \alpha R(\vec{m}),$$

donde el funcional de regularización $R(\vec{m})$ representa una familia de operadores lineales que permiten estabilizar el problema mediante la acotación de soluciones dentro del espacio infinito de soluciones posibles, consecuencia del principio de no unicidad, mientras que α es un valor escalar denominado parámetro de regularización que le da un peso al funcional de regularización $R(\vec{m})$; cuanto mayor sea este valor del parámetro de regularización más influencia tiene el regularizador en la solución, por el contrario, cuanto más cerca de cero sea el parámetro de regularización más cerca se estará de una solución sin regularización.

El planteamiento de los regularizadores tiene como objetivo establecer métricas en los elementos que conforman el problema inverso, de manera que al minimizar el funcional paramétrico $P^\alpha(\vec{m})$ sirvan como condiciones deseadas en la solución. Un regularizador muy utilizado en la inversión de datos geofísicos es la minimización de la curvatura en la distribución de magnitudes de la propiedad física modelada, mediante la aplicación del operador laplaciano L en el vector modelo $\vec{m}$, lo que da como resultado distribuciones sin cambios abruptos, es decir, suavizadas:

$$Ec. 55 \quad R_1(\vec{m}) = \|L(\vec{m})\|^2,$$

donde $L(\vec{m}) = \nabla^2 \vec{m} = \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial z^2}$. Este regularizador se fundamenta en la suposición que los parámetros físicos en el subsuelo, de forma general, cambian gradual y continuamente.

Otro regularizador es la incorporación de información conocida *a priori* sobre la posición y magnitud de la propiedad física modelada a partir de un segundo vector de parámetros $\vec{m}_{apr}$ y la minimización de su diferencia respecto al modelo calculado $\vec{m}$ mediante la norma L_2 .

$$Ec. 56 \quad R_2(\vec{m}) = \left\| W_{m_{apr}}(\vec{m} - \vec{m}_{apr}) \right\|^2,$$

donde el vector de parámetros $\vec{m}_{apr}$ debe ir acompañado de una matriz de ponderación $W_{m_{apr}}$ que es una matriz diagonal que permite seleccionar los elementos del modelo $\vec{m}$ que se compararán, pues de no ponderar la comparación todos los elementos que conforman al modelo (voxeles) se compararán, sin embargo, no necesariamente se tiene información *a priori* de todo el modelo, por lo que comparar todos los elementos implica forzar la distribución de parámetros hacia la distribución propuesta por todo el vector $\vec{m}_{apr}$.

En este trabajo también se explora la utilidad de regularizadores inspirados por el regularizador de suavidad (Ec. 55) y el trabajo de Li & Oldenburg, (2000), mediante el uso de derivadas parciales como herramienta para favorecer distribuciones con orientaciones definidas, fundamentadas en la información del contexto geológico-estructural de la zona de estudio:

$$Ec. 57 \quad R_3(\vec{m}) = \|M(\vec{m})\|^2,$$

$$Ec. 58 \quad R_4(\vec{m}) = \|N(\vec{m})\|^2,$$

donde $M(\vec{m}) = \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \cos \theta \cos \varphi + \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \sin \theta \cos \varphi + \frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \sin \varphi$ es una derivada direccional donde el ángulo θ se define como el rumbo preferencial y el ángulo φ como el echado de las estructuras generadas a partir del modelado y $N(\vec{m}) = \frac{\partial \vec{m}}{\partial z}$ es la derivada vertical que evalúa cambios en la distribución de propiedades en el eje de profundidad.

Técnica de Inversión Conjunta

Un gran desafío al emplear los métodos gravimétrico y magnético es la dificultad para determinar con certeza la profundidad y forma de las fuentes debido a ambigüedades intrínsecas al método (Figura 4). Además, se debe considerar que las reducciones y la separación de anomalías regional-local también introducen errores que permanecen esencialmente indefinidos, pues los supuestos básicos son arbitrarios y la separación regional-local como tal no se puede hacer de manera inequívoca (Reeves, 2005), este es un problema para la mayoría de los métodos geofísicos. Una forma de reducir la incertidumbre en los resultados es la integración de información adicional en el proceso de inversión (Núñez-Demarco et al., 2023), sin embargo, esto tampoco asegura el éxito en todas las ocasiones.

La inversión conjunta tiene origen en la presuposición de que la información obtenida por diferentes métodos indirectos en una misma zona de estudio proviene de las mismas fuentes que interactúa con campos físicos diferentes. Bajo esta suposición, es razonable también esperar resultados de inversión donde la distribución de diferentes propiedades físicas tiene alguna relación.

Proponer la generación de modelos que se retroalimentan entre sí a través de relaciones de correspondencia que pueden ser 1) intrínsecas a la física de rocas o 2) estructurales, es la base de las técnicas de inversión conjunta. Dicha idea ha demostrado ser muy eficaz para mitigar la no unicidad en las soluciones de inversión, trabajos como: (Abubakar et al., 2012; Barnoud et al., 2019; Franz et al., 2021; Gallardo, 2007; Gao et al., 2012; Z. Guo et al., 2018; Lelièvre et al., 2012; Moorkamp et al., 2013; Spichak, 2020; Tu & Zhdanov, 2021; Varfinezhad et al., 2022; Vozoff & Jupp, 1975; Zhdanov et al., 2022) son ejemplos de resultados de inversión conjunta superiores a inversión separada.

Gradientes Cruzados

La técnica de gradientes cruzados propuesta por Gallardo & Meju, (2004) es una métrica para evaluar la similitud estructural de un par de modelos $\vec{m}_1$ y $\vec{m}_2$ en términos del gradiente. El principal diferenciador respecto a implementaciones anteriores de inversión conjunta es que no emplea la magnitud de los cambios en los parámetros para identificar fronteras que deban coincidir, sino que utiliza **la dirección de los cambios** para identificar zonas de transición sin suponer superficies de contacto. Esta técnica fue empleada realizar inversión conjunta 3D de datos gravimétricos y magnéticos (Fregoso & Gallardo, 2009) obteniendo modelos con mejor definición estructural.

$$\text{Ec. 59} \quad \vec{\tau}(x, y, z) = \nabla \vec{m}_1(x, y, z) \times \nabla \vec{m}_2(x, y, z) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial x} & \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial y} & \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial x} & \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial y} & \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial z} \end{vmatrix}.$$

La función de gradientes cruzados (Ec. 59) se define como el producto cruz de dos vectores gradiente y puede expresarse para 3 dimensiones de manera compacta como un determinante simbólico (Ec. 60), puesto $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$ no son magnitudes escalares sino son vectores unitarios.

Ec. 60

$$\vec{\tau} = \tau_x \hat{i} + \tau_y \hat{j} + \tau_z \hat{k} = \left(\frac{\partial \vec{m}_1}{\partial y} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial z} - \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial z} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial y} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial \vec{m}_1}{\partial z} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial x} - \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial x} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial z} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial \vec{m}_1}{\partial x} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial y} - \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial y} \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial x} \right) \hat{k},$$

Un vector gradiente $\nabla \vec{m}$ en $\mathbb{R}^3$ es una generalización multivariable de la derivada que mide la relación de cambio en el espacio con la que varía el valor de $\vec{m}$. Por otro lado, el producto cruz o vectorial tiene propiedades interesantes que permite utilizarlo como una herramienta para evaluar la similitud en dirección entre ambos vectores. La magnitud del producto cruz de dos vectores (*Figura 19*) dependiente del ángulo formado por ambos vectores en un mismo hiperplano, mientras que la magnitud es cero cuando el ángulo es 0° o 180° , es decir, cuando ambos vectores tienen la misma dirección o dirección contraria. Además, es independiente de la magnitud de los vectores.

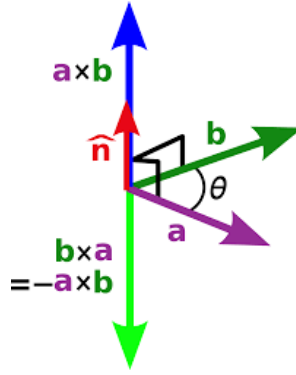


Figura 19. Representación gráfica del producto cruz de dos vectores.

Sin embargo, este planteamiento tiene sus limitaciones pues solo permite la comparación entre 2 grupos de datos a la vez, por otro lado, su implementación dentro de una función objetivo a minimizar requiere de su linealización a partir de una expansión en series de Taylor.

Gramiano como Regularizador de Similitud Estructural

En álgebra lineal, una matriz de Gram de n vectores, se define como los n^2 productos escalares de los vectores que la conforman ($G_{ij} = \langle \vec{v}_i, \vec{v}_j \rangle$) y tiene tres características que la hacen interesante, por una parte, es simétrica ($G_{ij} = G_{ji}$) si los vectores que la conforman son reales, otra característica es que permite comprobar la independencia lineal de los vectores que la conforma cuando el determinante de la matriz es no nulo, es decir, cuando la matriz es invertible. La independencia lineal de un conjunto de vectores (Figura 20) se cumple si ninguno de ellos puede ser escrito por una combinación lineal de los restantes.

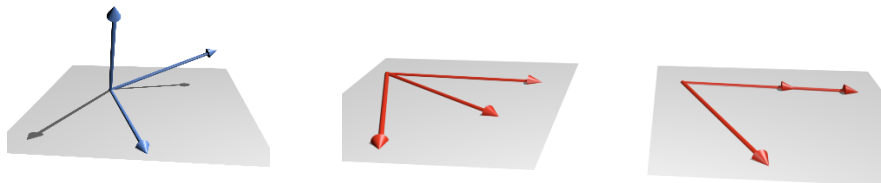


Figura 20. Representación gráfica de un conjunto de vectores en $\mathbb{R}^3$ con independencia lineal (azul) y con dependencia lineal (rojo).

Por otra parte, numéricamente el determinante de la matriz de Gram, denominado Gramiano, coincide con el volumen del paralelepípedo formado por los vectores que lo conforman, esta característica hace del Gramiano una analogía al producto cruz (Figura 19) en un espacio de Hilbert, que es la generalización del espacio euclídeo para más de tres dimensiones ortogonales. La técnica de gradientes cruzados se puede considerar un caso particular de un Gramiano (ver Anexo C):

Ec. 61

$$\det G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)}) = \det \begin{vmatrix} \langle \nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)} \rangle \\ \langle \nabla \vec{m}_{(2)}, \nabla \vec{m}_{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}_{(2)}, \nabla \vec{m}_{(2)} \rangle \end{vmatrix} = \|\nabla \vec{m}_{(1)} \times \nabla \vec{m}_{(2)}\|_{L_2}^2,$$

donde $\langle , \rangle$ denota producto interno, $\det G(,)$ es el determinante de la matriz de Gram o Gramiano. Es una solución más general, que no requiere de conocer previamente las relaciones de correspondencia entre los diferentes tipos de métodos geofísicos, sean lineales y no lineales, pues son determinadas durante el proceso de inversión.

El Gramiano como función de regularización mediante acoplamiento estructural es una respuesta a las limitaciones del método de gradientes cruzados, pues admite la comparación de n-vectores, en este caso, modelos generados por diferentes métodos geofísicos. Mientras que la forma cuadrática de este funcional similar a la norma L_2 es diferenciable, lo que permite implementarlo de forma rigurosa como regularizador en la minimización de un funcional paramétrico $P(\vec{m})$ sin la necesidad de alguna linealización (Zhdanov, 2015; Zhdanov et al., 2012).

Planteamiento y Minimización del Funcional Paramétrico

La función objetivo empleada para resolver el problema inverso y el proceso para obtener una solución son consideraciones fundamentales para el modelado de datos geofísicos, por una parte, se puede seguir un enfoque especializado en donde la función objetivo es diseñada para resolver un objeto de estudio específico, por otro lado, diseñar una función objetivo “robusta” que permita adaptarse a

condiciones variables dependiendo del objeto de estudio sigue un enfoque más general.

En este trabajo (Del Razo-Gonzalez & Yutsis, 2023) se ha empleado modelado variacional con un enfoque general para construir una función objetivo o funcional paramétrico $P(\vec{m})$ empleando regularización de Tikhonov de segundo orden, minimizado por mínimos cuadrados ponderados con la siguiente forma:

Ec. 62

$$P^{(\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \mu)}(\vec{m}) = \lambda \|W_d[A(\vec{m}) - \vec{d}_0]\|_{L_2}^2 + \alpha \|L(\vec{m})\|_{L_2}^2 + \beta \|W_m W_{m_{apr}}(\vec{m} - \vec{m}_{apr})\|_{L_2}^2 + \gamma \|M(\vec{m})\|_{L_2}^2 + \eta \|N(\vec{m})\|_{L_2}^2 + \mu \det G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)}),$$

que es compuesta por los siguientes términos:

Un funcional de ajuste: $\|W_d[A(\vec{m}) - \vec{d}_0]\|_{L_2}^2$,

Un regularizador de suavizado: $\|L(\vec{m})\|_{L_2}^2$,

Un regularizador de aproximación a información *a priori*: $\|W_m W_{m_{apr}}(\vec{m} - \vec{m}_{apr})\|_{L_2}^2$,

Un denominado regularizador de dirección estructural: $\|M(\vec{m})\|_{L_2}^2$,

Un regularizador de verticalidad: $\|N(\vec{m})\|_{L_2}^2$,

Un regularizador de acoplamiento estructural mediante el Gramiano:

$\det G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)})$.

Y cada uno de estos elementos representa los vectores y matrices concatenados para cada tipo de dato de entrada, en este caso datos (1) gravimétricos y (2) magnéticos.

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} \vec{d}_{0(1)} \\ \vec{d}_{0(2)} \end{bmatrix}; \quad \vec{m} = \begin{bmatrix} \vec{m}_{(1)} \\ \vec{m}_{(2)} \end{bmatrix}; \quad \vec{m}_{apr} = \begin{bmatrix} \vec{m}_{apr(1)} \\ \vec{m}_{apr(2)} \end{bmatrix}; \quad A(\vec{m}) = \begin{bmatrix} A_{(1)}(\vec{m}_{(1)}) \\ A_{(2)}(\vec{m}_{(2)}) \end{bmatrix};$$

$$G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)}) = \begin{bmatrix} G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)}) \\ G(\nabla \vec{m}_{(2)}, \nabla \vec{m}_{(1)}) \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} A_{(1)} & \vdots \\ \vdots & A_{(2)} \end{bmatrix}; \quad W_d = \begin{bmatrix} W_{d(1)} & \vdots \\ \vdots & W_{d(2)} \end{bmatrix}; \quad W_m = \begin{bmatrix} W_{m(1)} & \vdots \\ \vdots & W_{m(2)} \end{bmatrix}; \\
W_{m_{apr}} &= \begin{bmatrix} W_{m_{apr}(1)} & \vdots \\ \vdots & W_{m_{apr}(2)} \end{bmatrix}; \\
\lambda &= \begin{bmatrix} \lambda_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \lambda_{(2)}I \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \alpha_{(2)}I \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \beta_{(2)}I \end{bmatrix}; \\
\gamma &= \begin{bmatrix} \gamma_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \gamma_{(2)}I \end{bmatrix}; \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \eta_{(2)}I \end{bmatrix}; \quad \mu = \begin{bmatrix} \mu_{(1)}I & \vdots \\ \vdots & \mu_{(2)}I \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

donde I es una matriz identidad, $\vec{d}$ es un vector que codifica los datos medidos de una distribución 2D, $\vec{m}$ es un vector que codifica los parámetros de los modelos 3-D o distribución de propiedades físicas en el subsuelo, $\vec{m}_{apr}$ es un vector que contiene información *a priori* sobre las distribuciones de propiedades en el subsuelo, W_d es la matriz de covarianza de los datos, W_m es la matriz de covarianza para los parámetros del modelo, $W_{m_{apr}}$ es una matriz de activación para la información a priori y A es una matriz que contiene el operador lineal necesario para resolver el modelado directo gravimétrico y magnético calculado a partir de la Ec. 36 y Ec. 41 respectivamente.

Los parámetros de regularización determinan el peso de los funcionales de regularización, donde $\alpha_{(1)}$ y $\alpha_{(2)}$ definen el peso del funcional de ajuste para los datos gravimétricos y magnéticos respectivamente, de la misma forma $\beta_{(1)}$ y $\beta_{(2)}$ definen el peso del funcional de suavizado, $\gamma_{(1)}$ y $\gamma_{(2)}$ definen el peso del funcional de aproximación a información *a priori*, $\eta_{(1)}$ y $\eta_{(2)}$ definen el peso del funcional de dirección estructural, $\mu_{(1)}$ y $\mu_{(2)}$ definen el peso del funcional de verticalidad y finalmente $\lambda_{(1)}$ y $\lambda_{(2)}$ definen el peso del funcional desajuste. Dichos parámetros pueden tener valores arbitrarios a conveniencia dentro de los números reales $\mathbb{R}$ positivos, lo que permite obtener soluciones de inversión con características esperadas para cada caso específico, dando la libertad de elegir qué tipo de resultados se espera obtener y dejando a criterio del usuario la objetividad del proceso.

Los operadores lineales L, M, N que aparecen en la Ec. 62, corresponden a matrices construidas a partir del Laplaciano $\left(\frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial z^2}\right)$, derivada direccional horizontal $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \cos\theta \cos\varphi + \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \sin\theta \cos\varphi + \frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \sin\varphi\right)$ donde θ es el ángulo que determina el rumbo y φ el ángulo del echado de las estructuras y derivada vertical $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z}\right)$ respectivamente, calculadas considerando la linealización del dominio 3D y la versión numérica de las derivadas mediante diferencias centrales, diferencias hacia adelante y hacia atrás según qué posición de cada nodo en el dominio 3D, su elaboración a detalle se tratará en el capítulo siguiente. El Gramiano es definido como el determinante de la matriz de Gram para los elementos $\nabla \vec{m}_{(1)}$ y $\nabla \vec{m}_{(2)}$ como muestra la Ec. 61 y debido a su propiedad de simetría $G(\nabla \vec{m}_{(1)}, \nabla \vec{m}_{(2)}) = G(\nabla \vec{m}_{(2)}, \nabla \vec{m}_{(1)})$.

Utilizando el método de mínimos cuadrados para encontrar la solución, se requiere calcular la primera variación del funcional e igualar a cero. Se expresa al funcional paramétrico Ec. 62 utilizando la siguiente notación, donde $\|X\|_{L_2}^2 = X^T X = \langle X, X \rangle$ denota un producto interno:

Ec. 63

$$P^{(\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \mu)}(\vec{m}) = \lambda \langle W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d}, W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d} \rangle + \alpha \langle L(\vec{m}), L(\vec{m}) \rangle + \beta \langle W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}), W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) \rangle + \gamma \langle M(\vec{m}), M(\vec{m}) \rangle + \eta \langle N(\vec{m}), N(\vec{m}) \rangle + \det G(\nabla \vec{m}, \nabla \vec{m}).$$

Empleando el cálculo de variaciones se obtiene la primera derivada funcional o de Gateaux (Plascencia-Garcia, 2021) respecto de los modelos $\vec{m}$. La mayoría de los términos son cuadráticos de forma la derivación es muy sencilla de realizar, a excepción del término de acoplamiento estructural:

Ec. 64

$$\begin{aligned}\delta P(\vec{m}) = & \lambda \langle 2W_d F_m \delta \vec{m}, W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d} \rangle + \alpha \langle 2L \delta \vec{m}, L(\vec{m}) \rangle + \\ & \beta \langle 2W_m W_{m_{apr}} \delta \vec{m}, W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) \rangle + \gamma \langle 2M \delta \vec{m}, M(\vec{m}) \rangle + \\ & \eta \langle 2N \delta \vec{m}, N(\vec{m}) \rangle + \mu \delta_{\vec{m}} \det G(\nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)}) .\end{aligned}$$

La variación $\delta A(\vec{m}) = F_m \delta \vec{m}$ donde F_m es denominada derivada de Fréchet de A , sin embargo, la derivada de Fréchet de un operador lineal es definida por el operador mismo $F_m = A$. También expresando la primera variación del término de acoplamiento en forma de producto interno:

Ec. 65

$$\begin{aligned}\delta P(\vec{m}) = & \lambda \langle 2W_d A \delta \vec{m}, W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d} \rangle + \alpha \langle 2L \delta \vec{m}, L(\vec{m}) \rangle + \\ & \beta \langle 2W_m W_{m_{apr}} \delta \vec{m}, W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) \rangle + \gamma \langle 2M \delta \vec{m}, M(\vec{m}) \rangle + \\ & \eta \langle 2N \delta \vec{m}, N(\vec{m}) \rangle + \mu \langle 2\delta_{\vec{m}}, R_{SC} \rangle .\end{aligned}$$

Se factorizan las constantes utilizando la propiedad de linealidad del producto interno y operadores adjuntos representados por *:

$$\begin{aligned}\langle 2\delta \vec{m}, \lambda A^* W_d^* (W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d}) \rangle + \langle 2\delta \vec{m}, \alpha L^* L(\vec{m}) \rangle + \langle 2\delta \vec{m}, \beta W_m^* W_{m_{apr}}^* (W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - \\ W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr})) \rangle + \langle 2\delta \vec{m}, \gamma M^* M(\vec{m}) \rangle + \langle 2\delta \vec{m}, \eta N^* N(\vec{m}) \rangle + \langle 2\delta \vec{m}, \mu R_{SC} \rangle ,\end{aligned}$$

Ec. 66

$$\begin{aligned}\langle 2\delta \vec{m}, \lambda A^* W_d^* (W_d A(\vec{m}) - W_d \vec{d}) + \alpha L^* L(\vec{m}) + \beta W_m^* W_{m_{apr}}^* (W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - \\ W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr})) + \gamma M^* M(\vec{m}) + \eta N^* N(\vec{m}) + \mu R_{SC} \rangle .\end{aligned}$$

De la porción del producto interno que define a la primera variación del funcional paramétrico en la Ec. 66, se obtiene la expresión donde los parámetros $\vec{m}$ son una solución para un mínimo del funcional paramétrico:

Ec. 67

$$\begin{aligned}I(\vec{m}) = & \lambda A^* W_d^* W_d A(\vec{m}) - \lambda A^* W_d^* W_d \vec{d} + \alpha L^* L(\vec{m}) + \beta W_{m_{apr}}^* W_m^* W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - \\ & \beta W_{m_{apr}}^* W_m^* W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) + \gamma M^* M(\vec{m}) + \eta N^* N(\vec{m}) + \mu R_{SC} = 0.\end{aligned}$$

Mientras que los operadores adjuntos (como A^*) se simplifican a matrices transpuestas A^T pues al pertenecer a los reales $\mathbb{R}$ no tienen parte imaginaria:

Ec. 68

$$I(\vec{m}) = \lambda A^T W_d^T W_d A(\vec{m}) - \lambda A^T W_d^T W_d \vec{d} + \alpha L^T L(\vec{m}) + \beta W_{m_{apr}}^T W_m^T W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}) - \beta W_m^T W_m W_{m_{apr}}^T W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) + \gamma M^T M(\vec{m}) + \eta N^T N(\vec{m}) + \mu R_{SC} = 0.$$

Primera variación del término de acoplamiento estructural del funcional paramétrico

Se define a una pequeña variación de un modelo como $\delta \vec{m} = -kI(\vec{m})$, donde $I(\vec{m})$ describe la dirección hacia donde el funcional paramétrico crece y k es un número real $\mathbb{R}$ positivo que representa el tamaño de paso hacia la dirección de ascenso del funcional, el signo negativo indica que se busca el descenso.

La variación $\delta \vec{m}_n$ del término de acoplamiento estructural se puede expresar en términos del cambio en un instante de tiempo $n + 1$, expresado como:

Ec. 69

$$\vec{m}_{n+1} = \vec{m}_n + \delta \vec{m}_n = \vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n).$$

Por razones de simplificación de notación, el término $I(\vec{m}_n)$ será referido como I_n y el vector $\vec{m}$ será denotado simplemente como m . Para obtener la primera variación del término de acoplamiento en el funcional $P^{(\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \mu)}(\vec{m}_{(1)}, \vec{m}_{(2)})$ respecto a $\vec{m}_{(1)}$, se obtiene la expresión que define el determinante de esta nueva matriz de Gram:

$$\det G \left(\nabla \left(m_n^{(1)} - k_n I_n^{(1)} \right), \nabla m_n^{(2)} \right) = \det \begin{vmatrix} \langle \nabla m_n^{(1)} - k_n \nabla I_n^{(1)}, \nabla m_n^{(1)} - k_n \nabla I_n^{(1)} \rangle & \langle \nabla m_n^{(1)} - k_n \nabla I_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \rangle \\ \langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} - k_n \nabla I_n^{(1)} \rangle & \langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(2)} \rangle \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} (I) & (II) \\ (III) & (IV) \end{vmatrix}.$$

Aplicando la propiedad de linealidad en cada término de la matriz:

$$\begin{aligned} (I) &= \left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 - 2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle + \left\| k_n \nabla I_n^{(1)} \right\|^2, \\ (IV) &= \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2, \\ (II) &= (III) = \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle - \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle, \end{aligned}$$

$$(I)(IV) = \left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 - 2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 + \left\| k_n \nabla I_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2,$$

$$(III)(II) = \left(\left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle - \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right)^2 = \left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle^2 -$$

$$2 \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle + \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle^2,$$

Ec. 70

$$(I)(IV) - (III)(II) = \left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 - 2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 +$$

$$\left\| k_n \nabla I_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 - \left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle^2 + 2 \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle -$$

$$\left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle^2.$$

Donde los elementos de la Ec. 70 que no contienen a $k_n \nabla I_n^{(1)}$ son, de hecho, el Gramiano original (Ec. 71) y serán términos nulos en la derivación.

Ec. 71

$$\left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 - \left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle^2 = \det G \left(\nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right),$$

por lo que la variación del Gramiano queda expresada como:

Ec. 72

$$\delta_{m^{(1)}} G \left(\nabla \left(m_n^{(1)} - k_n I_n^{(1)} \right), \nabla m_n^{(2)} \right) = \delta_{m^{(1)}} \left(-2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 + \right.$$

$$\left. \left\| k_n \nabla I_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 + 2 \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle - \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle^2 \right).$$

Realizando la derivada de Gateaux para cada término de la Ec. 72 y haciendo uso de las propiedades del producto interno linealidad $\langle ax + by, z \rangle = a \langle x, z \rangle + b \langle y, z \rangle$, producto de productos internos $\langle x, y \rangle \langle w, z \rangle = \langle \langle x, y \rangle w, z \rangle$ y simetría $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$ válida en los reales $\mathbb{R}$, se obtiene para el primer término:

$$\delta_{m^{(1)}} \left(-2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right) = \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle 2k_n \nabla I_n^{(1)}, - \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \right] \Big|_{k_n=0},$$

derivando respecto a k_n , posteriormente evaluando el resultado para $k_n = 0$:

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} \left(-2 \left\langle \nabla m_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right) &= \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, - \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right\rangle |_{k_n=0} \\ &= \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, - \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right\rangle.\end{aligned}$$

Utilizando el mismo procedimiento para calcular las variaciones de los otros 3 términos de la Ec. 72:

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} \left(\left\| k_n \nabla I_n^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right) &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle k_n \nabla I_n^{(1)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle k_n^2 \nabla I_n^{(1)}, \nabla I_n^{(1)} \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \left\langle 2 k_n \nabla I_n^{(1)}, \nabla I_n^{(1)} \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \right\rangle |_{k_n=0} = 0,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} \left(2 \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right) &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle 2 k_n \nabla I_n^{(1)}, \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right\rangle,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} \left(- \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle^2 \right) &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle k_n \nabla I_n^{(1)}, - \nabla m_n^{(2)} \left\langle \nabla m_n^{(2)}, k_n \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle k_n \nabla I_n^{(1)}, - k_n \left\langle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2, \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \frac{d}{dk_n} \left[\left\langle k_n^2 \nabla I_n^{(1)}, - \left\langle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2, \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right\rangle \right] |_{k_n=0} \\ &= \left\langle 2 k_n \nabla I_n^{(1)}, - \left\langle \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2, \nabla I_n^{(1)} \right\rangle \right\rangle |_{k_n=0} = 0.\end{aligned}$$

Reintegrando los 4 términos anteriores, se reescribe la primera variación del Gramiano queda (Ec. 72) como:

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} G \left(\nabla \left(m_n^{(1)} - k_n I_n^{(1)} \right), \nabla m_n^{(2)} \right) &= \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, - \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right\rangle + \\ &\quad \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right\rangle,\end{aligned}$$

reduciendo y factorizando:

$$\begin{aligned}\delta_{m^{(1)}} G \left(\nabla \left(m_n^{(1)} - k_n I_n^{(1)} \right), \nabla m_n^{(2)} \right) &= \left\langle 2 \nabla I_n^{(1)}, \left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} - \left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \\ &= \left\langle 2 I_n^{(1)}, \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right) - \nabla \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right) \right\rangle.\end{aligned}$$

Definiendo la parte de la primera variación correspondiente a la derivada respecto a $\vec{m}^{(1)}$ es definida como:

Ec. 73

$$R_{SC}^{(1)} = \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right) - \nabla \cdot \left(\left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right).$$

De manera similar se puede obtener la primera variación del término de acoplamiento en el funcional $P^{(\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \mu)}(\vec{m}^{(1)}, \vec{m}^{(2)})$ respecto a $\vec{m}^{(2)}$.

Ec. 74

$$G \left(\nabla m_n^{(1)}, \nabla \left(m_n^{(2)} - k_n^{(2)} I_n^{(2)} \right) \right) = \det \begin{vmatrix} \langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(1)} \rangle & \langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} - k_n \nabla I_n^{(2)} \rangle \\ \langle \nabla m_n^{(2)} - k_n \nabla I_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \rangle & \langle \nabla m_n^{(2)} - k_n \nabla I_n^{(2)}, \nabla m_n^{(2)} - k_n \nabla I_n^{(2)} \rangle \end{vmatrix},$$

$$\delta_{m^{(2)}} G \left(\nabla m_n^{(1)}, \nabla \left(m_n^{(2)} - k_n I_n^{(2)} \right) \right) = \left\langle 2 I_n^{(1)}, \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle \nabla m_n^{(1)} \right) - \nabla \cdot \left(\left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \nabla m_n^{(2)} \right) \right\rangle,$$

donde la parte de la primera variación correspondiente a la derivada respecto a $\vec{m}^{(2)}$ se expresa como:

Ec. 75

$$R_{SC}^{(2)} = \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle \nabla m_n^{(1)} \right) - \nabla \cdot \left(\left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \nabla m_n^{(2)} \right),$$

Finalmente, se concatena los vectores definidos por la Ec. 73 y Ec. 75 para utilizar este nuevo vector como parte de la expresión donde los parámetros $\vec{m}$ son una solución para un mínimo del funcional paramétrico (Ec. 68):

$$R_{SC} = \begin{bmatrix} R_{SC}^{(1)} \\ R_{SC}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Haciendo uso de todo el desarrollo matemático anterior se procedió a la programación de un software que permita realizar modelado gravimétrico y magnético, cuya implementación numérica, así su estructura y flujo de trabajo se detallan en el siguiente capítulo.

CAPITULO 3: Estructuración del Software

En este capítulo se desarrollan los temas referentes a la estructura y funcionamiento de un software de inversión 3-D para datos gravimétricos y magnéticos, el método de discretización empleado, la estructuración del proceso iterativo para calcular soluciones y la validación mediante experimentos sintéticos. Además, se abordan lineamientos generales para escoger parámetros de inversión y las limitaciones bajo las que se calculan las soluciones.

Para la implementación de este programa se consideraron diferentes lenguajes de programación como Julia, Octave, Matlab, Python, Fortran y C++, así como sistemas operativos en los que funcionaría, por lo que se definió una filosofía de trabajo para ayudar en la toma de decisiones.

1. Debe ser rápido, por lo que la eficiencia de cálculo del lenguaje es un punto importante.
2. Debe estar escrito en un lenguaje de código abierto, que no dependa de licencias de terceros.
3. Debe ser lo más accesible posible, con compatibilidad para sistemas operativos Linux y Windows.
4. Debe estar programado pensando en la optimización futura de elementos en el código.
5. Debe ser desarrollado pensando en integración de nuevos tipos de datos de entrada en un futuro.
6. Debe ser relativamente sencillo de utilizar.

Bajo estas consideraciones, se tomaron las siguientes decisiones:

- 1) Escribir el programa en lenguaje Fortran bajo el estándar 2008, debido a que es un lenguaje de alto nivel con compiladores de libre acceso en todos los sistemas operativos, orientado al cálculo numérico y aplicaciones científicas,

así como el manejo de memoria explícito del lenguaje. Al ser un lenguaje compilado es mucho más rápido que Matlab o Python, que son lenguajes interpretados, además es un lenguaje muy sencillo de aprender lo que permite fácil acceso a posteriores programadores a mejorar el código.

- 2) Estructurar el programa de forma modular para facilitar la actualización/optimización de subrutinas o módulos en caso de ser requerido.
- 3) Documentar de forma clara el código para facilitar el acceso programadores posteriores.
- 4) Utilizar la librería cuBLAS para hacer los cálculos de multiplicación de matrices en Unidades de Procesamiento Gráfico (GPU por sus siglas en inglés) aprovechando la integración, el 5 de agosto de 2020, del compilador de CUDA Fortran en el Kit de Desarrollo de Software de para Alto Rendimiento Computacional (HPC-SDK por sus siglas en inglés) para tarjetas gráficas NVIDIA (que soporta Fortran 2003 y muchas características de Fortran 2008). Dicho kit de desarrollo es de acceso libre, aunque requiere de GPUs compatibles con la Arquitectura de Unificada de Dispositivos de Cómputo (CUDA por sus siglas en inglés) para su funcionamiento, es un estándar en el cómputo científico. CUDA es un lenguaje que permite el uso de estas tarjetas gráficas para propósito general.
- 5) Y finalmente, conseguir que programa funcione en el sistema operativo Windows, debido a que muchos otros programas de procesamiento e interpretación geofísica funcionan bajo ese sistema operativo y eso facilitaría la adopción por una mayor cantidad de usuarios. Debido a que en la actualidad el NVIDIA HPC-SDK solo está disponible para el sistema operativo Linux, su ejecución en Windows sería posible a través un subsistema Linux nativo gracias a WSL2 disponible desde la versión de Windows 10.

- 6) Opcionalmente, la posibilidad de utilizar Python como lenguaje para el manejo de datos y ejecución del programa como plataforma de interfaz de usuario.

Modelado Directo y Validación

En el capítulo 1 se estableció que un requisito indispensable para el proceso de inversión de datos geofísicos es poder realizar modelado directo de dicho tipo de datos (Figura 3). De igual forma se desarrolló en el capítulo 2 el planteamiento matemático para el modelado directo de datos gravimétricos (Ec. 34Ec. 36) y de datos magnéticos (Ec. 40).

Como primer paso, los conjuntos de datos $P_i(x, y, z)$ y modelo $Q_j(x', y'z')$ donde $i = 1, M$ y $j = 1, N$ que tienen representaciones 3-Dimensionales (Figura 21) son codificados en los vectores $\vec{m}$ y $\vec{d}$. La linealización de las matrices que los representan se realizó a través de un sencillo ciclo anidado:

```
count = 0
do i = 1,nx
  do j = 1,ny
    do k = 1,nz
      count = count + 1
      rho_1d(count) = rho(i,j,k)
    end do
  end do
end do
```

donde nx, ny y nz representan el número de celdas en la dirección x , y y z respectivamente. A pesar de no ser la solución más eficiente, esta operación solo se realiza al inicio y final del proceso para su visualización y graficado.

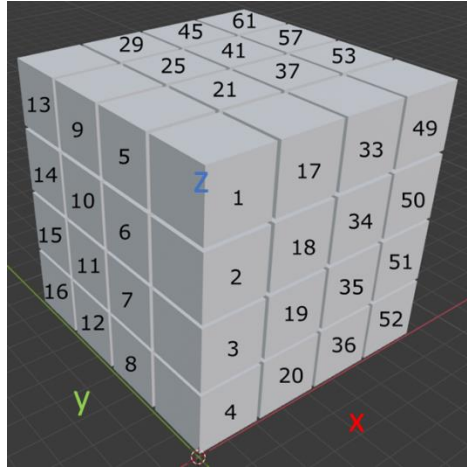


Figura 21. Linealización de matriz 3-Dimensional a vector 1-Dimensional

Para realizar el proceso de modelado directo se programó una función ψ , para el caso gravimétrico descrita por la Ec. 36 y para el caso magnético por la Ec. 42Ec. 40. Los parámetros de entrada de la función son la posición de un dato en superficie $P_i(x_0, y_0, z_0)$ y la posición de un prisma recto $Q_j(x', y', z')$ con dimensiones descritas por los límites $x_1 \leq x' \leq x_2$, $y_1 \leq y' \leq y_2$, $z_1 \leq z' \leq z_2$. Además, en el caso magnético es necesario indicar la inclinación y declinación del campo magnético externo. Como dato de salida de la función se obtiene un valor que se almacena en su posición correspondiente dentro de la matriz de sensibilidad con dimensiones $A_{gv}(M, N)$ y $A_{mg}(M, N)$ respectivamente.

```
subroutine psi_gv(x0,y0,z0,x1,y1,z1,x2,y2,z2,val)
subroutine psi_mg(x0,y0,z0,x1,y1,z1,x2,y2,z2,Fi,Fd,val)
```

Posteriormente, con las matrices de sensibilidad específicas para cada conjunto datos-modelo se calcula la componente vertical de atracción gravitacional g_z y el campo magnético total T para cada posición en superficie mediante la multiplicación de la matriz de sensibilidad por el vector modelo m_{gv} que contiene las densidades y m_{mg} que contiene las magnetizaciones de la porción de subsuelo a modelar.

Con la finalidad de validar el correcto funcionamiento del programa de modelado directo, se reprodujeron cinco experimentos sintéticos documentados en la

literatura, con algunas ligeras variaciones en el número de elementos involucrados en los cálculos. Los primeros 4 experimentos sintéticos (Fregoso, 2010) consisten en cubos de 20 m^3 , enterrados a 30 metros de profundidad, con contraste de densidad de $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ y magnetización de $1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, dentro de un volumen o dominio de 80 m^3 . Las anomalías de campo magnético fueron modeladas en presencia de un campo externo de Intensidad $H = 40,000 \text{ nT}$, $I = 51^\circ$ y $D = 0^\circ$.

A diferencia de los experimentos originales donde el dominio fue discretizado en 2,048 prismas rectangulares de 5 metros de lado y 10 metros de profundidad, las reproducciones de los experimentos sintéticos en este trabajo se empleó un dominio discretizado en 4,096 cubos de 5 metros por lado. Por otro lado, en los experimentos originales se calcularon las anomalías gravimétrica y magnética para una superficie de 160 m^2 mediante 1681 puntos de observación en superficie, mientras que en las reproducciones se calcularon las anomalías para un área de 80 m^2 mediante 256 puntos en superficie distribuidos de forma equidistante. El primer experimento sintético consiste en un solo cubo de 20 metros por lado con contraste positivo de densidad de $+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ y magnetización de $+1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ (Figura 22).

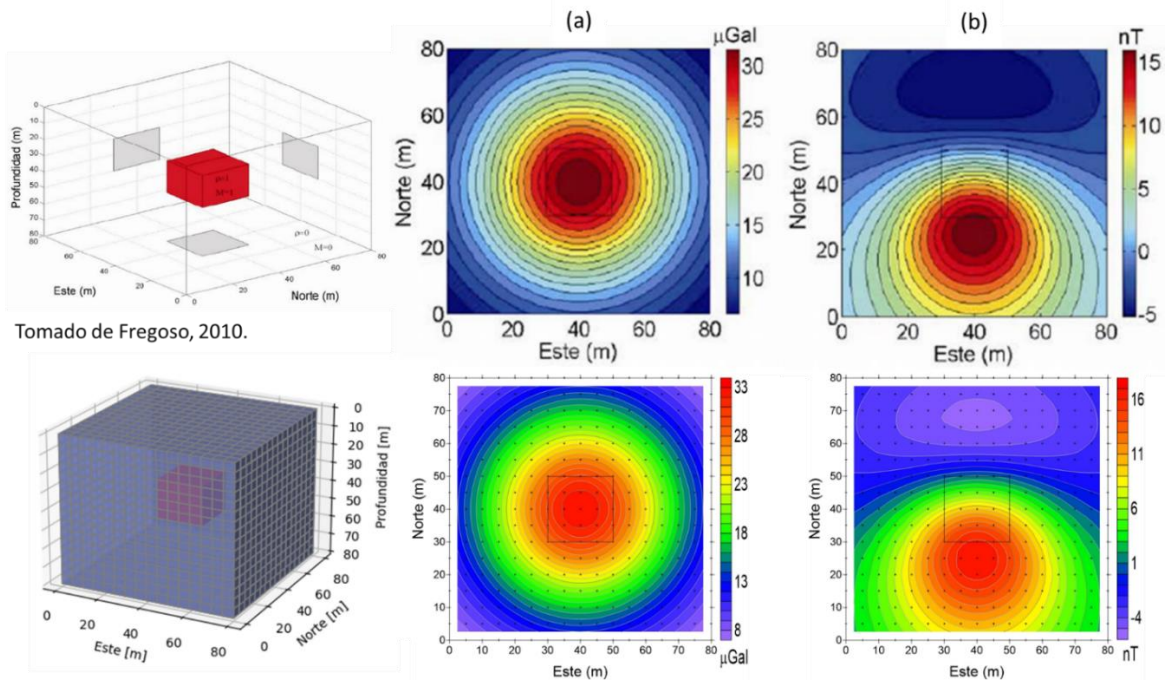


Figura 22. Primer experimento sintético de validación de modelado directo, (a) anomalías gravimétricas, (b) anomalías magnéticas. recuadro en negro indica la posición de la fuente proyectada en superficie.

El segundo experimento consiste en dos cubos con contrastes positivos de densidad de $\left(+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}\right)$ y contrastes de magnetización de $\left(+1 \frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$, separados entre sí por 20 metros (Figura 23). El tercer experimento consiste en dos cubos con contrastes negativos de densidad de $\left(-1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}\right)$ y contrastes de magnetización de $\left(-1 \frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$, separados entre sí por 20 metros (Figura 24). Adicionalmente, el cuarto experimento consiste un cubo con contraste positivo y un cubo con contraste negativo de densidad de para el caso gravitacional y magnetización para el caso magnético, separados entre sí por 20 metros (Figura 25).

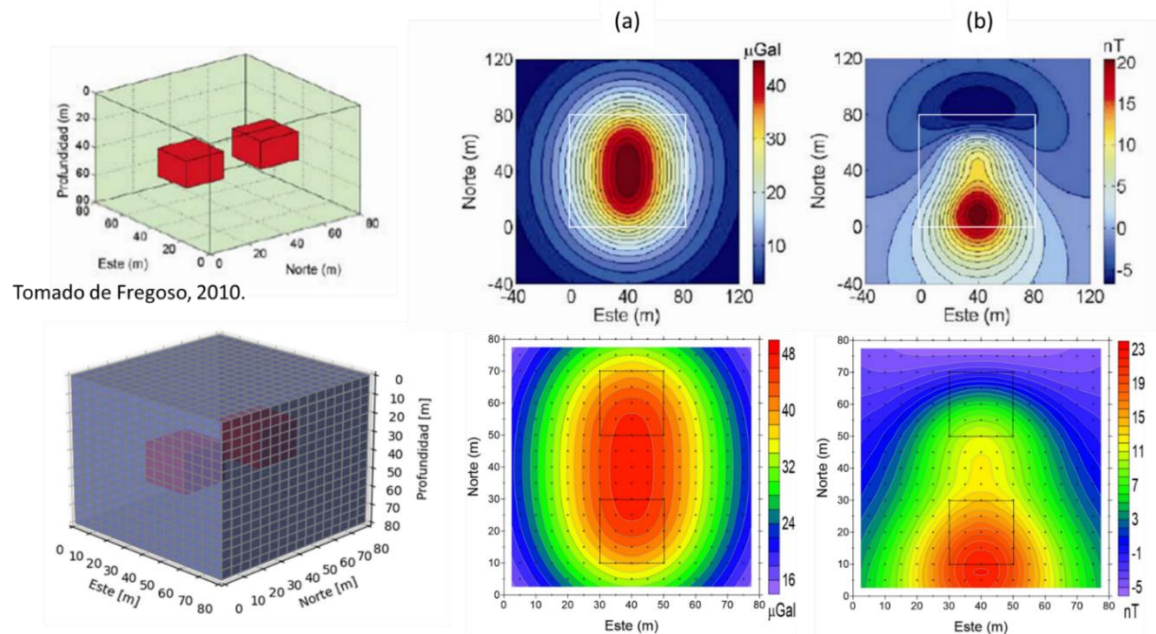


Figura 23. Segundo experimento sintético de validación de modelado directo, (a) anomalías gravimétricas, (b) anomalías magnéticas. Recuadro blanco en mapas de experimento original representa la extensión del modelo sintético y la extensión de los mapas reproducidos. Recuadros negros representan la posición de los cubos anómalos proyectados en superficie.

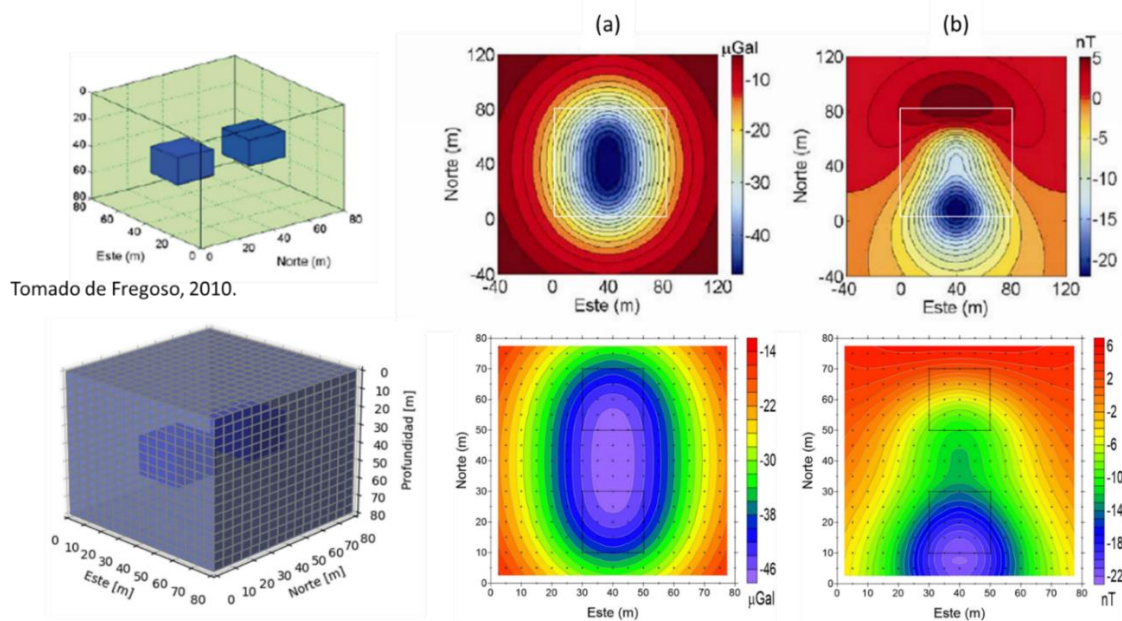


Figura 24. Tercer experimento sintético de validación de modelado directo, (a) anomalías gravimétricas, (b) anomalías magnéticas. Recuadro blanco en mapas de experimento original representa la extensión del modelo sintético y la extensión de los mapas reproducidos. Recuadros negros representan la posición de los cubos anómalos proyectados en superficie.

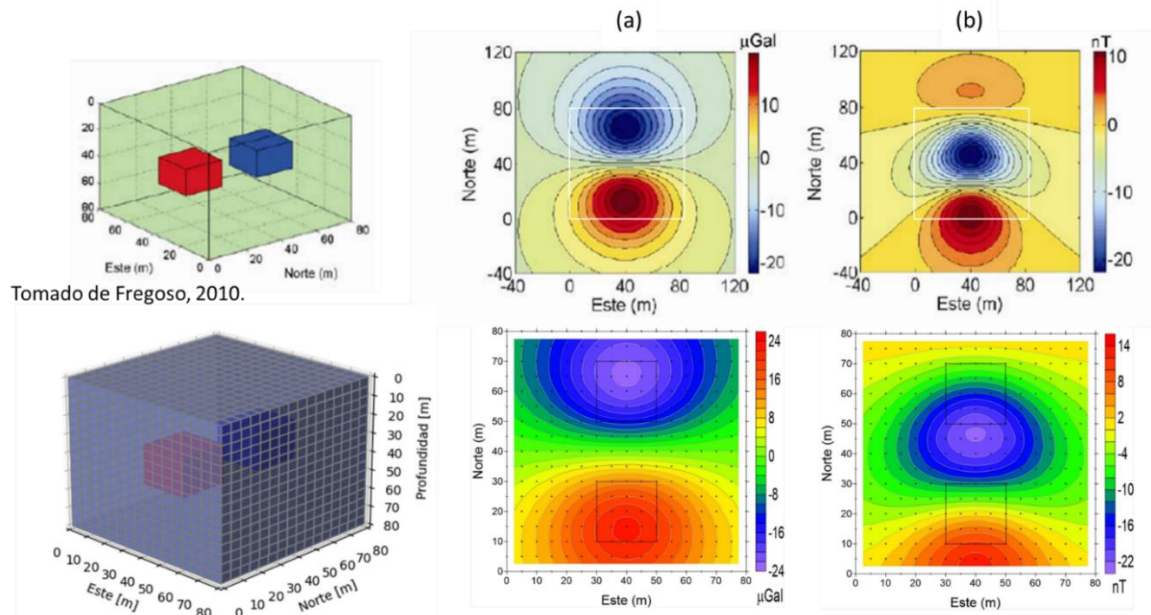


Figura 25. Cuarto experimento sintético de validación de modelado directo, (a) anomalías gravimétricas, (b) anomalías magnéticas. Recuadro blanco en mapas de experimento original representa la extensión del modelo sintético y la extensión de los mapas reproducidos. Recuadros negros representan la posición de los cubos anómalos proyectados en superficie.

Los experimentos anteriores son sistemas sub-determinados, puesto que el número de datos es menor al número de parámetros de modelo, es decir, se calcularon 1,681 datos en superficie a partir de 2,048 prismas rectangulares en los experimentos originales. Mientras que en mis reproducciones se calcularon 256 datos en superficie a partir de 4,096 cubos. Las anomalías obtenidas en las reproducciones son concordantes con los resultados publicados en los experimentos originales, obteniendo distribuciones idénticas de campo gravimétrico y magnético. La variación en el número de elementos que conforman el dominio de los modelos sintéticos confirma de forma práctica el principio de superposición (Figura 17) ya que se obtuvieron resultados concordantes a partir de discretizaciones diferentes del mismo modelo.

Finalmente, el quinto experimento sintético (Li & Oldenburg, 1998) consiste en un dique de 250 metros de ancho, enterrado 50 metros desde su cima a la superficie, que se extiende a 45 grados hasta los 400 metros de profundidad, con contraste de densidad de $+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ y contraste de magnetización de $+1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, dentro de un dominio 1

km por lado y 500 metros de profundidad, discretizado en 20x20x10 voxes de 50 metros por lado. La anomalía de campo magnético fue modelada en presencia de un campo externo de Intensidad $H = 50,000$ nT, $I = 45^\circ$ y $D = 45^\circ$, agregando 2% de ruido Gaussiano a los datos de salida. Los mapas de anomalía gravimétrica y magnética fueron interpolados a partir de una malla de 400 puntos de observación en superficie (Figura 26).

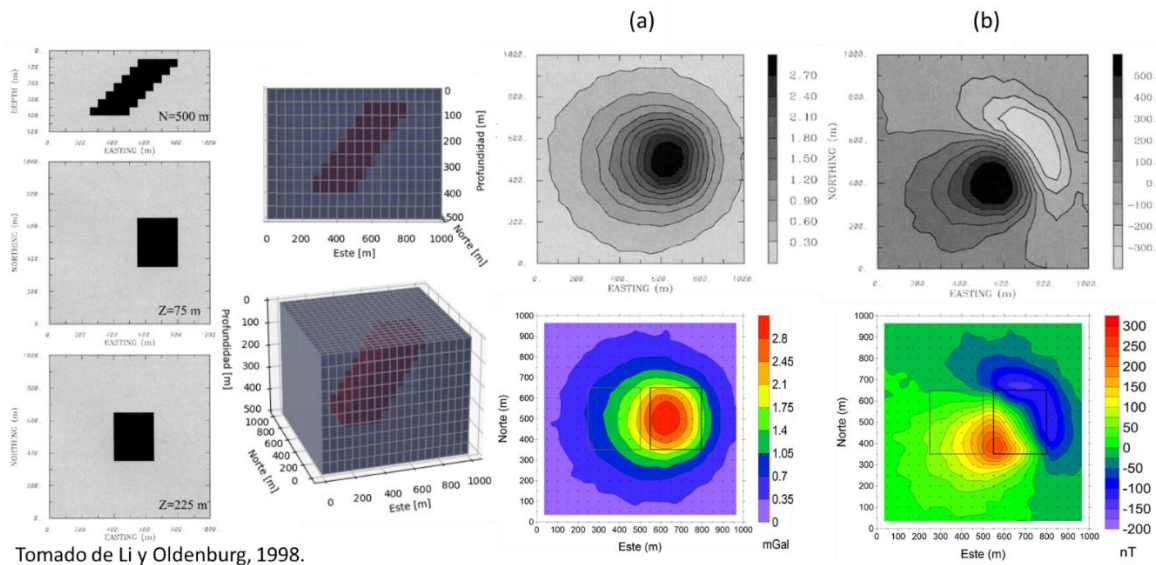


Figura 26. Quinto experimento sintético de validación de modelado directo, (a) anomalías gravimétricas, (b) anomalías magnéticas. Recuadros negros representan la posición de los cubos anómalos proyectados en superficie.

La reproducción de los mapas de anomalía a partir del 5to modelo sintético es correcta, donde las pequeñas variaciones en la intensidad de las anomalías son asociadas al error acumulativo debido a la precisión de punto flotante empleada en los cálculos y al ruido gaussiano que se agregó a los datos siguiendo el experimento original, con la finalidad de probar la estabilidad del proceso de inversión posteriormente.

La experimentación con cuerpos sintéticos en diferentes posiciones, con diferentes contrastes de su propiedad física, y particularmente en el caso magnético, empleando diferente intensidad y dirección del campo magnético externo, me

permitieron desarrollar una intuición sobre la relación de los cuerpos en el subsuelo y la disposición esperada en los mapas de anomalía del campo en superficie.

Esquema Iterativo para Cálculo de Soluciones de Inversión

La expresión para encontrar una solución del problema inverso que es un mínimo del funcional paramétrico se desarrolló hasta llegar a la Ec. 68, para aproximar una solución a dicha expresión se empleó un algoritmo iterativo.

El método de descenso máximo no es el más eficiente, sin embargo, se puede demostrar que la dirección de descenso en la iteración n es perpendicular la dirección de la iteración pasada, es decir, $\langle I(m_{n+1}), I(m_n) \rangle = 0$, por lo que se puede usar esa información para encontrar una línea paramétrica en dirección al mínimo del funcional y alcanzarlo en un número menor de iteraciones (Figura 27), este método es denominado como gradiente conjugado.

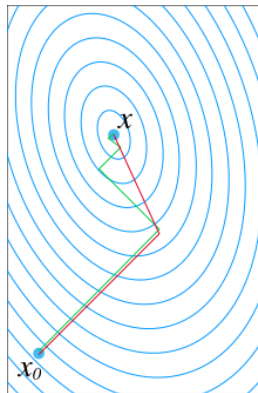


Figura 27. Ilustración del proceso de gradientes conjugados para acercar el funcional paramétrico al mínimo a cada iteración, la trayectoria en color verde es calculada por el método descenso máximo, mientras que la trayectoria roja es calculada por el método gradientes conjugados.

Otra ventaja del método de gradiente conjugado es que avanza hacia el mínimo del funcional a través de hiperplanos, lo que permite sobreponer mínimos locales y converger más rápido directo al mínimo global. El método parte de una idea muy similar al descenso máximo, donde se construye un algoritmo iterativo bajo la

imposición de que el funcional $P(\vec{m})$ sea menor a cada iteración del proceso, es decir, se impone una condición de descenso $P(\vec{m}_{n+1}) < P(\vec{m}_n)$ para todo $n \geq 0$.

Para satisfacer esa condición se define un cambio en los modelos como $\Delta\vec{m} = -kI(\vec{m})$, de forma similar a la Ec. 69, donde $I(\vec{m})$ describe la “dirección” hacia donde el funcional paramétrico crece, es decir, el ascenso más pronunciado y k es un número real positivo que representa el tamaño de paso óptimo hacia la dirección de ascenso del funcional. Así se define el proceso iterativo como:

$$\text{Ec. 76} \quad \vec{m}_{n+1} = \vec{m}_n + \Delta\vec{m}_n = \vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n),$$

donde las “direcciones conjugadas” de ascenso $\tilde{I}(\vec{m}_n)$ son seleccionadas mediante una combinación lineal de la “dirección” en esta iteración y la iteración pasada.

$$\text{Ec. 77} \quad \tilde{I}(m_n) = I(\vec{m}_n) + \frac{\langle I_n, I_n \rangle}{\langle I_{n-1}, I_{n-1} \rangle} \tilde{I}(\vec{m}_{n-1}).$$

Se obtuvo la expresión que permite definir el tamaño de paso óptimo k_n para cada iteración, a partir de la primera variación de un nuevo funcional definido como $P(\vec{m}_{n+1}) = \Phi(k_n)$, visitar Anexo D:

$$\text{Ec. 78} \quad k_n = \frac{\langle \tilde{I}(\vec{m}_n), I(\vec{m}_n) \rangle}{\langle \tilde{I}(\vec{m}_n), (I_a) \tilde{I}(\vec{m}_n) \rangle}.$$

De manera que el esquema iterativo queda definido como:

$$\vec{m}_{n+1} = \vec{m}_n - k_n \tilde{I}_n,$$

$$\tilde{I}_n = I_n + \frac{\|I_n\|^2}{\|I_{n-1}\|^2} \tilde{I}_{n-1} \quad , \quad \tilde{I}_0 = I_0,$$

$$k_n = \frac{\langle \tilde{I}(\vec{m}_n), I(\vec{m}_n) \rangle}{\langle \tilde{I}(\vec{m}_n), (I_a) \tilde{I}(\vec{m}_n) \rangle} \quad ,$$

donde:

$$\text{Ec. 79} \quad I_n = (I_a) \vec{m} - I_b + \mu R_{SC},$$

$$\text{Ec. 80} \quad I_a = \lambda A^T W_d^2 A + \alpha L^T L + \beta W_m^2 W_{m_{apr}}^2 + \gamma M^T M + \eta N^T N,$$

$$\text{Ec. 81} \quad I_b = \lambda A^T W_d^2 \vec{d} + \beta W_m^2 W_{m_{apr}}^2 (\vec{m}_{apr}).$$

Mientras que el término R_{SC} se constituye por el vector concatenado de las Ec. 73 y Ec. 75:

$$R_{SC} = \begin{bmatrix} R_{SC}^{(1)} \\ R_{SC}^{(2)} \end{bmatrix},$$

$$R_{SC}^{(1)} = \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(2)}, \nabla m_n^{(1)} \right\rangle \nabla m_n^{(2)} \right) - \nabla \cdot \left(\left\| \nabla m_n^{(2)} \right\|^2 \nabla m_n^{(1)} \right),$$

$$R_{SC}^{(2)} = \nabla \cdot \left(\left\langle \nabla m_n^{(1)}, \nabla m_n^{(2)} \right\rangle \nabla m_n^{(1)} \right) - \nabla \cdot \left(\left\| \nabla m_n^{(1)} \right\|^2 \nabla m_n^{(2)} \right).$$

1. Calcular la primera “dirección” I_n a partir de un m_0 que podría ser una distribución de parámetros homogénea.
2. Calcular el tamaño de paso k_n .
3. Actualizar el modelo m_{n+1} .
4. Calcular la primera “dirección conjugada” $\tilde{I}_n$ a partir de m_1 .
5. Calcular el tamaño de paso k_n .
6. Actualizar el modelo m_{n+1} .
7. Repetir desde el paso 4, hasta alcanzar la condición de paro, ya sea a través de un número de iteraciones máximo, o una condición de “desajuste” mínimo $P(m_N) \leq \epsilon_0$ donde el funcional paramétrico alcanza el valor ϵ_0 dado.

Análisis de error

A continuación, se presentan las expresiones empleadas para evaluar, por una parte, el error RMS de los residuos normalizados que refleja el desajuste entre los datos sintéticos de entrada y los datos calculados a partir de los modelos de inversión de cada iteración y, por otra parte, la convergencia en porcentaje de los modelos a cada iteración, que es una medida de cuanto cambian los modelos respecto a la iteración anterior.

Similar a lo propuesto por Gallardo & Meju, (2004) se emplearon las siguientes expresiones para la evaluación del error RMS en cada iteración:

Ec. 82

$$RMS_n^{(j)} = \sqrt{\frac{(A^{(j)}(m_n^{(j)}) - d_0^{(j)})^T W_d^{2(j)} (A^{(j)}(m_n^{(j)}) - d_0^{(j)})}{pn^{(j)}}},$$

mientras que la convergencia de los modelos es evaluada por la expresión:

$$\text{Ec. 83} \quad \text{conv}_n^{(j)}(\%) = 100 * \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{pn} \frac{(m_{n+1}^{(j)} - m_n^{(j)})^2}{m_n^{(j)} + \varepsilon}}{pn^{(j)}}},$$

para datos gravimétricos cuando $j = 1$ y para datos magnéticos cuando $j = 2$, donde pn es el número de parámetros, ya sea el número de datos en el caso del RMS o el número de celdas del modelo en el caso de la convergencia, y ε es un pequeño número arbitrario positivo para evitar la división por cero.

Discretización Numérica

La obtención de soluciones requiere del cálculo de derivadas parciales aplicadas a los parámetros del modelo, en este caso la distribución de densidad y magnetización en el subsuelo. Para calcular las derivadas, los gradientes y el operador laplaciano necesarios resolver la Ec. 68 se empleó la aproximación numérica discreta de derivada de una función.

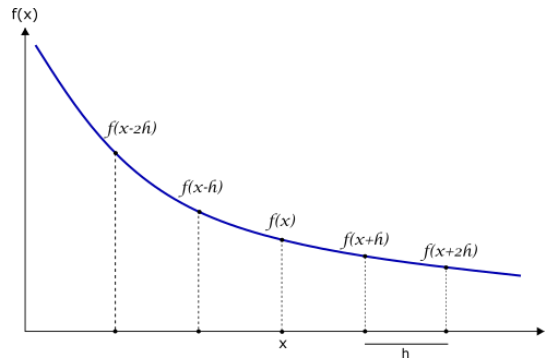


Figura 28. Aproximación de derivada discreta de una función a partir de diferencias finitas.

Para las derivadas de primer orden en x y de forma similar para y y z , donde Δx es el tamaño de paso:

$$\text{Ec. 84} \quad f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \rightarrow \text{centrada},$$

$$\text{Ec. 85} \quad f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \rightarrow \text{adelantada},$$

Ec. 86

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \rightarrow \text{atrasada}.$$

Para las derivadas de segundo orden en x y de forma similar para y y z :

Ec. 87

$$f''(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{\Delta x^2} \rightarrow \text{centrada},$$

Ec. 88

$$f''(x) \approx \frac{f(x + 2\Delta x) - 2f(x + \Delta x) + f(x)}{\Delta x^2} \rightarrow \text{adelantada},$$

Ec. 89

$$f''(x) \approx \frac{f(x) - 2f(x - \Delta x) + f(x - 2\Delta x)}{\Delta x^2} \rightarrow \text{atrasada}.$$

Empleando estas aproximaciones se construyeron las matrices que permiten calcular los vectores $\nabla \vec{m}$ y $L \vec{m}$ considerando cada celda del dominio mediante una combinación de diferencias finitas centradas, adelantadas y atrasadas según exista información disponible. Como se ilustra en la Figura 29, existen 27 combinaciones diferentes para cubrir todas las partes del dominio, 12 aristas, 8 vértices, 6 caras y 1 variante para celdas dentro del dominio. Esta implementación permite obtener la curvatura y las derivadas parciales del parámetro magnitud del dominio sin la necesidad de considerar celdas adicionales o reducir las dimensiones efectivas del dominio, sin embargo, la estimación de estos parámetros en los límites del dominio, donde se emplean diferencias adelantadas o atrasadas, será menos precisa que en las celdas centrales.

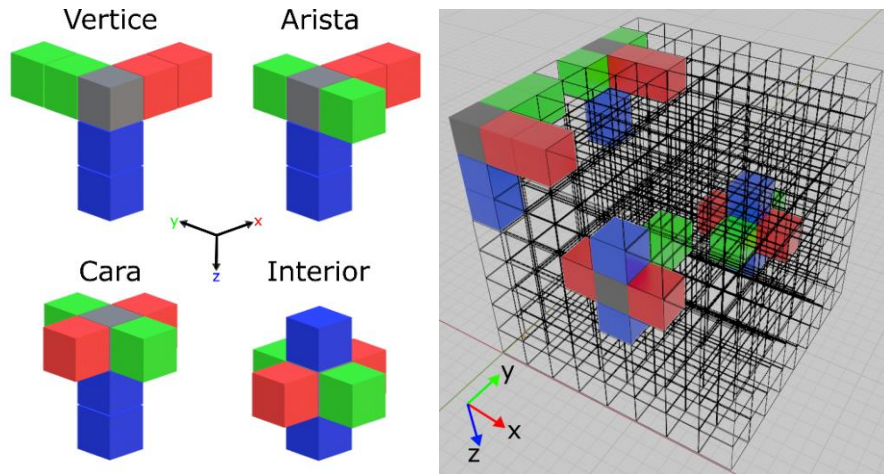


Figura 29. Empleo de una combinación de derivadas discretas centradas, adelantadas y atrasadas para la estimación de matriz operador Laplaciano para cada celda del dominio.

La construcción de la matriz derivada de segundo orden en x , en su porción constituida mediante diferencias centrales tiene la siguiente forma, de manera similar a la variación en y y z :

$$\text{Ec. 90} \quad \frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial x^2} \approx \frac{m(x-\Delta x) - 2m(x) + m(x+\Delta x)}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_M \end{bmatrix}.$$

Sin embargo, los elementos anterior y posterior para la estimación de las derivadas son dependientes de la posición debido a que el vector $\vec{m}$ es una linealización de una distribución 3-Dimensional por lo que fue necesario construir las matrices en términos de la posición de los nodos considerando el ordenamiento de su linealización (Figura 21). Considerando la linealización, la posición de los nodos anterior y posterior en la dirección x , y y z están separados del nodo central en el vector linealizado $\vec{m}$ por una distancia de n elementos:

$$\text{Para } m(x - \Delta x, y, z) = m_{i-1,j,k} = m_{n-(ny*nz)},$$

$$\text{Para } m(x + \Delta x, y, z) = m_{i+1,j,k} = m_{n+(ny*nz)},$$

$$\text{Para } m(x, y - \Delta y, z) = m_{i,j-1,k} = m_{n-nz},$$

$$\text{Para } m(x, y + \Delta y, z) = m_{i,j+1,k} = m_{n+nz},$$

$$\text{Para } m(x, y, z - \Delta z) = m_{i,j,k-1} = m_{n-1},$$

$$\text{Para } m(x, y, z + \Delta z) = m_{i,j,k+1} = m_{n+1},$$

donde nx , ny y nz representan el número de celdas del dominio en los ejes correspondientes.

Para el caso de la matriz que representa el operador laplaciano, en su porción construida mediante diferencias centradas, la expresión que aproxima el laplaciano discreto es:

Ec. 91

$$L\vec{m} = \nabla^2 \vec{m} \approx \frac{m_{i-1,j,k} - 2m_{i,j,k} + m_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{m_{i,j-1,k} - 2m_{i,j,k} + m_{i,j+1,k}}{\Delta y^2} + \frac{m_{i,j,k-1} - 2m_{i,j,k} + m_{i,j,k+1}}{\Delta z^2}.$$

Como el dominio está constituido por celdas cúbicas con las mismas dimensiones $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ entonces, la Ec. 91 se simplifica a:

Ec. 92

$$L\vec{m} \approx \frac{1}{\Delta x^2} (m_{i-1,j,k} + m_{i,j-1,k} + m_{i,j,k-1} - 6m_{i,j,k} + m_{i+1,j,k} + m_{i,j+1,k} + m_{i,j,k+1}) =$$

$$\frac{1}{\Delta x^2} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 1p_{i-1,j,k} & \cdots & 1p_{i,j-1,k} & \cdots & 1p_{i,j,k-1} & -6p_{i,j,k} & 1p_{i,j,k+1} & \cdots & 1p_{i,j+1,k} & \cdots & 1p_{i+1,j,k} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_n \end{bmatrix}.$$

De la misma forma se construyeron las expresiones para las porciones que requieren combinaciones de diferencias centradas, adelantadas y atrasadas en los diferentes ejes dependiendo de la arista, vértice o cara del dominio donde se encuentre el elemento m_n del vector modelo $\vec{m}$, para formar una sola matriz laplaciano que incluye todas las combinaciones necesarias.

Modularidad

Con la intención de mantener un control sobre las partes del proceso involucradas en el cálculo de soluciones, además de permitir la actualización y mejora de las partes sin romper el programa se optó por un enfoque de desarrollo empleando modularidad. El programa está constituido a través de módulos que se conectan de la siguiente forma:

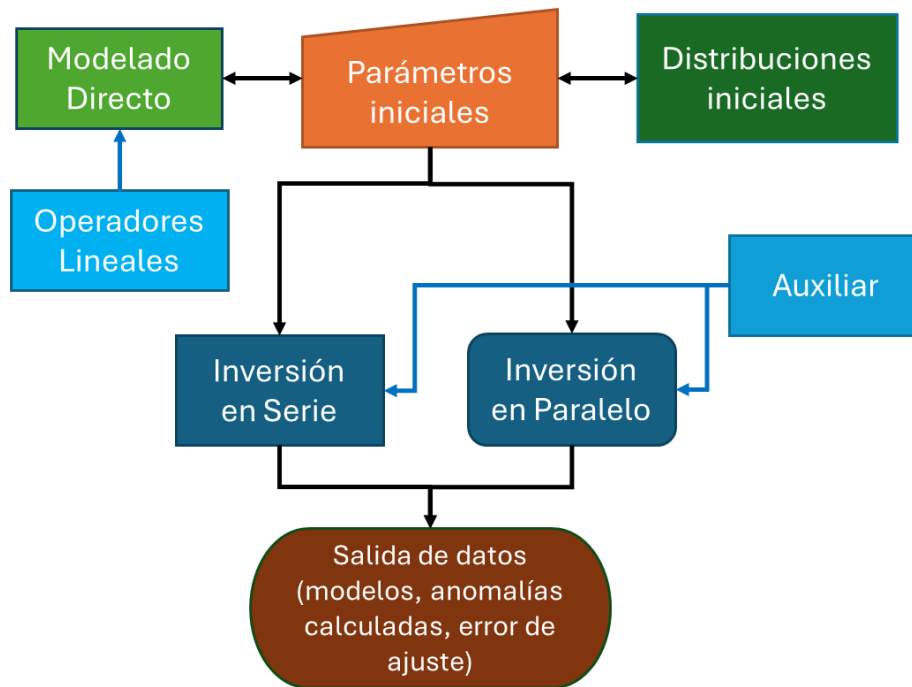


Figura 30. Diagrama de flujo para la conexión de módulos en el programa.

Donde cada módulo contiene subrutinas referentes a la solución de una parte específica del proceso y el módulo principal “parámetros iniciales” funge como una interfaz de configuración del proceso de inversión. La lista de subrutinas incluidas en cada módulo se detalla a continuación.

Operadores Lineales:

- psi_gv Cálculo de matriz de sensibilidad para prismas rectos, gravimetría (Ec. 36).
- psi_mg Cálculo de matriz de sensibilidad para prismas rectos, método magnético (Ec. 42).
- cos_dir Cálculo de cosenos directores a partir de inclinación y declinación del campo $\vec{H}$.

Modelado directo:

- forward_gv Construcción de matriz de sensibilidad y solución de Ec. 34.
- forward_mg Construcción de matriz de sensibilidad y solución de Ec. 40.
- forward_mod Modelado directo general a partir de solución a Ec. 30.
- A_genv1 Construcción de matrices A simplificada, para modelos sintéticos.
- A_genv2 Construcción de matrices A simplificada, a partir de posiciones dadas.

- `A_genv3` Generador de matrices A a partir de posición de datos y esquinas de celdas.
- `gaussian_noise` Adición de ruido gaussiano en anomalías a partir de método Box-Muller.

Distribuciones iniciales:

- `m_sint_gv` Modelos sintéticos de distribución de densidad preprogramados.
- `m_sint_mg` Modelos sintéticos de distribución de susceptibilidad magnética preprogramados.
- `model_ini` Genera un vector que representa un modelo preprogramado.
- `mesh2D` Genera una malla 2D regular a partir de extensión x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} .
- `readdata` Lectura de datos de entrada a partir de archivo .csv
- `readmodel` Lectura de modelo de entrada a partir de archivo .csv
- `readtopo` Lectura de topografía con submuestreo igual a modelo de celdas desde .csv
- `std_dev_data` Generación de desviaciones estándar para datos.
- `std_dev_model` Generación de desviaciones estándar para modelos.
- `std_dev_mtopo` Generación de desviaciones estándar para modelos con topografía.
- `apr_activation` Generación de matriz de activación para datos *a priori*.
- `quasi_inf` Generación de extensión de dominio quasi-infinito.
- `coord_model` Generación de coordenadas de centros de celdas.
- `coord_voxel` Generación de coordenadas de esquinas de celdas.

Auxiliar:

- `partialder` Generación de matriz derivada primer orden en dirección x , y o z (Ec. 90).
- `laplaciano` Generación de matriz laplaciano (Ec. 92).
- `test_L` Testeo de matriz laplaciano.
- `test_xgrad` Cálculo de gradiente cruzado de dos modelos (Ec. 60).
- `covar` Generación de matriz de covarianzas (Ec. 53).

Inversión serie:

- `separateInv` Inversión de datos gravimétricos y magnéticos sin acoplamiento estructural.
- `jointGram_v5` Inversión conjunta de datos gravimétricos y magnéticos en serie.

Inversión Paralelo:

- `jointGramPL_v5` Inversión conjunta de datos gravimétricos y magnéticos en paralelo.
- `jointGramPL_v6` Inversión conjunta de datos gravimétricos y magnéticos en CPU/GPU.
- `prod` Producto de vectores element-wise en cuda fortran.
- `adi` Sustracción de vectores element-wise en cuda fortran.

- sus Adición de vectores element-wise en cuda fortran.
- div División de sustracción de vectores element-wise en cuda fortran.
- s_vec Producto de vector y escalar element-wise en cuda fortran.
- adi_ma Adición de matrices element-wise en cuda fortran.

La programación de todas las subrutinas antes mencionadas representa la cantidad de 5,965 líneas de código.

Optimización en CPU y GPU

Para la implementación computacional se consideraron como puntos importantes el manejo de memoria, el tamaño de los arreglos (matrices y vectores) utilizados durante el proceso y la cantidad de cálculos a realizar. En la programación de las subrutinas se utilizaron varias estrategias de optimización para reducir la carga en memoria de los arreglos empleados.

Por una parte, a pesar de que es conveniente tratar con matrices y vectores concatenados para describir el procedimiento, se decidió realizar porciones de cálculos por separado para cada tipo de dato geofísico con la finalidad de evitar emplear técnicas de optimización en arreglos dispersos (*sparsity*) para tratar con los sectores rellenos con ceros. Esta decisión permitió reducir a la mitad el tamaño de los vectores y a 1/4 el tamaño de las matrices, reduciendo enormemente la carga en memoria. Aunque también implicó realizar una mayor cantidad de operaciones, estas son entre arreglos de menor tamaño, permitiendo aprovechar los recursos disponibles en un mayor número de parámetros por tipo de dato, lo que se traduce en más resolución alcanzable con la misma cantidad de recursos empleados.

Otro enfoque de optimización empleado fue considerar la carga en memoria de la infraestructura que soporta el cálculo de soluciones. La utilización de arreglos de memoria de tipo asignable (allocatable) para elementos de uso común entre subrutinas fue crucial, principalmente en los arreglos designados para guardar la

información sobre los datos, modelos, desviaciones estándar, matrices de sensibilidad y coordenadas. Evitando utilizar diferentes arreglos para almacenar la misma información, con la ventaja añadida de poder asignar y liberar de memoria arreglos temporales en el momento que sean necesarios sin tener que permanecer en memoria durante todo el proceso.

Las subrutinas empleadas para generar los datos de entrada del proceso de inversión únicamente emplean funciones intrínsecas para hacer operaciones eficientemente, por ejemplo, la generación de vectores que contienen las coordenadas de las celdas, distribuciones de desviaciones estándar dependientes de la disposición 3-Dimensional, o el cálculo de matrices de sensibilidad. Una vez empleadas se limpian de la memoria dejando únicamente las matrices resultantes. Al tratarse de elementos de una sola ejecución al inicio del proceso, no tiene un impacto significativo en la durante el proceso de obtención de soluciones.

Los recursos computacionales necesarios para calcular una solución dependen del número de datos que conforman las anomalías de entrada y de la cantidad de celdas que conforman el modelo de inversión independientemente del tamaño de las celdas, por lo que, aun con las consideraciones anteriores el uso de memoria y el tiempo de procesamiento crecen de manera exponencial a medida que el dominio de inversión incrementa.

Por otro lado, la paralelización de la subrutina de inversión se realizó mediante la librería de álgebra lineal cuBLAS empleando CUDACores con el objetivo de garantizar la compatibilidad con tarjetas gráficas de generaciones anteriores, a pesar del mejor rendimiento que tienen las funciones que aprovechan la arquitectura de los TensorCores de las tarjetas gráficas NVIDIA de nueva generación.

Con la finalidad de aprovechar al máximo el poder computacional disponible durante el proceso de modelado, se programaron tres rutinas diferentes. Primero, una versión single-core procesada en CPU que tiene como única limitante la cantidad

de memoria RAM disponible en el sistema. Debido a que los costos de incrementar memoria RAM son mucho menores que la adquisición de una tarjeta gráfica más potente, esta puede ser una buena opción a costa de requerir tiempos de procesamiento muy amplios.

También se programó una versión de procesamiento en paralelo utilizando la GPU, que demostró ser hasta 100 veces más rápida que su versión en serie en las pruebas de rendimiento que se realizaron (Tabla 2), dependiente de la cantidad de memoria VRAM disponible por la tarjeta gráfica. Esta puede ser una buena opción durante el proceso de búsqueda de parámetros de regularización óptimos, empleando modelos de menor resolución espacial.

Finalmente, se programó una versión híbrida, donde únicamente la componente del cálculo de soluciones relacionada con el acoplamiento estructural es calculada en paralelo, debido a que es la parte del proceso de inversión más demandante en cantidad de operaciones con matrices.

Se realizaron pruebas de rendimiento mediante perfilado de memoria para las tres versiones del algoritmo de inversión con la finalidad de encontrar patrones de crecimiento de demanda de recursos, se emplearon 125 datos de entrada sintéticos para cada método geofísico y se ejecutó el mismo proceso en las 3 versiones del algoritmo. Incrementando progresivamente el número de celdas de los dominios de inversión hasta alcanzar la capacidad máxima del equipo empleado para el testeo, desde 1,440 celdas (18x10x8) hasta 8,400 celdas (40x21x10).

	Celdas	Uso de RAM (Gb)	Uso de VRAM (Gb)	Tiempo de procesamiento (sec)	Aceleración ¹
CPU (gfortran)	1,440	0.30	0.00	6.24	1.00
	2,990	0.80	0.00	57.57	1.00
	4,368	1.65	0.00	179.32	1.00
	5,568	2.00	0.00	369.85	1.00
	7,344	4.20	0.00	848.76	1.00
	8,400	6.40	0.00	1274.86	1.00
CPU (nvfortran)	1,440	0.30	0.00	1.43	4.36
	2,990	0.80	0.00	10.62	5.42
	4,368	1.65	0.00	35.49	5.05
	5,568	2.00	0.00	74.81	4.94
	7,344	4.20	0.00	175.11	4.85
	8,400	6.40	0.00	256.38	4.97
GPU	1,440	0.75	0.25	0.7	8.91
	2,990	0.90	0.70	1.54	37.38
	4,368	1.20	2.00	2.87	62.48
	5,568	2.40	3.06	4.56	81.11
	7,344	2.50	5.12	9.13	92.96
	8,400	3.20	6.62	12.72	100.22
CPU-GPU	1,440	0.70	0.35	0.79	7.90
	2,990	1.80	0.75	1.9	30.30
	4,368	2.40	1.27	3.83	46.82
	5,568	3.20	1.92	5.94	62.26
	7,344	4.70	3.10	11.35	74.78
	8,400	5.20	3.97	15.63	81.56

¹x veces más rápido que la versión en CPU (gfortran).

Tabla 2. Rendimiento computacional de diferentes algoritmos de procesamiento.

Se realizaron ejecuciones de prueba del software en 5 dispositivos con características de RAM y VRAM diferentes, que incluyeron laptops con y sin tarjeta gráfica dedicada, PC de escritorio y un *clúster* a través de procesamiento en la nube. Las pruebas de rendimiento se realizaron en un sistema Linux limpio, sin ningún otro proceso corriendo en el momento, en un equipo con un procesador de frecuencia base de 3.95 GHz, con 32 Gb RAM y tarjeta gráfica de 8 Gb de VRAM y 2,176 CUDA Cores. Aunque el rendimiento neto es dependiente de las capacidades del equipo utilizado, estas pruebas permiten conocer el desempeño relativo entre las diferentes implementaciones del proceso.

Se generó un gráfico de radar mediante los valores normalizados de la Tabla 2 en las categorías: Número de Celdas, RAM, VRAM, Aceleración respecto a versión en

CPU y Tiempo de Procesamiento, permitiendo ver gráficamente las ventajas y desventajas de emplear cada versión de la rutina de inversión a medida que incrementa el número de celdas.

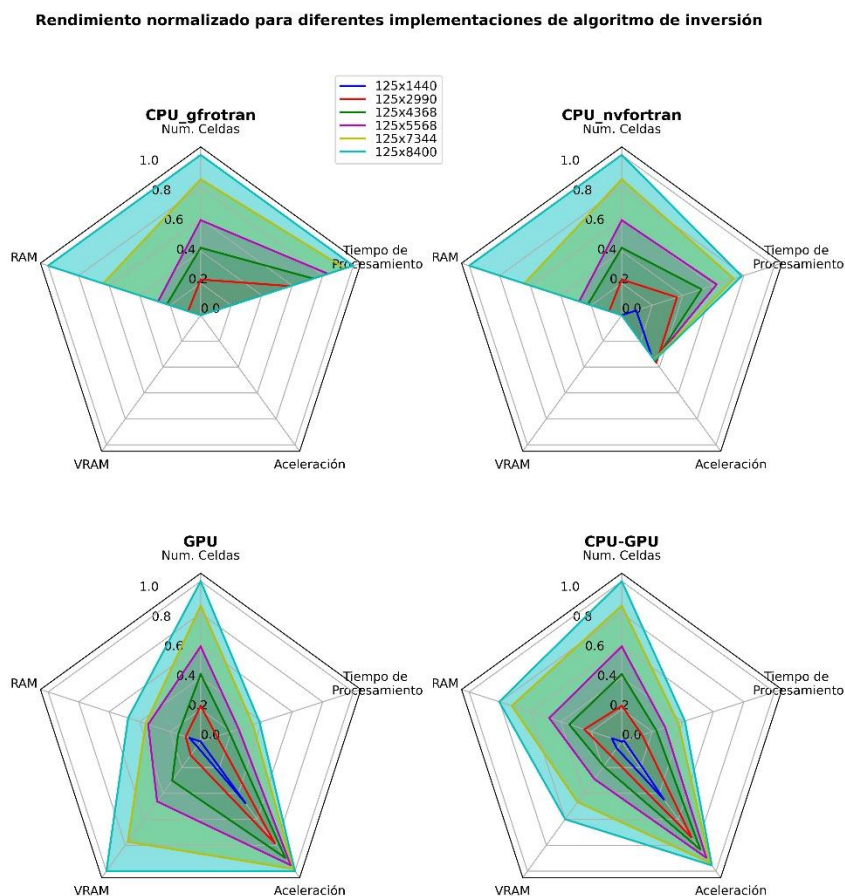


Figura 31. Gráfico de radar para rendimiento de diferentes implementaciones de algoritmo de inversión.

De la Figura 31 se puede abstraer rápidamente que en todas las versiones el uso de memoria RAM o VRAM, crece de forma exponencial a medida que el número de celdas aumenta. También es interesante notar que la velocidad de procesamiento de la versión CPU/GPU se mantiene similar a la versión GPU, aunque la diferencia entre estas dos versiones es que la versión híbrida únicamente procesa en paralelo la parte correspondiente al acoplamiento estructural, demostrando que esa es la parte más demandante del proceso de inversión.

Requisitos para la Ejecución

Para poder utilizar el software es necesario preinstalar algunas librerías en el sistema operativo, las más importantes son el compilador **gfortran** y las librerías de algebra lineal **BLAS** y **LAPACK** con las que es posible correr el programa mediante procesamiento en serie. Por otra parte, para el procesamiento en paralelo son necesarios el compilador **nvfortran** y las librerías **CUDA**, **cuBLAS** los cuales vienen todos incluidos en el paquete de desarrollo **NVIDIA HPC-SDK**, además de contar con un equipo con tarjeta gráfica dedicada compatible con CUDA. Finalmente, algunas paqueterías opcionales para el graficado de los datos de salida son **Python** y **Jupyter Notebook**, donde la forma más sencilla por su poco impacto en el sistema es mediante el gestor de paquetes **miniconda**. Todas estas dependencias pueden ser ejecutadas ya sea de forma nativa en un sistema operativo basado en Linux, como mediante virtualización en un subsistema Linux dentro de Windows mediante la característica **WSL2**.

Experimentos Sintéticos de Inversión

Para evaluar las capacidades del funcional paramétrico propuesto en este trabajo (Ec. 62) en comparación con un funcional paramétrico de inversión separada estándar (Ec. 93) que tiene en cuenta suavizado e información *a priori*. Se emplearon modelos sintéticos para generar anomalías gravimétrica y magnética, posteriormente se agregó ruido gaussiano a dichas anomalías y se utilizaron como datos de entrada para hacer inversión geofísica de datos gravimétricos y magnéticos, con el objetivo de ubicar las fuentes en profundidad.

$$\text{Ec. 93} \quad P^{(\alpha, \beta)}(\vec{m}) = \|W_d[A(\vec{m}) - \vec{d}_0]\|_{L_2}^2 + \alpha \|L(\vec{m})\|_{L_2}^2 + \beta \|W_m(\vec{m} - \vec{m}_{apr})\|_{L_2}^2.$$

Modelo Sintético de Prueba 1

El primer modelo sintético empleado para inversión para pruebas de inversión también fue empleado para validar el correcto funcionamiento del modelado directo

(Li & Oldenburg, 1998) (Figura 26). Consiste en un dique inclinado a 45 grados con contraste de densidad y magnetización de $+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ y $+1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ respectivamente, enterrado a 50 metros de profundidad en un semiespacio de con valor de referencia cero (Figura 32). De este modelo se obtuvieron mapas de anomalía gravimétrica y magnética (Figura 33) de 20x20 puntos de observación (400 datos) separados a cada 50 metros y contaminados por ruido gaussiano con desviación estándar del 2% en cada dato con el propósito de experimentar con la sensibilidad al ruido en las soluciones de inversión. La anomalía de campo magnético fue calculada en presencia de un campo externo de Intensidad $H = 50,000 \text{ nT}$, $I = 45^\circ$ y $D = 45^\circ$.

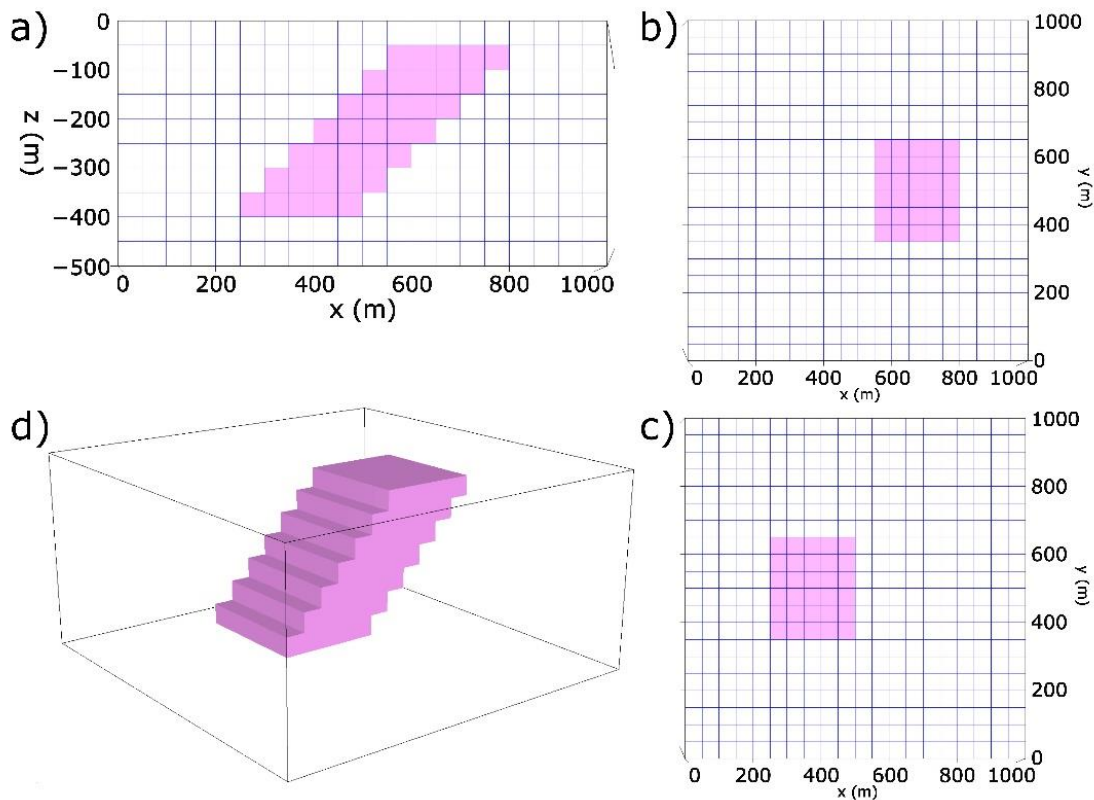


Figura 32. Modelo sintético de un dique inclinado de 1 g/cm^3 de densidad y 1 A/m de magnetización enterrado a 50 metros de profundidad en un fondo homogéneo con valor de referencia cero, a) perfil, b) sección en planta a 50 metros de profundidad, c) sección en planta a 400 metros de profundidad y d) vista en 3D del dique enterrado.

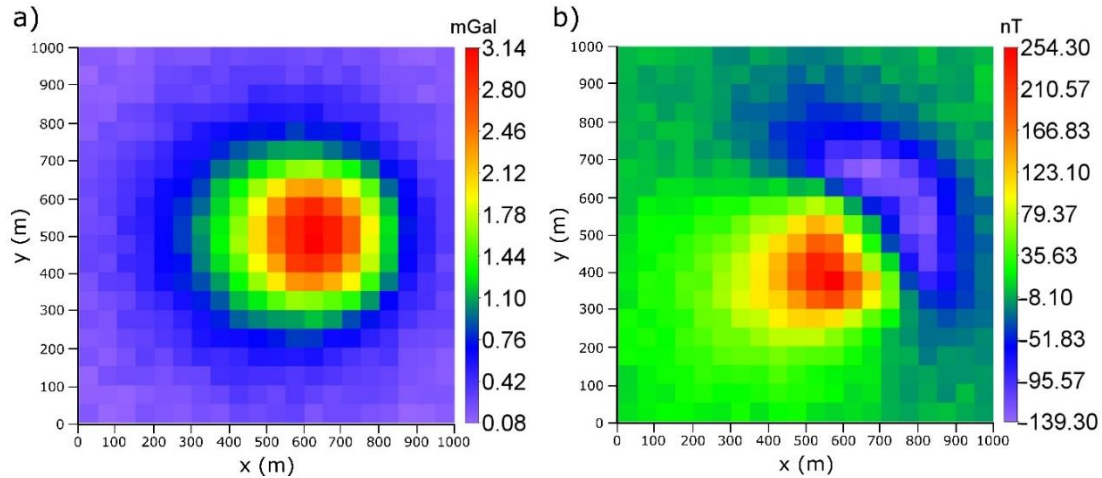


Figura 33. a) Anomálfa gravitacional (mGal) y b) anomalía magnética (nT) producidas por el modelo de dique enterrado en la Figura 32. Los datos fueron contaminados con ruido gaussiano del 2% de la desviación estándar para probar la sensibilidad al ruido de las soluciones de inversión.

Primero, se asignaron valores compartidos para los regularizadores de suavizado e información *a priori* en los funcionales de inversión separada convencional (Ec. 93) e inversión empleando el funcional paramétrico propuesto en este trabajo (Ec. 62). Para el caso gravimétrico, se consideró información *a priori* de dos pozos hipotéticos en ambos funcionales, con el fin de evaluar la mejora de los resultados del caso magnético si se emplear acoplamiento estructural. El Pozo_1 de 400 metros de profundidad y el Pozo_2 de 200 metros de profundidad, tienen valor de densidad de $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ en las celdas que son cruzadas por los pozos hipotéticos, este valor corresponde a la densidad real del cuerpo sintético. También se empleó el regularizador de "dirección estructural" para indicar el rumbo y echado del dique como información *a priori* adicional y el regularizador de "acoplamiento estructural". La Tabla 3 especifica los parámetros de inversión empleados en este experimento.

Parámetros de Inversión separada convencional Regularizació		Inversión con funcional paramétrico propuesto
n		
$\lambda^{(1)}$	0	1
$\lambda^{(2)}$	0	1
$\alpha^{(1)}$	1e2	1e2
$\alpha^{(2)}$	1e2	1e2
$\beta^{(1)}$	2e0	2e0
$\beta^{(2)}$	1e-9	1e-9
$\gamma^{(1)}$	0	1e5
$\gamma^{(2)}$	0	1e5
$\eta^{(1)}$	0	0
$\eta^{(2)}$	0	0
$\mu^{(1)}$	0	1
$\mu^{(2)}$	0	1e8
Rumbo	0	0
Echado	0	45
$Std_Dev_m^{(1)}$	1e8 para todo el dominio	1e8 para todo el dominio
$Std_Dev_m^{(2)}$	1e8 para todo el dominio	1e8 para todo el dominio
$Std_Dev_d^{(1)}$	2% ¹	2% ¹
$Std_Dev_d^{(2)}$	2% ¹	2% ¹

¹ Diferencia entre max(anomalía) - min(anomalía).

Tabla 3. Parámetros de regularización empleados para el primer experimento de inversión.

Se ejecutaron 40 iteraciones y los resultados del experimento en la iteración 30 se representan en la Figura 34 con una escala de colores general que va de 0 a $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ y $\frac{\text{A}}{\text{m}}$ para el caso gravimétrico y magnético, respectivamente. La Figura 35 muestra la convergencia de los modelos en porcentaje y el error RMS de los modelos de inversión de cada iteración.

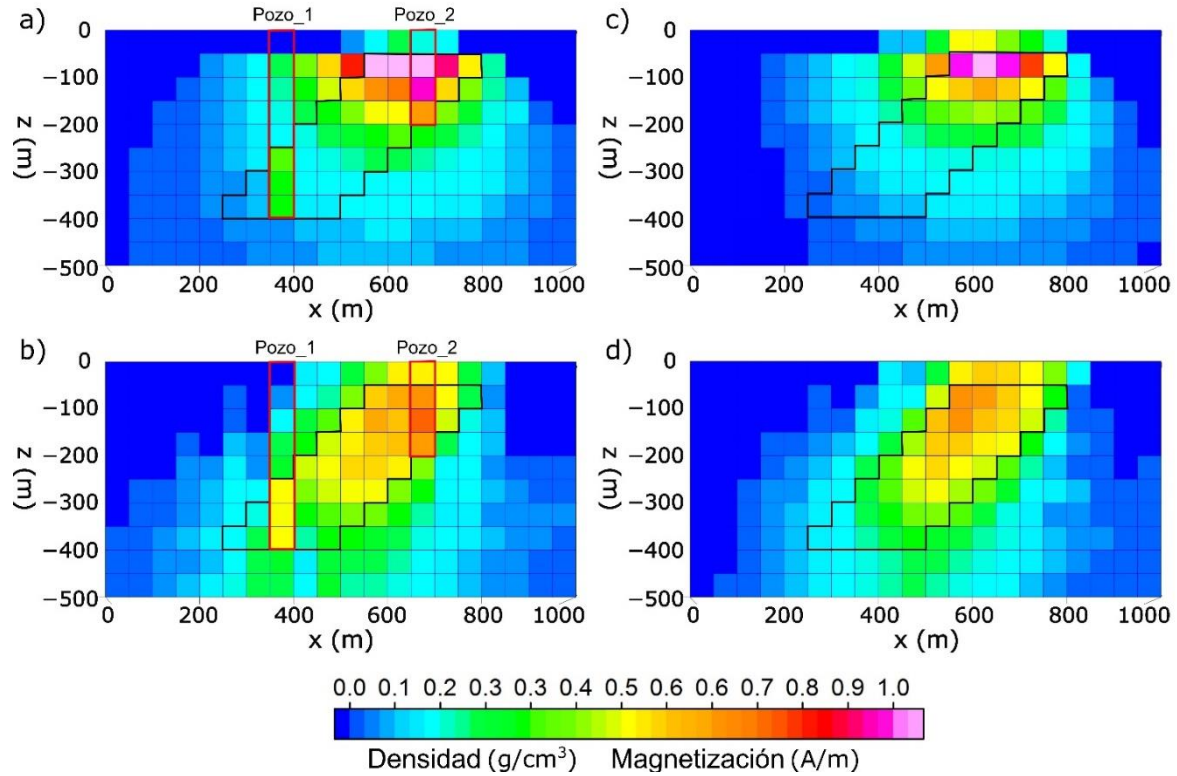


Figura 34. Perfiles de resultados de inversión cortados a 500 metros en el eje y . Modelos de distribución de densidad (gr/cm^3) para a) inversión separada estándar, b) nuestra inversión conjunta robusta. Distribución de magnetización (A/m) para c) inversión separada estándar y d) nuestra inversión conjunta robusta. Los marcadores negros representan la posición original del dique enterrado y los marcadores rojos representan la ubicación del pozo utilizada como información a priori.

Los resultados del experimento de inversión convencional separada (Figura 34 - a y c) localizan las fuentes generadoras en posiciones debajo de la anomalía en superficie, con valores máximos cercanos al valor de densidad y magnetización real del modelo sintético generador de las anomalías, sin embargo, suavizando la distribución de la magnitud de densidad y magnetización del cuerpo a lo largo gran parte del dominio de inversión. La información de pozos hipotéticos para el caso gravimétrico en el funcional convencional ayuda a determinar que existe otro cuerpo anómalo en profundidad sin poder establecer sus dimensiones, mientras que el caso magnético no se ve afectado por esta información como se espera en un esquema de inversión separada.

Por otro lado, los resultados de inversión mediante la configuración establecida para el funcional propuesto en este trabajo (Figura 34 - b y d) consiguen reconstruir de

mejor forma la distribución real del cuerpo enterrado. La información *a priori* aportada por los pozos hipotéticos en el caso gravitacional ayuda en la estimación de la densidad y posición del cuerpo enterrado con más precisión, mientras que esta información es comunicada a los resultados de inversión magnética en forma de similitud la distribución de propiedades, sin embargo, al no existir una restricción de “cercanía” a información *a priori* en el caso magnético, las celdas asociadas a la posición de los pozos no presentan relación con valores específicos.

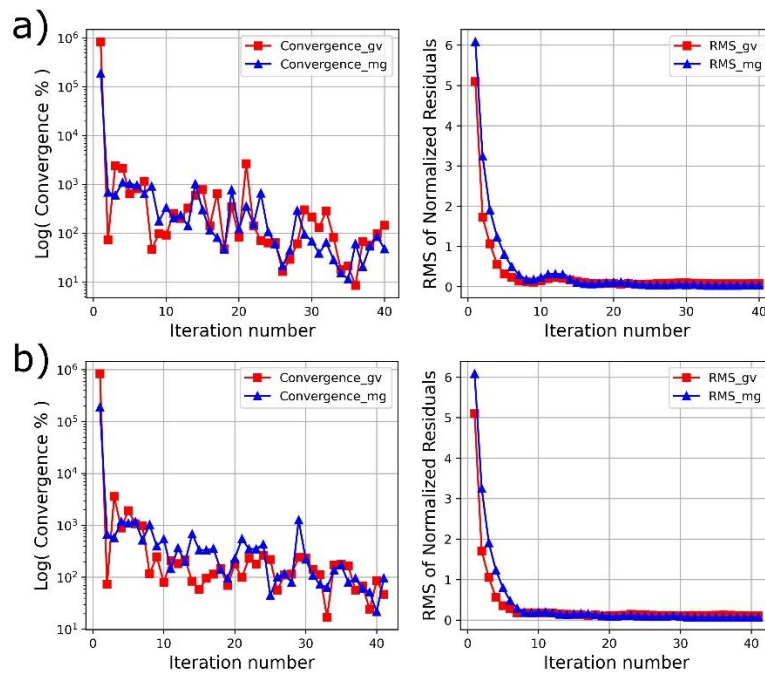


Figura 35. Convergencia del modelo (Ec. 83) y desajuste de datos (Ec. 82) obtenidos en la inversión de los datos de prueba 1 para cada iteración, a) para la inversión separada convencional y b) para el funcional paramétrico propuesto.

Analizando los gráficos de convergencia de la Figura 35 se puede apreciar que los modelos obtenidos por ambos funcionales, el convencional y el propuesto en este trabajo, presentan variaciones respecto a iteraciones pasadas que van disminuyendo a medida que el proceso de inversión avanza. La similitud entre procesos está relacionada con que la solución para ambos funcionales se obtuvo mediante el método de gradiente conjugado. Por otro lado, los gráficos RMS muestran que se alcanzan errores RMS cercanos a cero desde la 8va iteración y a

partir de ese punto, aunque los modelos siguen cambiando, los errores de ajuste se mantienen.

Modelo Sintético de Prueba 2

Para probar el funcionamiento del funcional paramétrico propuesto en situaciones más complejas se utilizó un segundo modelo de prueba con contrastes positivos y negativos en los cuerpos con diferentes posiciones y profundidades. Este modelo de prueba está conformado por 30x20x15 (9,000) voxeles de 50 metros por lado, formando un volumen de 1500x1000x750 metros cúbicos (Figura 36), a partir del cual se calcularon anomalías gravimétricas y magnéticas mediante modelado directo y se obtuvieron mapas de 30x20 observaciones (600 datos) separadas cada 50 metros. Finalmente, los mapas fueron contaminados con ruido Gaussiano con desviación estándar del 5% en cada dato. Para el caso magnético se consideró una intensidad de campo $H = 40,000$ nT, $I = 45^\circ$ y $D = 0^\circ$. En la Figura 37 se muestran las anomalías gravimétricas y magnéticas resultantes que se utilizaron como datos de entrada para el modelado inverso.

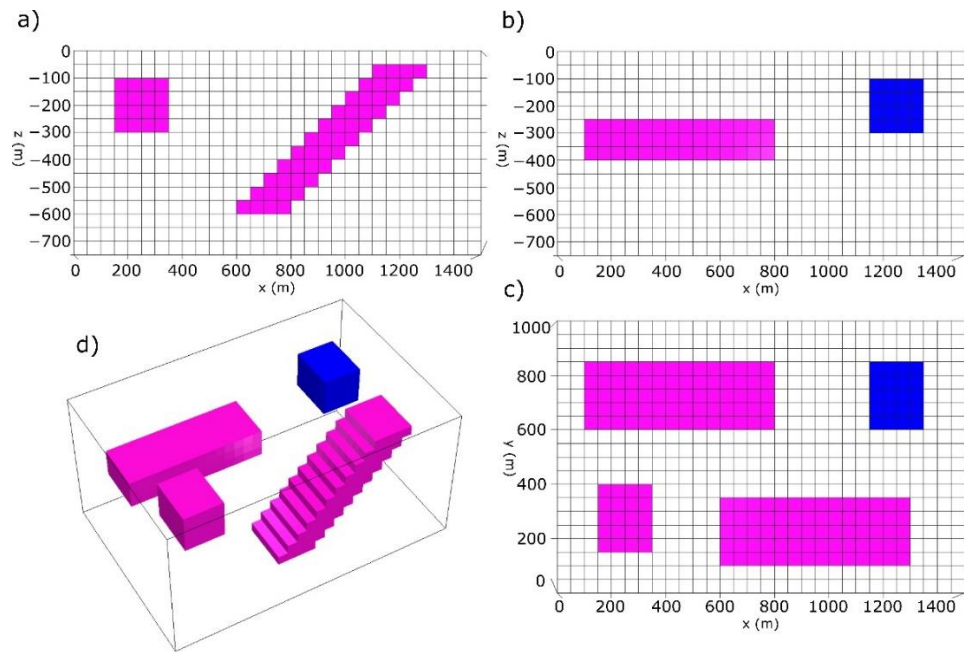


Figura 36. Modelo sintético de prueba 2 con cuerpos enterrados geométricos simples con contraste de densidad de +1 g/cm3, contraste de magnetización de +1 A/m (cuerpos rosas) y contraste de densidad de -1 g/cm3, contraste de magnetización de -1 A/m (cuerpo azul). a) vista de perfil en $y=250$ metros, b) vista de perfil en $y=700$ metros, c) vista superior en $z=0$ metros y d) vista 3-D.

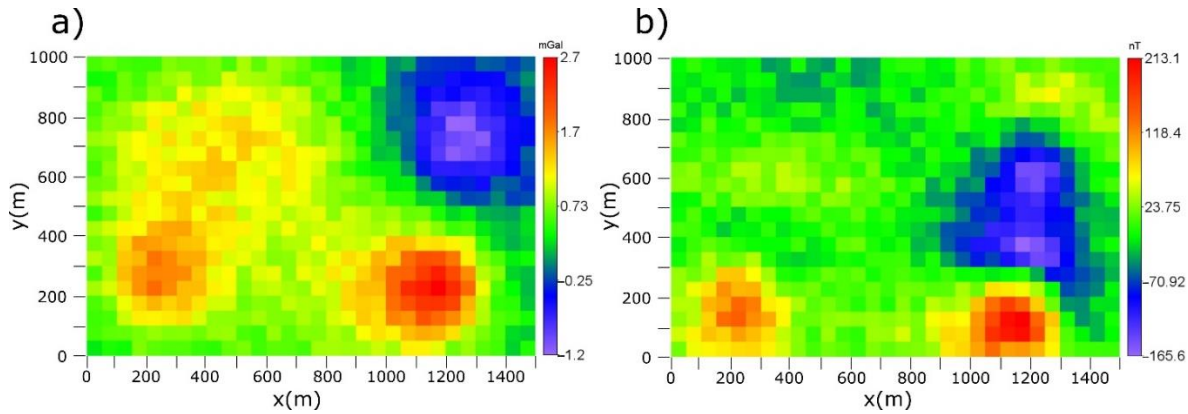


Figura 37. a) Anomalia gravitacional (mGal) y b) anomalia magnética (nT) producida por el modelo de prueba 2 en la Figura 36. Los datos fueron contaminados con ruido gaussiano del 5% de la desviación estándar para probar la sensibilidad al ruido de las soluciones de inversión.

Para esta prueba de inversión se utilizaron como datos de entrada los mapas generados por el modelado directo del modelo de prueba 2. Se generó automáticamente un dominio de 32x22x15 (10,560) voxeles de 50 metros por lado. En la inversión separada convencional (Ec. 93) únicamente se empleó el regularizador de suavidad. Para la inversión empleando el funcional paramétrico propuesto (Ec. 62) se proporcionó información *a priori* mediante diferentes parámetros: La dirección preferencial de la estructura mediante rumbo y echado, favoreciendo la verticalidad en la distribución de los parámetros físicos en las soluciones, y el acoplamiento estructural para mitigar la incertidumbre de los modelos. Los parámetros de regularización utilizados en la inversión del segundo modelo de prueba se describen en la Tabla 4.

Parámetros de Inversión separada convencional Regularizació		Inversión con funcional paramétrico propuesto
n		
$\lambda^{(1)}$	0	1
$\lambda^{(2)}$	0	1
$\alpha^{(1)}$	1e4	1e4
$\alpha^{(2)}$	1e4	1e4
$\beta^{(1)}$	1e4	1e1
$\beta^{(2)}$	1e4	1e5
$\gamma^{(1)}$	0	3e5
$\gamma^{(2)}$	0	3e5
$\eta^{(1)}$	0	1e0
$\eta^{(2)}$	0	1e0
$\mu^{(1)}$	0	1e7
$\mu^{(2)}$	0	1e2
Rumbo	0	0
Echado	0	45
$Std_Dev_m^{(1)}$	1e8 para todo el dominio	1e8 para todo el dominio
$Std_Dev_m^{(2)}$	1e8 para todo el dominio	1e8 para todo el dominio
$Std_Dev_d^{(1)}$	5% ¹	5% ¹
$Std_Dev_d^{(2)}$	5% ¹	5% ¹

¹ Diferencia entre max(anomalía) - min(anomalía).

Tabla 4. Parámetros de regularización empleados para el segundo experimento de inversión.

Se ejecutaron 20 iteraciones y los resultados del experimento en las iteraciones 1, 10 y 20 se representan en la Figura 38 con una escala de color general que va de -1 a $1 \frac{gr}{cm^3}$ y $\frac{A}{m}$ para el caso gravimétrico y magnético, respectivamente. La Figura 39 presenta la convergencia del modelo de cada iteración en porcentaje y el error RMS entre los datos sintéticos de entrada y los datos calculados a partir de los modelos de inversión de cada iteración.

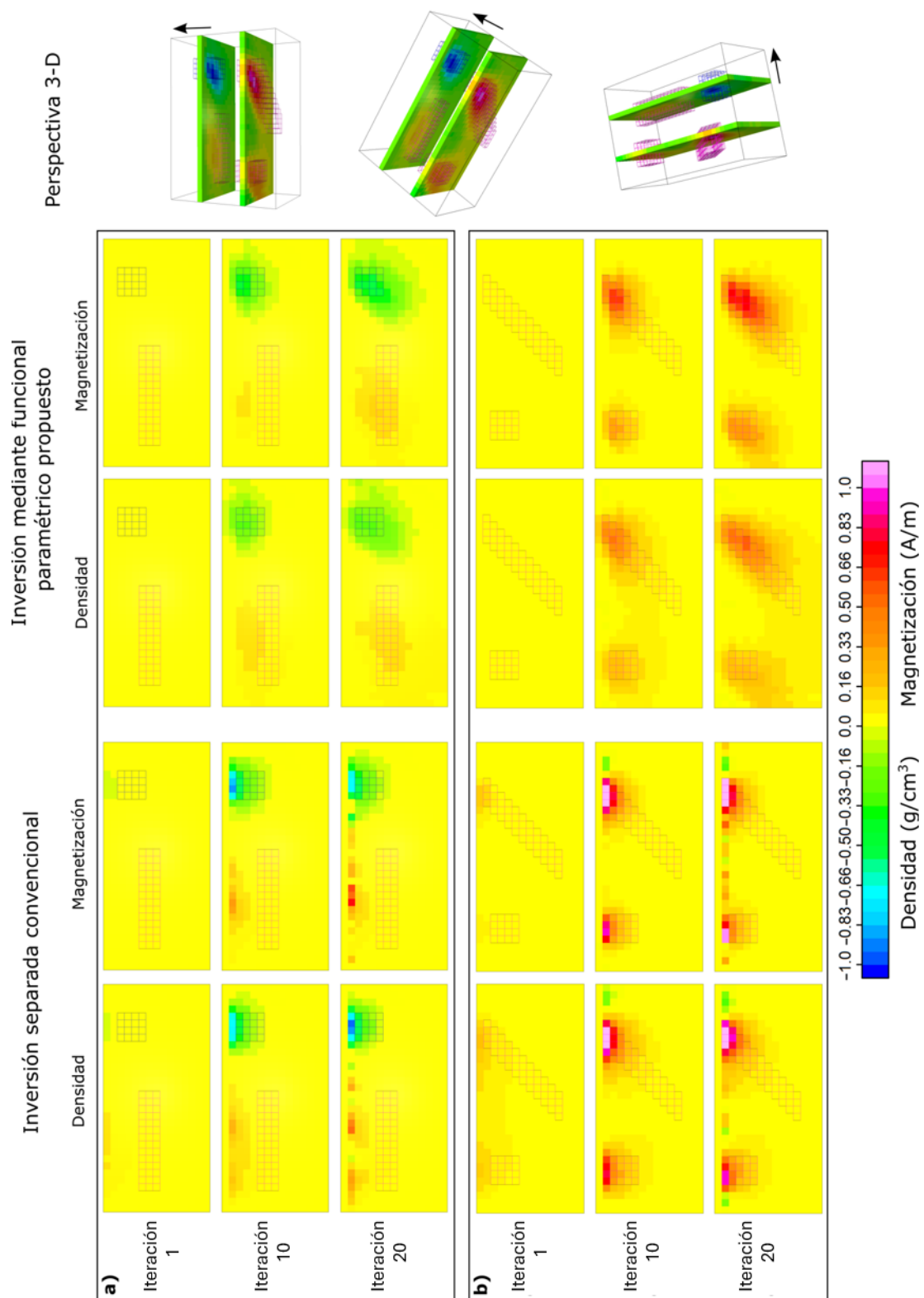


Figura 38. Perfiles de resultados de inversión cortados a 500 metros en el eje y. Modelos de distribución de densidad (gr/cm^3) para a) inversión separada, b) inversión conjunta. Distribución de magnetización (A/m) para c) inversión separada y d) inversión conjunta. Los marcadores rojos representan la posición original del dique enterrado.

Los resultados obtenidos (Figura 38) demuestran que la inversión separada convencional que solo considera el suavizado como regularizador del proceso de inversión, genera modelos que convergen y que justifican los datos observados, logrando reproducir la posición lateral de las fuentes pudiendo diferenciar entre objetos compactos o alargados. Por otro lado, los resultados del funcional paramétrico propuesto demuestran que con un poco más de información sobre el contexto del área de estudio es posible reproducir de mejor manera las fuentes, tanto en dimensiones como en profundidad.

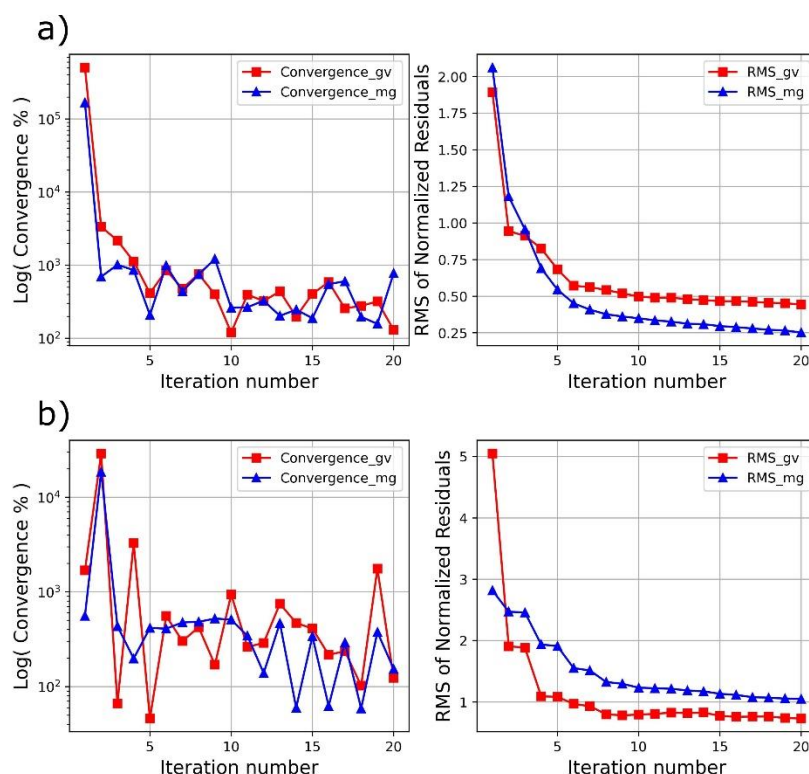


Figura 39. Convergencia del modelo y desajuste de datos obtenidos en la inversión de los datos de prueba 2 en cada iteración, a) para la inversión separada convencional y b) para el funcional paramétrico propuesto.

Los gráficos de convergencia en la Figura 39 muestran que el proceso empleando el funcional de inversión separada convencional genera cambios en los modelos a lo largo del proceso de inversión que varían cada vez menos a cada iteración. Por otro lado, el proceso de inversión que emplea el funcional propuesto en este trabajo presenta sectores donde existen variaciones en los modelos del método

gravimétrico mientras que los modelos del método magnético se mantienen similares a iteraciones anteriores, seguido del intercambio del método que varía sus modelos. Este comportamiento sugiere que el funcional de inversión conjunta está trabajando en vincular las distribuciones en ambos métodos geofísicos.

Lineamientos para uso de regularizadores

Como menciona (Oraintara et al., 2000), el valor de cada parámetro de regularización controla el compromiso entre la fidelidad a los datos observados y las condiciones de regularización. Para definir estos valores se puede recurrir a varios métodos; se puede hacer empíricamente, a través de una expresión analítica o por fuerza bruta mediante un gráfico curva-L que permita visualizar, mediante una gran cantidad de ensayos, el momento de cambio entre sub-regularización y sobre-regularización. Sin embargo, la metodología de la curva-L podría no ser la mejor opción a medida que se añaden más regularizadores al funcional paramétrico, puesto que los parámetros de regularización $\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \mu$ pueden ser arbitrarios y presentar relaciones no lineales entre ellos.

Por otro lado, la función principal de los regularizadores es proporcionar estabilidad al proceso de inversión mientras favorece soluciones con características deseables y viables para el caso de estudio. Se puede considerar a los regularizadores como un refuerzo hacia ciertas características que deberían surgir a través de la distribución de las anomalías en un contexto geológico específico. En ese sentido, escoger valores de los parámetros de regularización es más un proceso que depende de la experiencia y conocimientos del intérprete que de la búsqueda de valores óptimos para obtener el mejor ajuste posible entre datos observados y calculados.

Para mostrar algunas pautas en el uso de parámetros de regularización del funcional paramétrico propuesto en este trabajo, se realizó un experimento empleando como datos de entrada la anomalía sin ruido generada por un cubo con

contraste de densidad positiva $+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ (Figura 22a), esta es la anomalía generada por la fuente más minimalista posible. El experimento consiste en ilustrar como varían las soluciones de inversión en función de los parámetros de regularización Suavizado α , información *a priori* β , dirección estructural γ , verticalidad η y modelo inicial suavizado. Con la finalidad de evaluar como repercute el peso del parámetro de regularización en las soluciones de inversión, se emplearon valores arbitrarios de 1, 100, 10,000 y 1,000,000 para cada parámetro de regularización $\alpha, \beta, \gamma, \eta$, mientras que el resto de los parámetros de regularización se asignan como cero.

Para el experimento con información *a priori* se proporcionó información de un sondeo con información de densidad en una porción de la fuente generadora de anomalía, por otro lado, en el experimento con dirección estructural preferencial se configuró una estructura con rumbo N-S perpendicular a la sección extraída del modelo y ángulo de buzamiento de 45 grados hacia el Este. Adicionalmente para el experimento que incorpora un modelo inicial se proporcionó una distribución inicial con una capa basamento de contraste positivo $+1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$. Los resultados del experimento son mostrados en la Figura 40 en un arreglo en forma de tabla, extrayendo una sección W-E que cruza el punto máximo de la anomalía, a la mitad del dominio en el eje y .

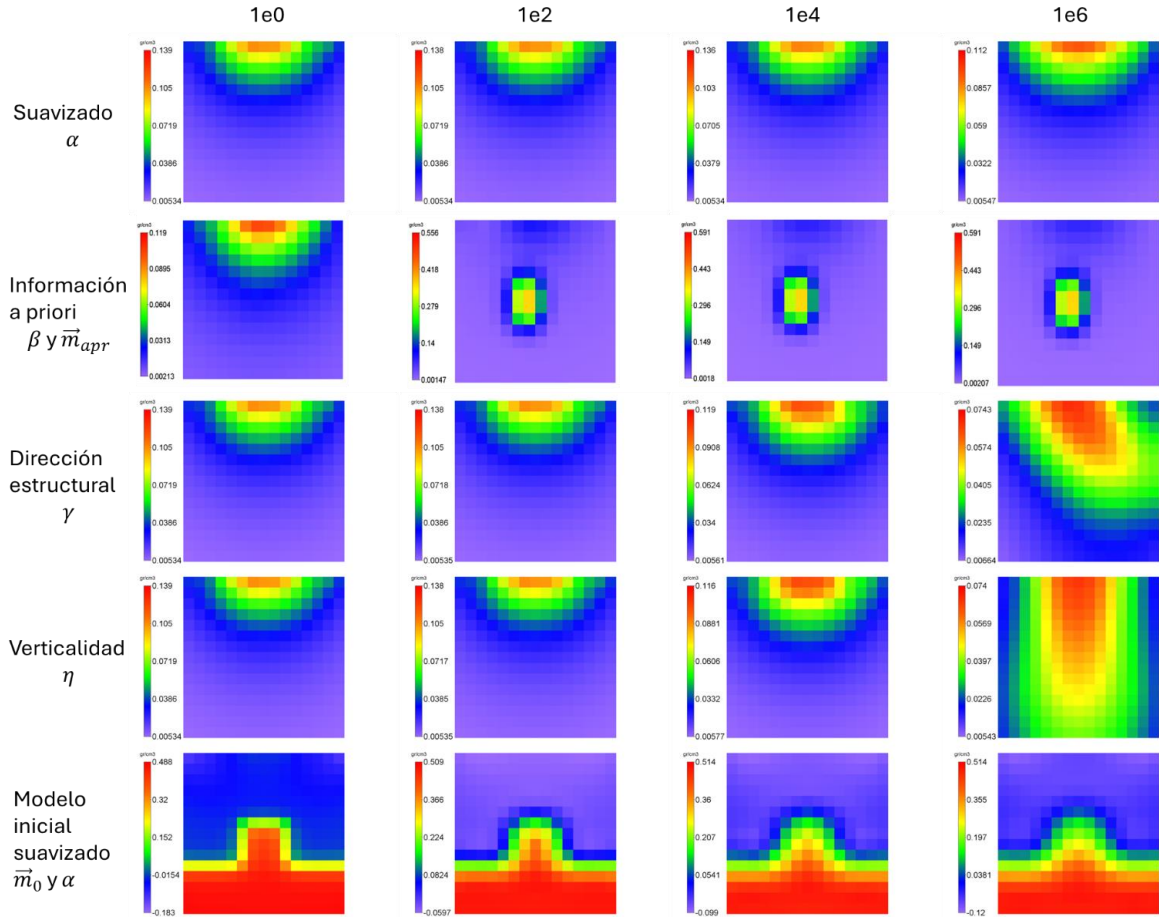


Figura 40. Tabla que ilustra el comportamiento de un modelo a partir de la variación en cada parámetro de regularización de manera aislada con valores entre 1 y 1e6.

Los resultados mostrados en la Figura 40 reproducen la anomalía de entrada con un error RMS menor a 1. De manera general se puede apreciar claramente que cuanto mayor es el peso del regularizador, mayor efecto tiene en las soluciones de inversión. La influencia de los regularizadores se puede considerar ligera con valores hasta los dos órdenes de magnitud, mientras que la influencia en los resultados es mucho más evidente cuando se emplean valores más grandes. Sin embargo, con valores superiores a los seis órdenes de magnitud se comienza a dificultar el ajuste de los datos observados y calculados, dicha sobre-regularización es consecuencia de un regularizador con peso mucho mayor al funcional de ajuste.

Debido a la naturaleza relativa de las mediciones empleadas para estudiar el subsuelo, es sumamente importante considerar un modelo conceptual del ambiente

geológico estudiado durante el proceso de inversión para discriminar entre soluciones factibles o inapropiadas (Figura 41). Emplear un modelo conceptual inadecuado en el proceso de inversión tiene importantes consecuencias negativas, que van desde la invalidez de las soluciones hasta soluciones válidas producidas a partir de un innecesario exceso esfuerzo.

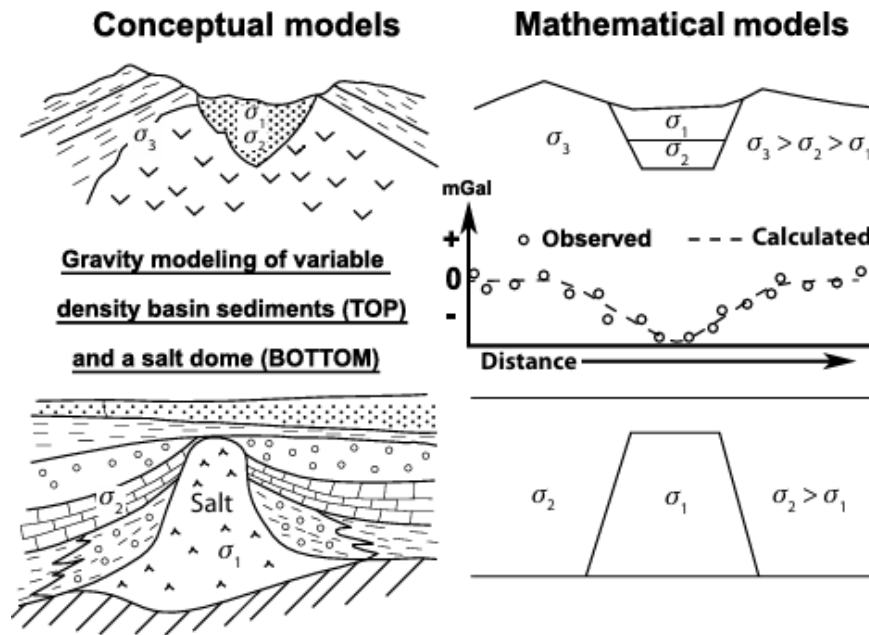


Figura 41. Consideración de un modelo conceptual en el planteamiento de un modelo matemático que representa el ambiente de estudio. Tomado de Hinze et al., (2013).

La inversión de datos geofísicos va más allá de obtener soluciones con error de desajuste pequeño, se trata más de un proceso iterativo de dos etapas. La primera etapa consiste en obtener distribuciones de propiedades en subsuelo a través de simplificaciones y un modelo matemático, generar respuestas sintéticas de ese modelo que se comparan con los datos observados y se calcula un error; esto constituye la parte automatizable del proceso.

Por otro lado, los resultados de inversión deben ser evaluados para determinar si son representaciones válidas del medio a estudiar, basado en criterios como: si el muestreo es suficiente, si se está empleando un modelo matemático adecuado, si las soluciones son consistentes, si se requieren restricciones para reducir

ambigüedades y/o mejorar la convergencia de los modelos. Los anteriores son criterios que ayudan a determinar si una solución es utilizable y constituyen una parte no automatizable del proceso que depende de la experiencia del interprete.

CAPITULO 4: Estudio geofísico del Maar Joya de Los Contreras dentro del Campo Volcánico Santo Domingo (CVSD) mediante métodos potenciales

En este capítulo se aborda la aplicación del software desarrollado en este trabajo para el estudio del maar Joya de Los Contreras dentro del CVSD. Como fue mencionado en la sección de lineamientos para el uso de regularizadores, conocer el contexto geológico del área de estudio es crucial para interpretar datos geofísicos. Para ello, el estado del arte en este trabajo describe la evolución tectónica de la zona de estudio desde el Jurásico Tardío hasta el Neógeno y posteriormente el vulcanismo intraplaca del Paleógeno tardío hasta el Cuaternario. De la misma forma, definir un modelo conceptual es crucial para obtener buenos resultados de inversión, para ello también se hizo una breve recapitulación sobre la estructura de volcanes monogenéticos tipo Maar.

Estado del Arte

El Campo Volcánico Santo Domingo (CVSD) se ubica aproximadamente a 100 km al noreste de la ciudad San Luis Potosí, en la porción oriente del sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (SFTSMA) (Figura 42), entre la provincia fisiográfica Mesa Central (MC) y el Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (CPCM). Este sistema de fallas se ubica en el sitio de transición entre la zona de plataformas Valles-San Luis Potosí y una de mayor batimetría. Es una discontinuidad paleogeográfica de edad Cretácica que controló la localización de fallamiento Cenozoico de rumbo N-S y NNW-SSE desde el Eoceno (Alaniz-Álvarez & Nieto-Samaniego, 2005), cuya edad de actividad varía de norte a sur de Oligoceno en la región central (San Luis Potosí) a Mioceno hacia el límite sur (San Miguel de Allende) (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005).

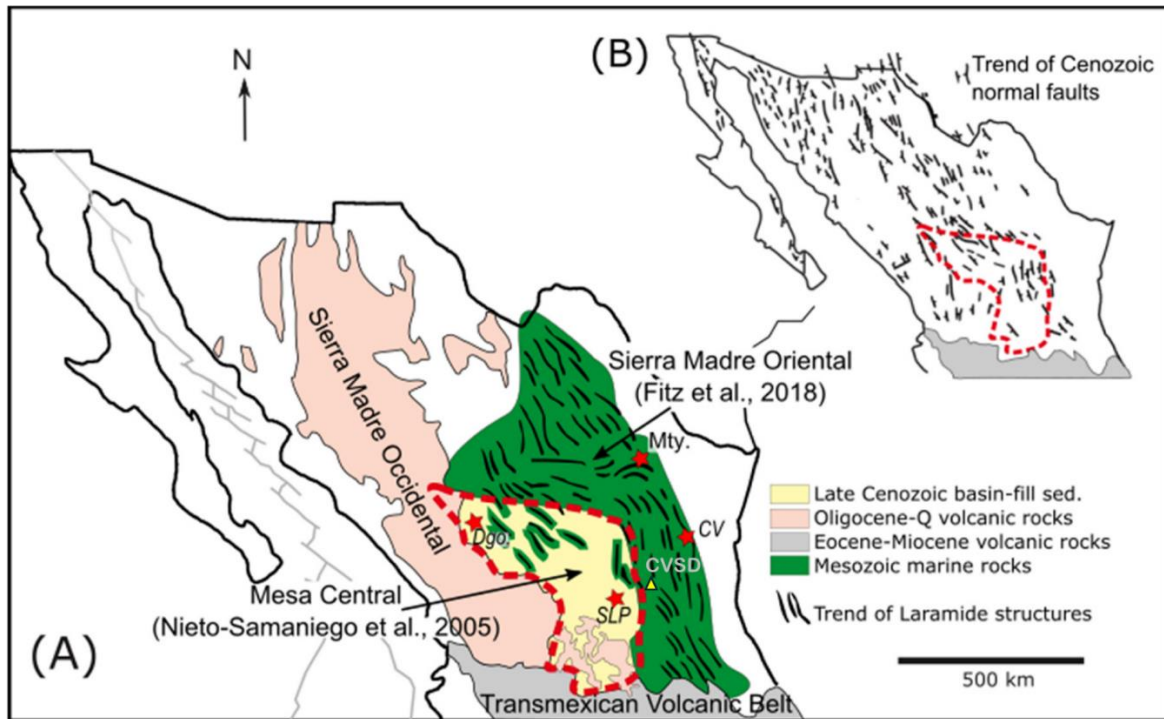


Figura 42. Mapa geológico generalizado de México. a) La meseta elevada está rodeada por tres cadenas montañosas: Sierra Madre Oriental, Sierra Madre Occidental y Eje Volcánico Transmexicano. Nótese que dentro de la Mesa Central hay cadenas aisladas formadas por sedimentos marinos mesozoicos deformados y rocas volcánicas. Las áreas intermedias entre las sierras aisladas están ocupadas por sedimentos de relleno de cuenca del Cenozoico Tardío (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005). b) Distribución normal de fallas en la parte sur de la Provincia de Cuenca y Cordillera (Fitz-Díaz et al., 2018). Notación: San Luis Potosí (SLP), Durango (Dgo.), Ciudad Victoria (CV), Monterrey (Mty.). Modificado de (Peredo et al., 2021).

Evolución Tectónica del Centro de México

Durante el Jurásico Superior, donde hoy en día es el territorio mexicano, el Mar Tethisiano inundó áreas bajas y extensas, donde se depositaron evaporitas, terrígenos y carbonatos, que formaron amplias plataformas interconectadas entre sí a través de canales, separadas por elementos insulares. El periodo entre el Jurásico Superior-Cretácico inferior es importante por dos motivos, el primero es que este periodo se dio la deposición de dos niveles evaporíticos principales que posiblemente controlaron la mecánica de la deformación del CPCM (Eguiluz de Antuñano et al., 2000), uno dominado por halita y anhidrita en el antepaís (Figura 43-(1)) durante el Jurásico Superior (150 Ma) y otro en niveles superiores caracterizado por yeso-anhidrita (Figura 43-(3)) en el Cretácico Inferior (120 Ma). El segundo motivo es que el control sedimentario y estructural de los bloques

paleotectónicos fue heredado al Cretácico Inferior, donde las áreas continentales que existieron, al ser cubiertas por el mar en diferentes tiempos, desarrollaron bancos y plataformas evaporítico-carbonatadas (Figura 43-(4)) hace 100 Ma, como la Cuenca Mesozoica del Centro de México y la Plataforma Valles-San Luis Potosí (PVSLP) (Carrillo-Bravo, 1971).

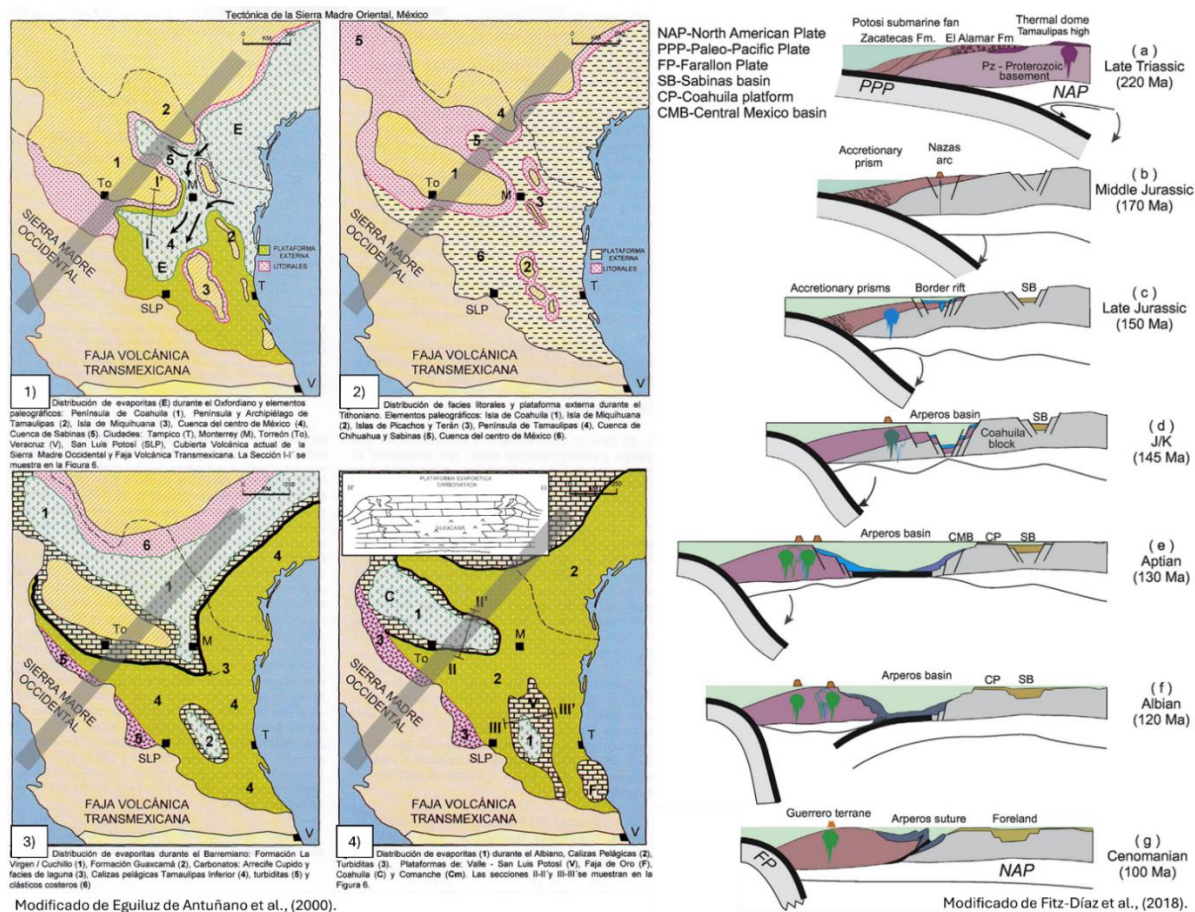


Figura 43. Modelos paleogeográficos del territorio mexicano, modificado de Eguiluz de Antuñano et al., (2000) (izq.). Evolución tectónica Mesozoica de México, previa al desarrollo del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano, vista a lo largo de un transecto NE-SO desde Mazatlán hasta el sur de Texas, modificado de (Fitz-Díaz et al., 2018). Franja gris en los recuadros de la izq. representa la posición del transecto NE-SO.

La evolución Mesozoica de México propuesta por Fitz-Díaz et al., (2018) comienza en el Jurásico Medio (170 Ma) con el retroceso o 'rollback' de la placa tectónica del Paleopacífica y el proceso de rifting de la cuenca trasarco de Arperos. La Figura 43 ilustra el proceso en un transecto NE-SO que se extiende desde lo que hoy en día

es Zacatecas hasta el sur de Texas, la zona de estudio se localiza al SE de este transecto y al final del proceso da lugar a la plataforma PVSLP (Figura 43):

- a) Triásico Tardío, erosión del Pérmio-Triásico (Torres et al., 1999) y deposición de sedimentos siliciclásticos de los abanicos de Potosí y El Alamar en el oeste de Pangea.
- b) Comienzo de la subducción en retroceso de una placa Paleopacífica en el margen occidental de América del Norte, inicio del rifting en el Golfo de México (GOM) (Pindell & Dewey, 1982) e instalación del rift fronterizo Arco de Nazas.
- c) Instauración de la deriva en el GOM y consolidación del arco de Nazas en el oeste de México durante el Jurásico medio.
- d) Extensión del retroarco en el oeste de México que desencadena el desarrollo de la cuenca de Arperos durante el Jurásico tardío y fin de la deriva en la cuenca del GOM.
- e) Deriva en la cuenca de Arperos y deposición de la formación Cuestecita y Arperos en el oeste de la cuenca y la formación Valenciana y Los Cuarzos en el margen continental en el área de Guanajuato (Martini et al., 2014), fin de la deriva en el GOM durante el Jurásico tardío.
- f) Subsistencia importante en la cuenca del GOM y deposición de rocas arcillosas y carbonatadas durante el Cretácico Temprano (Wilson, 1986).
- g) Cierre de la cuenca de Arperos durante el Aptiense Tardío (Martini et al., 2016).

En este punto del tiempo (Fitz-Díaz et al., 2018) infiere una ruptura de la paleoplaca de Farallón como resultado de las direcciones opuestas de subducción debajo del terreno Guerrero, lo que podría haber causado la interacción entre las dos placas en subducción. Posteriormente, producto de la subducción de la placa Farallón bajo la placa Norteamericana generó un régimen compresional que dio origen al Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (CPCM) (Figura 44) desde el

Cretácico Tardío hasta el Paleógeno de 71 a 65 Ma (Eguiluz de Antuñano et al., 2000; Fitz-Díaz et al., 2011; Suter, 1984).

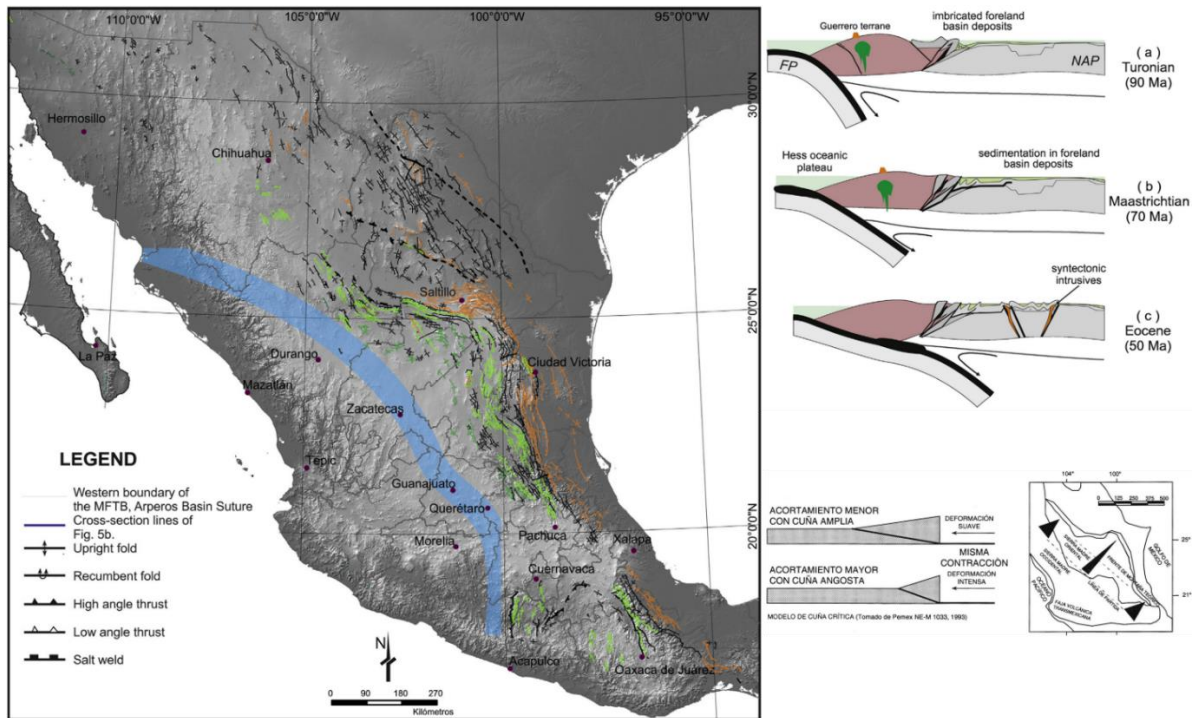


Figura 44. Mapa de deformación del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (izquierda) y continuación de la Evolución Tectónica del Cretácico Superior al Eoceno (derecha). Modificado de (Fitz-Díaz et al., 2018). Modelo de cuña crítica tomado de (Eguiluz de Antuñano et al., 2000).

Fitz-Díaz et al., (2018) concluye “La deformación del Cretácico Tardío al Paleógeno fue resultado de una única zona de subducción en evolución que se encontraba al oeste del terreno Guerrero, en lugar de múltiples eventos de acreción del terreno o acortamiento impulsado por la gravedad. El magmatismo activo durante toda la historia del acortamiento de CPCM también implica a la placa subducida de Farallón como un impulsor principal de la orogénesis cortical. Además, los ciclos de deformación-magma coinciden con períodos de aceleración hacia el oeste de la placa norteamericana (van der Meer et al., 2010) y corroboran aún más la subducción como el principal impulsor tectónico de la orogénesis mexicana”.

Por otro lado, estudios termocronológicos y estructurales realizados en el Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras al este de la MC, muestran que los sedimentos

mesozoicos fueron deformados en tres pulsos de acortamiento, ocurridos a los 85–81.5 Ma, 78–64 Ma y ~43 Ma (Fitz-Diaz et al., 2014) donde la deformación Paleógena en la CPCM es dominada por estructuras de piel gruesa o '*thick-skinned*' en el norte de México (Figura 44) y estructuras de piel delgada o '*thin-skinned*' en el centro y este de México, Eguiluz de Antuñano et al., (2000) proponen la distribución de evaporitas como el mecanismo de control de la cuña orogénica, los despegues en rocas dúctiles y menos resistentes como las anhidritas posiblemente se propagan más lejos, y con menor acortamiento, que los despegues en rocas resistentes como carbonatos siliciclastos, donde el acortamiento es mayor. El modelo de cuña crítica permite explicar las variaciones en el acortamiento y los estilos estructurales observados en los diferentes sectores del CPCM.

La sección de la cuña orogénica que cruza la plataforma PVSLP con dirección SO-NE (Figura 45) a aproximadamente 230 km al sureste del CVSD, muestra el acortamiento de cuatro elementos paleogeográficos, dos plataformas marinas (El Doctor y Valles-San Luis Potosí) y dos cuencas sedimentarias (Zimapán y Tampico-Misantla). Dicha sección es muy similar a la zona de estudio e ilustra como el estilo de deformación fue controlado por las estructuras preexistentes. La estructura que divide la Cuenca de Zimapán y la PVSLP es el sistema de fallas SFTSMA, Alaniz-Álvarez et al., (2002) concluye que es una zona de debilidad cortical cuyas fallas han liberado parte de la extensión posteocénica en el centro de México.

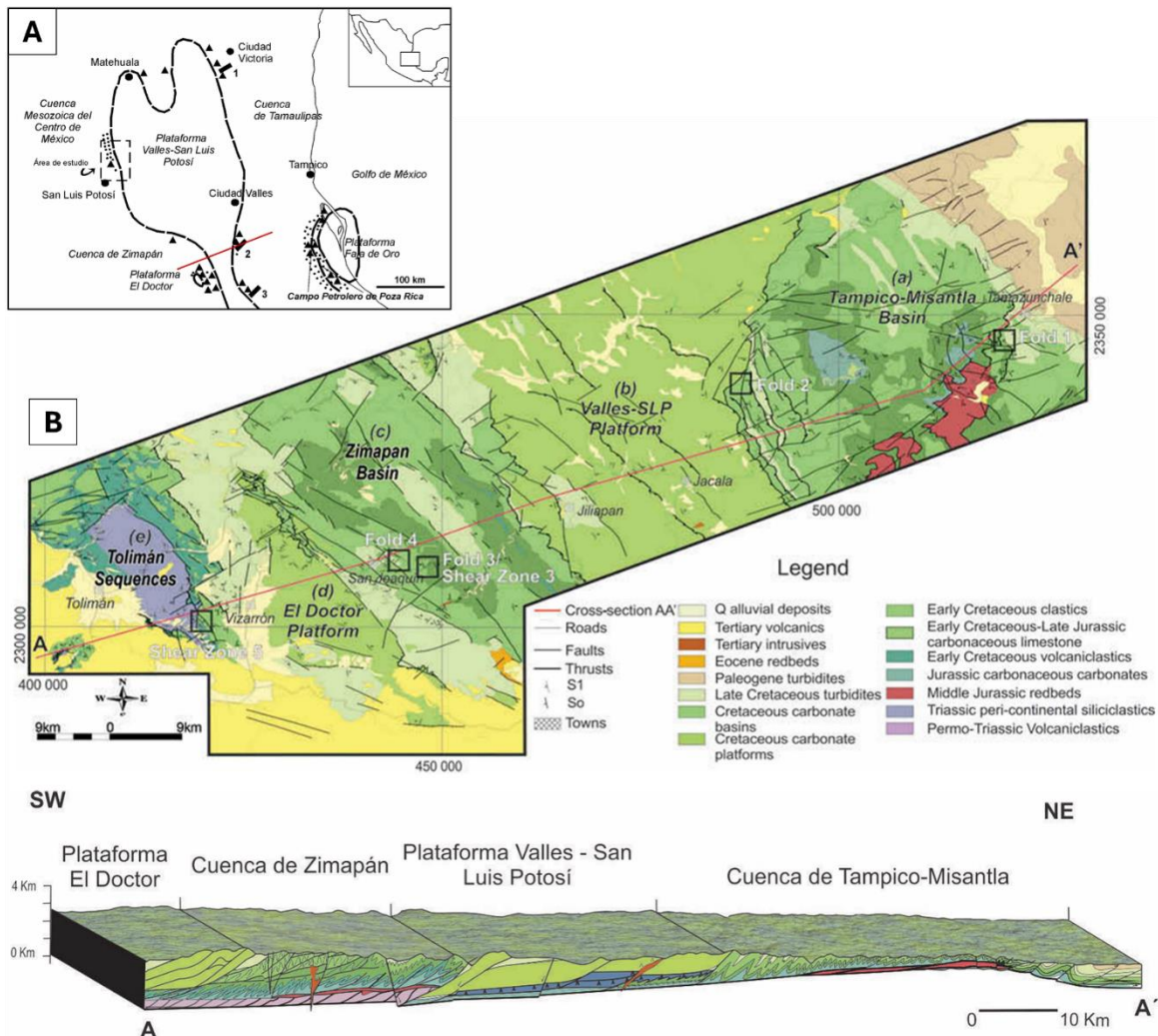


Figura 45. (A) Paleogeografía de la porción centro-oriental de México para el Albiano-Cenomaniano, mostrando las principales cuencas y plataformas del Cretácico medio. Tomado de (López-Doncel, 2003). (B) Sección que ilustra acortamiento de cuatro elementos paleogeográficos, dos plataformas marinas (El Doctor y Valles-San Luis Potosí) y dos cuencas sedimentarias (Zimapán y Tampico-Misantla). Tomado de (Aguilar-Ramírez et al., 2017) y modificado de (Fitz-Díaz et al., 2011b, 2014).

Aguilar-Ramírez et al., (2017b) menciona: “En las rocas de la Plataforma El Doctor se desarrollaron principalmente cabalgaduras. La parte oriental de dicha plataforma cabalga sobre rocas de la Cuenca de Zimapán, donde la deformación propició el emplazamiento de anticlinales y sinclinales asimétricos con sus flancos frontales invertidos, inclinados hacia el suroeste (Carrillo-Bravo, 1971). El borde oriental de la Cuenca de Zimapán cabalga, a su vez, sobre la Plataforma Valles-San Luis Potosí, la cual muestra deformación similar a la de la Plataforma El Doctor. Asimismo, la Plataforma Valles-San Luis Potosí cabalga en su borde oriental sobre

la Cuenca Tampico-Misantla, que presenta desarrollo de pliegues transportados en dirección ENE. Es decir, las cuencas y plataformas se invirtieron, pasando a ser elementos topográficos positivos, en forma de escamas tectónicas imbricadas hacia el oriente, y registran una propagación en la intensidad de la deformación con esfuerzos orientados de SW a NE (Campa-Uranga, 1983; Davis et al., 1983; Eguiluz de Antuñano et al., 2000; Fitz-Díaz et al., 2011, 2014; Fitz-Díaz et al., 2018)".

Posteriormente, durante el Eoceno temprano (52 Ma) (Schellart et al., 2010) ocurre la separación de la placa Vancouver al norte de Farallón en el margen occidental de México e inicia la formación de una "*slab window*" que progresivamente crece hacia el N y el S debido a la remoción de fragmentos de la placa en subducción. Hace aproximadamente 30 Ma el régimen tectónico experimentó una transformación significativa con el primer contacto entre las placas Pacífico y Norteamérica (Ferrari et al., 2018). Este evento marcó la transición de un margen convergente a un límite transformante y el proceso eventualmente llevó a la apertura del Golfo de California (Figura 46).

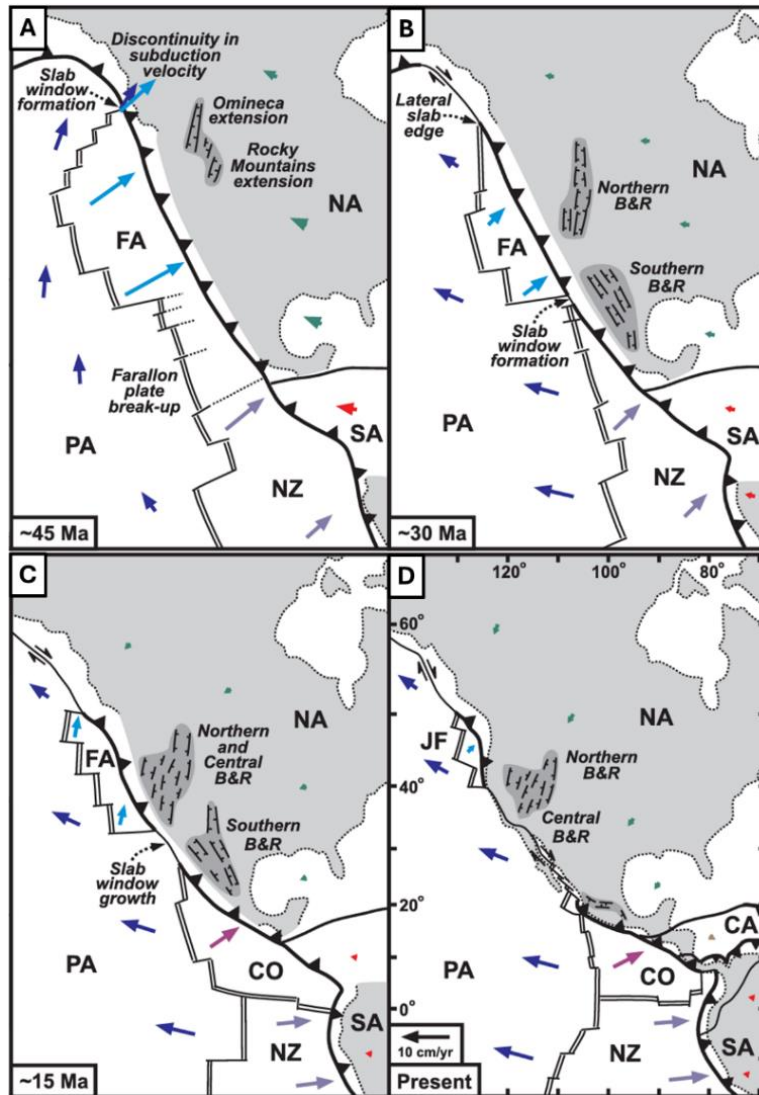


Figura 46. Reconstrucción del margen de subducción de la Placa Farallón y Norteamérica durante el (A) Eoceno medio, (B) Oligoceno, (C) Mioceno medio y (D) Cuaternario en la actualidad. La longitud de las flechas muestra la velocidad relativa de movimiento de las placas. B&R: Provincia extensional Basin and Range. Las abreviaciones de las placas son: CO: Cocos; FA: Farallón; JF: Juan de Fuca; NA: Norteamérica; NZ: Nazca; PA: Pacífico; SA: Sudamérica; V: Vancouver. Modificado de (Schellart et al., 2010). [Click or tap here to enter text.](#)

Del Pilar-Martínez, (2021) concluye que “es posible que esta reorganización del límite de placas se vea reflejada en los tensores cinemáticos calculados, ya que la orientación de la extensión principal cambia de NE–SW para el estado biaxial, a una dirección principal de extensión ENE–WSW en el estado triaxial. De haber ocurrido esto, el ligero cambio en la dirección principal de extensión en la Mesa Central se vio favorecido por el cambio del movimiento relativo de las placas tectónicas Farallón y Norteamérica durante el Cenozoico”. También, los episodios de extensión

y magmatismo durante el Oligoceno y Mioceno han sido asociados con periodos de altas tasas de subducción y el retroceso (*rollback*) de la placa Farallón, proceso que pudo generar un flujo de material astenosférico más caliente (*slab window*) en la cuña del manto (Ferrari et al., 2018; A. F. Nieto-Samaniego et al., 1999).

Por su parte, Ferrari et al., (2018) analizó la variación magmática en espacio-tiempo desde el Cretácico Superior al Mioceno en la porción Oeste de México, empleando un subconjunto de la base de datos MexIDB con 4255 edades entre 100 y 5 Ma (Figura 47). Esta área cubre Baja California, el Golfo de California, la SMO y la Mesa Central y se considera representativa del magmatismo que ocurre dentro del límite de la placa que experimentó la transición de convergencia a divergencia oblicua. Por otro lado, MexIDB es una extensa base de datos geocronológicos y geoquímicos de rocas ígneas de México obtenidas por los métodos U-Pb, Ar-Ar y K-Ar (Bryan et al., 2014; Gómez-Tuena et al., 2007; A. F. Nieto-Samaniego et al., 1999 y datos producidos por grupo de trabajo de Ferrari entre 2012 y 2018). Dicho análisis muestra que el magmatismo continental en el Oeste de México ha sido relativamente continuo desde finales del Cretácico, sin embargo, la actividad magmática del Cretácico tardío al Mioceno Tardío se puede dividir en dos amplios periodos: 1) de la actividad magmática sinorogénica y 2) de actividad magmática asociada a extensión, con una transición entre periodos durante el Eoceno temprano de relativa escasez de actividad ígnea.

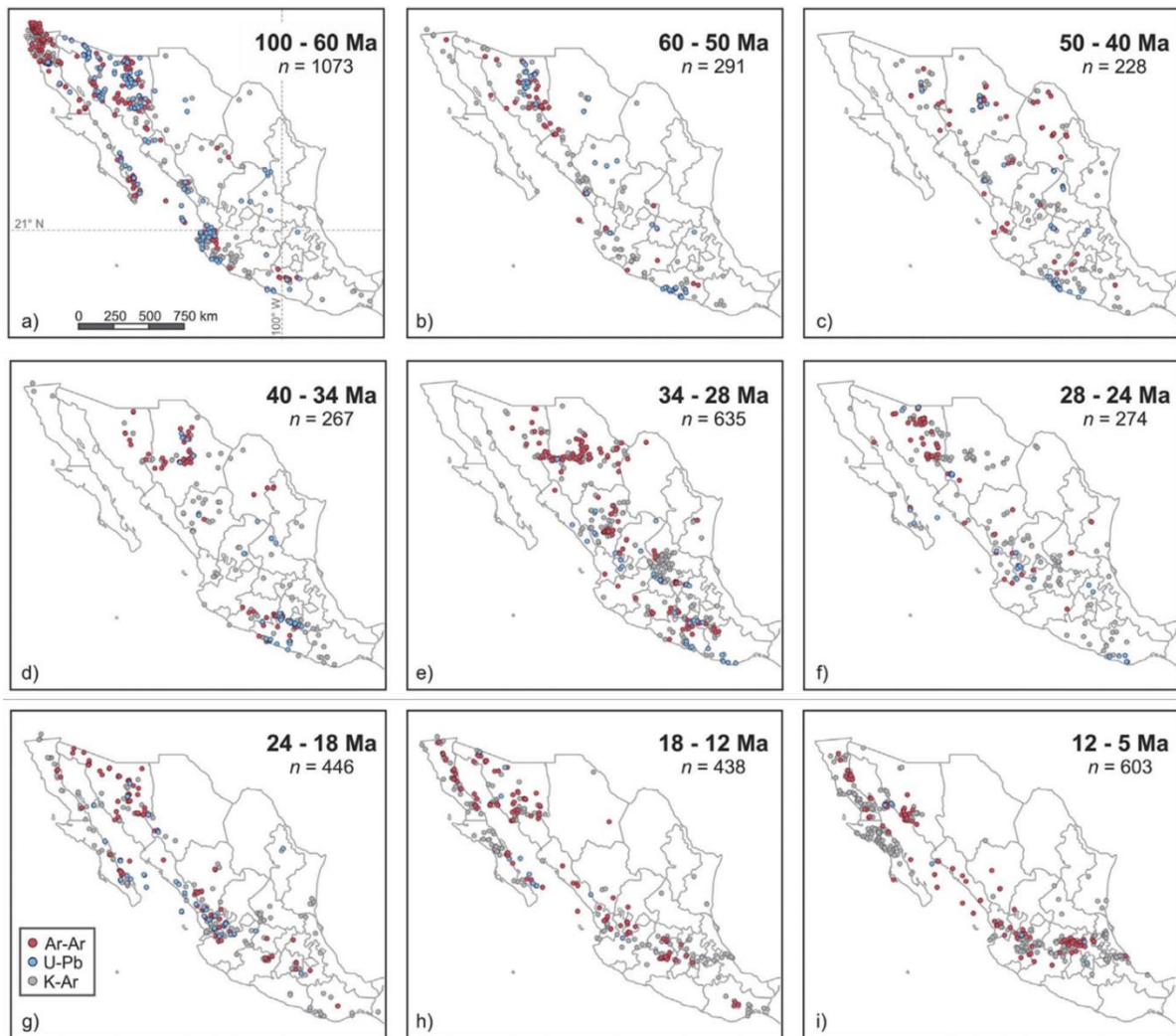


Figura 47. Análisis de la variación magmática en espacio-tiempo en la porción Oeste de México en el periodo comprendido entre 100 Ma y 5 Ma. El número n indica el número de datos empleados en cada ventana de tiempo. Tomado de Ferrari et al., (2018).

Provincia Fisiográfica Mesa Central

Por su parte, la Mesa Central (MC) es una provincia fisiográfica localizada en la parte centro-norte de México dentro de la Cuenca Mesozoica del Centro de México y se caracteriza por ser una región elevada con desniveles topográficos moderados, sus límites geográficos están definidos por importantes estructuras tectónicas (Figura 48). Al norte, se encuentra el Sector Transversal de Parras del CPCM; hacia el Sur, se encuentra la Falla del Bajío, con registros de actividad desde el Eoceno hasta el Mioceno tardío (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005), además del graben de

Aguascalientes. En el oeste, el Sistema de Fallas San Luis-Tepehuanes (SFSLT) con actividad registrada desde el Eoceno hasta el Oligoceno, con episodios de movimiento también en el Plioceno y Cuaternario en el segmento Noroeste, en su mayoría fallas normales, evidenciando un régimen predominantemente extensional, (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023). En el este, el Sistema de Fallas Taxco-San Miguel de Allende (SFTSMA) conforma el límite entre la Cuenca Mesozoica del Centro de México y las plataformas marinas Valles-San Luis Potosí y Guerrero-Morelos, es un rasgo paleogeográfico del Mesozoico de más de ~600 km de longitud que marca la transición entre una zona de plataforma continental y una de mayor batimetría. Dicho cambio de pendiente y las diferencias en espesores corticales preexistentes se proponen como el origen de la discontinuidad que controló la ubicación del fallamiento del SFTSMA durante el Cenozoico (Alaniz-Álvarez & Nieto-Samaniego, 2005).

La cinemática y edad de actividad del SFTSMA varían en sus distintas zonas: en la MC y en la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) están construidas por fallas normales cenozoicas de rumbos N-S, NNW-SSE y NNE-SSW. Más al sur, entre la sierra de Catorce y la ciudad de San Luis Potosí, la traza del SFTSMA se ubica sobre el talud occidental de la plataforma Valles-San Luis Potosí. Xu et al., (2021) documentaron, la reactivación de estructuras mesozoicas durante la extensión cenozoica. Ellos muestran que el graben de Arista Ahualulco reactivó estructuras de acortamiento mesozoico de orientaciones NW-SE y NNW-SSE y propone que la estructura N-S del SFTSMA fue segmentada con sentido lateral izquierdo a través del sistema de fallas San Luis-Tepehuanes (SFSLT), descrito más adelante.

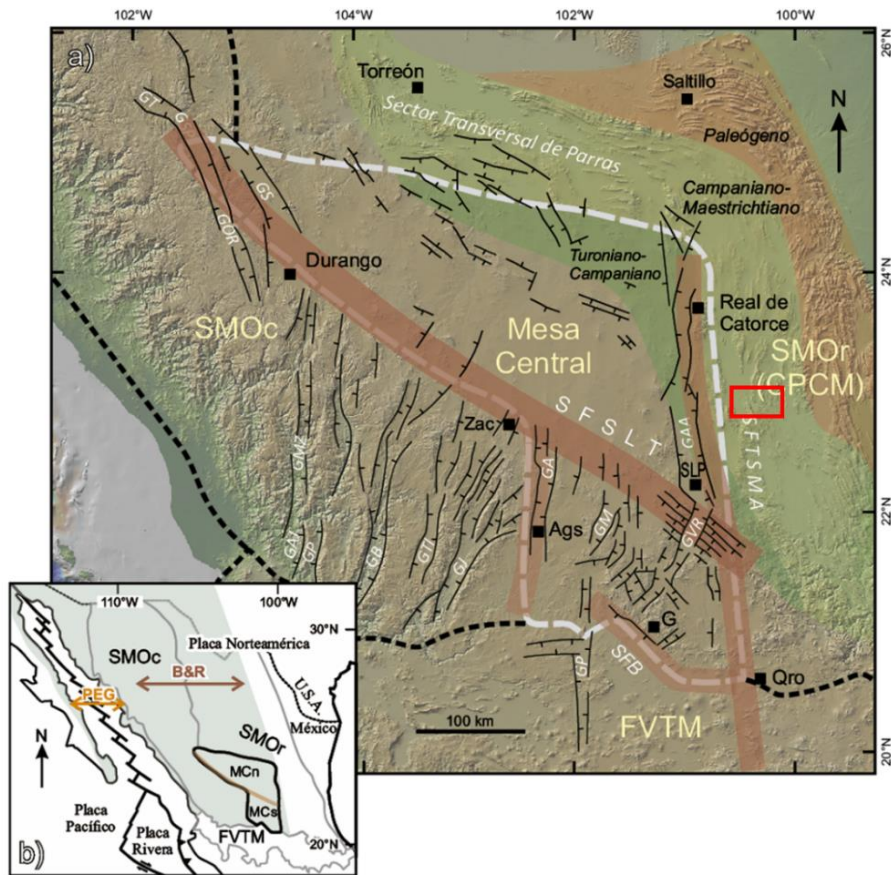


Figura 48. Ubicación del CVSD (recuadro rojo) dentro del contexto fisiográfico de México. Provincia volcánica Sierra Madre Occidental (SMOc), Sierra Madre Oriental (SMOr) que forma parte del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (CPCM), Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) y Mesa Central (MCn). Las franjas coloreadas de la parte superior derecha indican la temporalidad de las estructuras de acortamiento del CPCM. Modificado de Nieto-Samaniego et al., (2023).

La MC se divide en dos regiones distintas cuya separación está marcada por el Sistema de Fallas San Luis-Tepehuanes (SFSLT), un lineamiento NW-SE de ~1600 kilómetros de longitud; la región sur es predominantemente montañosa y presenta altitudes superiores a los 2000 metros sobre el nivel del mar, esta área está cubierta mayormente por rocas volcánicas del Cenozoico. En contraste, la región norte, que ocupa una mayor extensión, se encuentra en un estado más avanzado de erosión y exhibe grandes cuencas continentales llenas de sedimentos aluviales y lacustres, con una topografía menor a los 2000 m.s.n.m.

Las rocas más antiguas que afloran en la MC son facies marinas del Triásico seguidas de depósitos continentales del Jurásico. Desde el Oxfordiano hasta el final

del Cretácico prevalecieron condiciones marinas, estas formaciones se organizan en tres conjuntos principales: la Plataforma Valles-San Luis Potosí, la Cuenca Mesozoica del Centro de México, y los conjuntos volcanosedimentarios marinos en los límites Oeste y Sur (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005). Cada uno de estos conjuntos aporta características distintivas, desde facies arrecifales en el margen oriental hasta secuencias de lutitas y areniscas calcáreas en el centro y todas estas formaciones muestran deformación producto del orógeno mexicano.

Por su parte, (Rodríguez-Hernández et al., 2009) realizó la columna estratigráfica (Figura 49) de las unidades que afloran en el margen occidental de la Plataforma Valles-San Luis Potosí y su transición a la Cuenca Mesozoica del Centro de México de acuerdo con lo descrito por (Carrillo-Bravo, 1971; López-Doncel, 2003) desde Cretácico hasta la actualidad. Unidades importantes presentes en la columna estratigráfica son por una parte la formación Guaxcamá que es una secuencia evaporítica en la porción central de la Plataforma Valles-San Luis Potosí con extensión de 35 Km de largo por 10 Km de ancho (Carrillo-Bravo, 1971), sus afloramientos se encuentran limitados a la porción centro-oriental del estado de San Luis Potosí, particularmente en algunas localidades de la Sierra de Guadalcázar, en el núcleo del Anticlinal de Santo Domingo y de Guaxcamá. Por su parte, la Caliza El Abra incluye los carbonatos de la Plataforma Valles-San Luis Potosí y de la Faja de Oro de edad Albiano-Cenomaniano (*Figura 45-A*), incluyendo a las facies El Abra (interior de la plataforma) y Taninul (borde de la plataforma); estas facies fueron cartografiadas por el autor separadas de la facies de talud (Formación Tamabra) (Suter, 1990). Estas dos formaciones fueron plegadas durante el orógeno mexicano; sobreyaciendo en discordancia angular se encuentran rocas continentales del Cenozoico que incluyen conglomerados, rocas volcánicas andesíticas y riolíticas, riolitas "topacíferas" y basaltos alcalinos del Mioceno y Cuaternario, el CVSD es un ejemplo de vulcanismo de entre 0.35-0.45 Ma (Aranda-Gómez et al., 2005) que se ubicado dentro del recuadro rojo de la Figura 49.

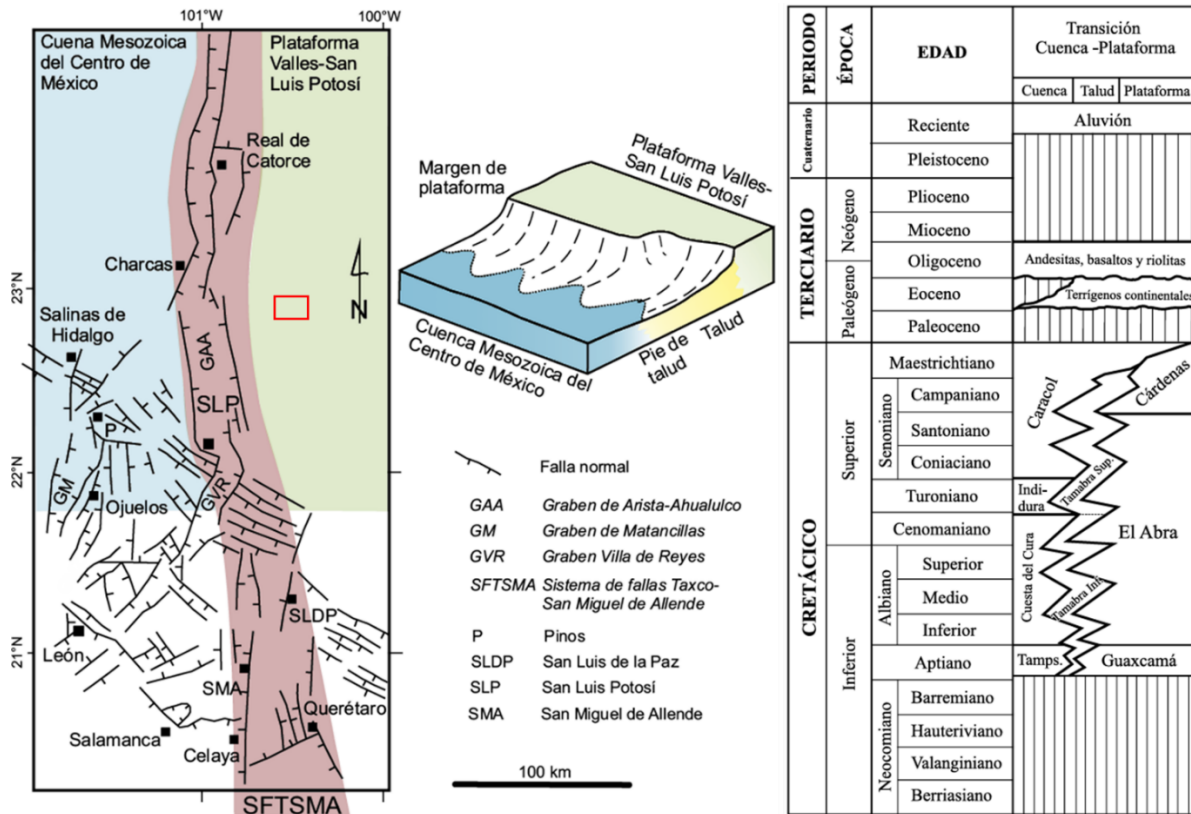


Figura 49. Esquema estructural del sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (SFTSMA). El diagrama ilustra al SFTSMA cómo el talud entre la plataforma Valles-San Luis Potosí y la Cuenca Mesozoica del Centro de México; el recuadro en rojo ubica al CVSD. Modificado de (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023). A la derecha la columna estratigráfica de las unidades del Cretácico a la actualidad que afloran en el área de estudio en el margen occidental de la Plataforma Valles-San Luis Potosí y su transición a la Cuenca Mesozoica del Centro de México, modificado de (Rodríguez-Hernández et al., 2009). Las unidades de cuenca corresponden a las descritas por (Carrillo-Bravo, 1971; López-Doncel, 2003).

La estructura cortical de la MC y el CPCM anteriormente denominado Sierra Madre Oriental (SMOr) y de la Sierra Madre Occidental (SMOc) ha sido interpretada mediante datos sísmicos a través de inversión de ondas Love y Rayleigh (Fix, 1975; Hales et al., 1970; Rivera & Ponce, 1986). Posteriormente, la interpretación de la estructura cortical a partir del análisis de un perfil gravimétrico, flujo de calor y profundidad de punto de Curie que se extiende a lo largo del Trópico de Cáncer, desde la península de Baja California hasta el Golfo de México, (Kerdan, 1992) concluye:

1. Los valores de la anomalía de Bouguer sobre la Mesa Central son más negativos (-220 mGal) de lo que debería corresponder a un espesor de la

corteza de 30 km, esto indica que el manto superior está más caliente de lo normal.

2. La Mesa Central está isostáticamente compensada.
3. La Mesa Central se caracteriza por un alto flujo de calor superficial que se debe al alto flujo de calor proveniente del manto ya que la producción de calor radioactivo en la corteza es baja.
4. La profundidad del punto de Curie (23.5-25.5 km) es más somera que el Moho (30 km).

Para la construcción del modelo tomó como referencia las densidades establecidas en los modelos sísmicos previamente mencionados y sus resultados indican que el espesor más probable de la corteza en la MC es de aproximadamente 32 km, en contraste con los valores estimados para la SMOr y la SMOc, que presentan espesores de alrededor de 37 km y 40 km, respectivamente.

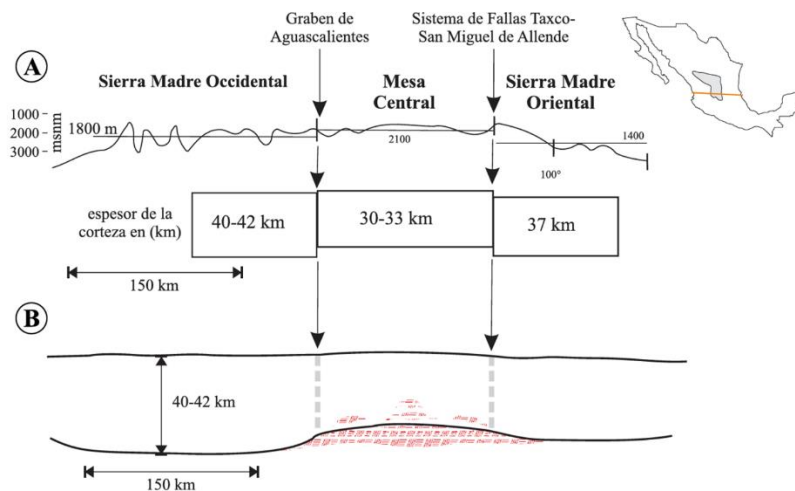


Figura 50. Interpretación del espesor de la corteza a partir de datos gravimétricos y sísmicos en el centro de México. Tomado de (Del Pilar-Martínez, 2021) y modificado de (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005).

Asimismo, (Fix, 1975) interpretó que en la base de la corteza de la MC existe una zona de fusión parcial con un 20% de derretimiento, la cual se extiende hasta una profundidad de 260 km. Esta hipótesis es respaldada por estudios petrológicos de xenolitos del manto y la corteza inferior transportados por basanitas cuaternarias en

el estado de San Luis Potosí, Hayob et al. (1989) obtuvieron información indirecta sobre la temperatura en la base de la corteza a partir del análisis de xenolitos de cerro El Toro y Grupo Ventura en la región Sur de la Mesa Central. Sus estimaciones se basaron en las temperaturas de granulitización, que oscilan entre 950 y 1125 °C, así como en los valores de exsolución de feldespatos y homogeneización de plagioclasa, calculados en un rango de 850 a 900 °C.

A partir de estos datos, los autores sugirieron que un proceso de granulitización ha afectado la corteza inferior de la MC y concluyen que la temperatura actual en la base de la corteza probablemente no sea inferior a 850 °C, estas condiciones han sido vinculadas con la adición de magmas basálticos en la base de la corteza (*underplating*), mediante el cual el ascenso de material mantélico parcialmente fundido bajo la región elevada provocó el calentamiento de la parte media e inferior de la corteza. Más recientemente, Solari et al., (2022) reportan circones con edades del Mioceno Tardío (12.9–6.2 Ma) contenidos en xenolitos granulíticos de protolito sedimentario con temperaturas de cristalización de 872–969 °C. Inclusiones de CO₂ en xenolitos ultramáficos (mantélicos) (Levresse et al., 2016) determinaron presiones en tres grupos de inclusiones fluidas: uno con presiones de ~8 kbar, otro con presiones entre 5 kbar y 7 kbar, y el tercero <3 kbar. El grupo de más alta presión de fluidos (~8 kbar) ubica la zona cercana al Moho en ~28 km de profundidad si se considera una densidad promedio de 2.9 g/cm³.

(A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023 y autores citados dentro) realizó una recopilación de la localización y edades isotópicas mediante los métodos U-Pb en zircón, U-Pb en apatito y K-Ar reportadas de los cuerpos intrusivos en la MC (Figura 51-A). Estos se encuentran emplazados en rocas sedimentarias mesozoicas plegadas de edades entre el Triásico Tardío hasta el Cretácico Tardío. Las edades reportadas de los cuerpos intrusivos varían entre 70 y 30 Ma, lo que los califica como depósitos sinorogénicos del Cretácico Superior al Eoceno. Por otro lado, el vulcanismo máfico dentro de la zona de influencia del SFTSMA (Figura 51-B) es de edades entre 13.6-10.6 Ma en el Campo Volcánico Los Encinos y 0.45-0.35 Ma en

el Campo volcánico Santo Domingo (CVSD) (Aranda-Gómez et al., 2005). Díaz-Bravo et al., (2021) concluyen que estos eventos magmáticos son consistentes con los eventos tectónicos asociados con la dinámica de subducción de la placa Farallón.

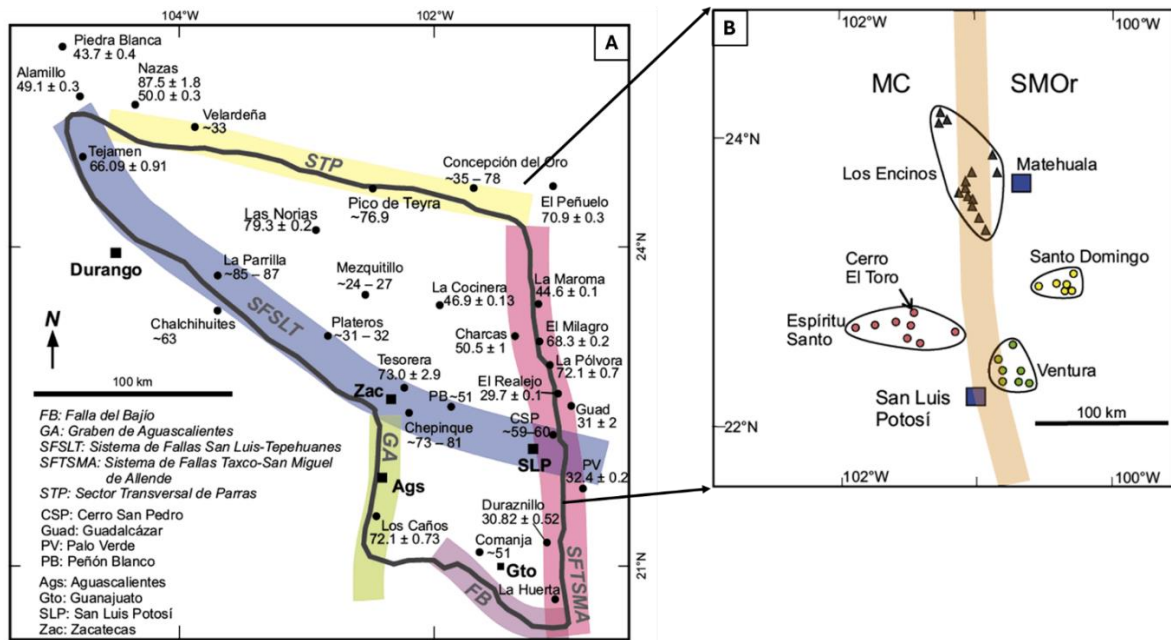


Figura 51. Esquema de la Mesa Central mostrando la localización de intrusivos y sus edades (A). Los números son las edades (Ma) con su respectivo error ($\pm 2\sigma$). Localización de los campos volcánicos de lavas máficas en SLP (B). Modificado de (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023).

(Ferrari et al., 2018) ha determinado que la extensión que afectó una amplia región del centro de México (~250 km de ancho) durante el Oligoceno Temprano (30 Ma) migró hacia el occidente, concentrándose en un área más reducida (~80-100 km), lo que dio lugar a la apertura del Golfo de California. Este cambio representó una transición de un modo de rift amplio a un modo de rift. Adicionalmente, bajo la consideración de que este proceso fue continuo (Del Pilar-Martínez, 2021) propone, que la deformación biaxial observada en la CPCM está relacionada con el incremento en la magnitud de la extensión, ya que en la MC las tasas de extensión oscilaron entre un 10% y un 20% durante el Oligoceno (Nieto-Samaniego et al., 1999; Xu et al., 2004), mientras que Stock y Hodges, (1989) reportaron que en la

Provincia Extensional del Golfo de California (PEGC), la extensión con dirección ENE alcanzó valores del 66% al 78% desde el Mioceno Tardío. De manera complementaria, (Bryan et al., 2014; Ferrari et al., 2018) documentaron evidencia de extensión de edad Oligoceno Tardío-Mioceno Temprano en la PEGC.

La interpretación más aceptada (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005; A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023), plantea que la estructura de la MC corresponde a corteza delgada y elevada, delimitada por sistemas de fallas de escala cortical que la separan de las provincias adyacentes, caracterizadas por una corteza más gruesa y menores elevaciones promedio (*Figura 50*). Este levantamiento cortical ha sido atribuido a un proceso de “*underplating*”, mediante el cual el ascenso de material mantélico parcialmente fundido bajo la región elevada provocó el calentamiento de la parte media e inferior de la corteza, (Fix, 1975) plantea esta hipótesis como un fenómeno recurrente en la formación de mesetas elevadas a nivel global. Esta hipótesis es fundamentada fuertemente por datos de la velocidad de propagación de ondas sísmicas y estimaciones mediante el método gravimétrico y magnéticos de costa a costa del país sobre el trópico de Cáncer, apoyada por evidencia de estructuras de debilidad corticales activas durante los regímenes de compresión y posteriormente de extensión durante la evolución tectónica del país y análisis geoquímicos de vulcanismo con presencia de xenolitos en las zonas de debilidad cortical que limitan la MC.

En contraparte, (Peredo et al., 2021) realizó un análisis en 2-D para la porción límite entre la MC y el CPCM, similar a (Kerdan, 1992) realizó la estimación de la profundidad del punto de Curie (CDP por sus siglas en inglés) a partir de datos magnéticos. También la estimación del contacto Manto- Corteza a partir de datos gravimétricos mediante el método Espectro de Potencia Promediado Radialmente (RAPS por sus siglas en inglés). Sus resultados sugieren una variación en el espesor de la corteza en los bloques norte y sur de la MC (*Figura 52-B*) con una profundidad promedio entre 38-42 km la región central de su estudio, una zona de mayor profundidad (hasta ~50 km) en el bloque sur de la MC y regiones de menor

profundidad (entre 28-34 km) en la porción Oeste de sus datos y en correspondencia con el frente de deformación del CPCM. También estimó la profundidad del punto de Curie (Figura 52-A) promedio ~ 40 km para la MC al este del SFTSMA y aproximadamente ~ 34 km en la porción del CPCM, con regiones de “corteza caliente” donde la profundidad de punto de Curie sube hasta ~ 18 km en correspondencia con regiones de mucho fallamiento. Adicionalmente, a través de análisis de la anomalía de isostática de Airy-Heiskanen concluye que la MC se encuentra en descompensación isostática, a pesar de ser una región con elevación promedio superior a las provincias fisiográficas aledañas, lo que sugiere una raíz cortical más profunda en comparación con el CPCM. Sus análisis siguen la metodología de (Kerdan, 1992) sin embargo llegan a conclusiones contradictorias.

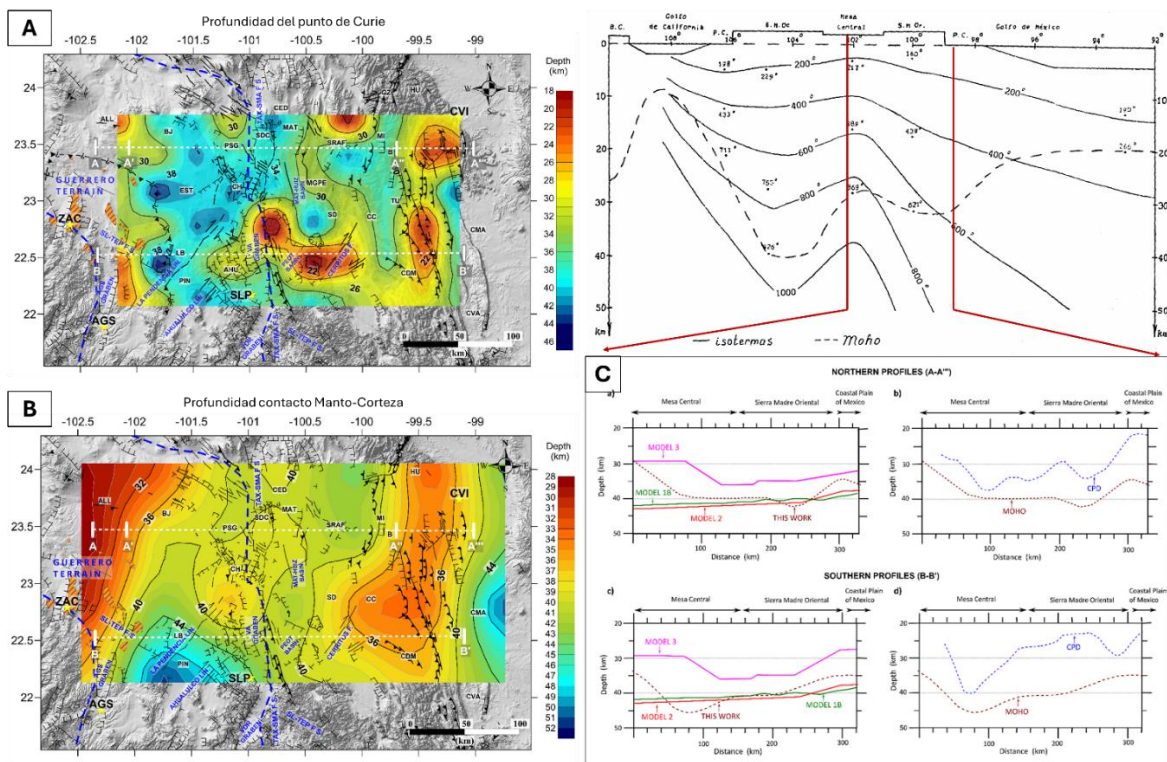


Figura 52. Perfiles de estimaciones de profundidad de contacto Manto-Corteza y profundidad de punto de Curie en el centro de México. Tomado y modificado de (Kerdan, 1992) y de (Peredo et al., 2021).

Aunque la extensión espacial de su análisis no es suficiente para dar contexto regional a su interpretación, más adelante se profundiza en la discusión sobre si ambas interpretaciones son o no mutuamente excluyentes. Por otro lado, (Szwilius

et al., 2019) realizó una estimación del espesor de la corteza a nivel mundial mediante análisis estadístico de datos sísmicos, seleccionaron 6,340 sismos (Figura 53-A) que registraron el límite de Moho de la base de datos GSC del USGS. Sus resultados muestran un engrosamiento del espesor de la corteza en la porción central de México (Figura 53-B).

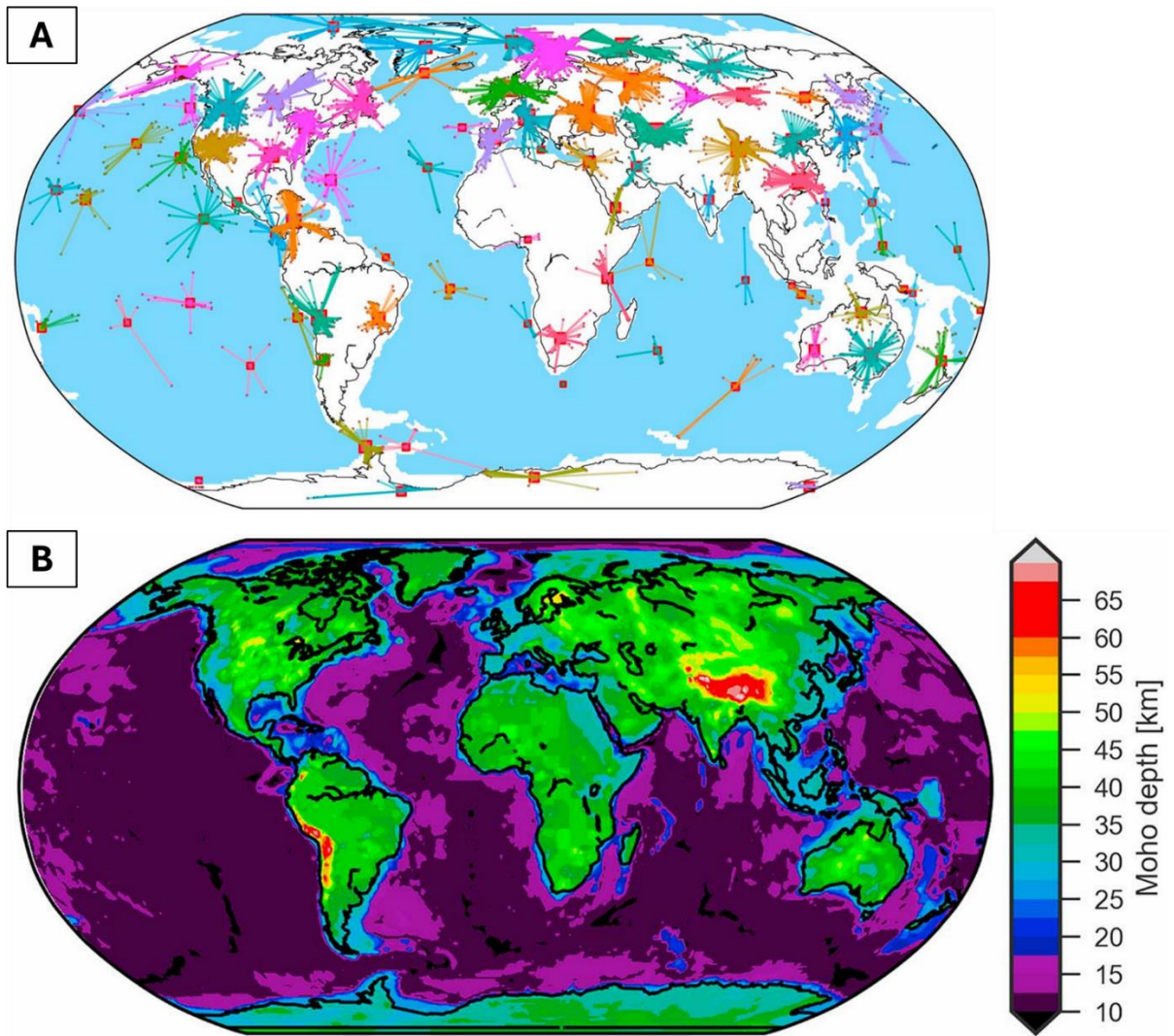


Figura 53. Estimación de la profundidad del contacto Manto-Corteza a partir de datos sísmicos. Tomado de (Szwilius et al., 2019).

Campo Volcánico Santo Domingo

El Campo Volcánico Santo Domingo (CVSD) se ubica aproximadamente a 100 km al Noreste de la ciudad San Luis Potosí, en la porción oriental del sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (SFTSMA), entre las provincias fisiográficas MC y el CPCM (Figura 48). Este campo volcánico se conforma de tres maares cuaternarios (Santo Domingo, Joya de los Contreras, El Banco), dos conos cineríticos (Joya Prieta y Cerro El Apaste) y un campo de lava (San Juan sin Agua) como ilustra la (Figura 54). En la zona donde se localizan los cráteres del Campo Volcánico Santo Domingo se presenta una variación pronunciada en dirección de los ejes de las estructuras laramídicas podría indicar una modificación tectónica significativa que habría influido en la actividad volcánica (Aranda-Gómez et al., 1993). Al sur del CVSD, los pliegues están orientados hacia el N45W, en contraste, a unos pocos kilómetros al norte, estas estructuras cambian su orientación hacia N12E.

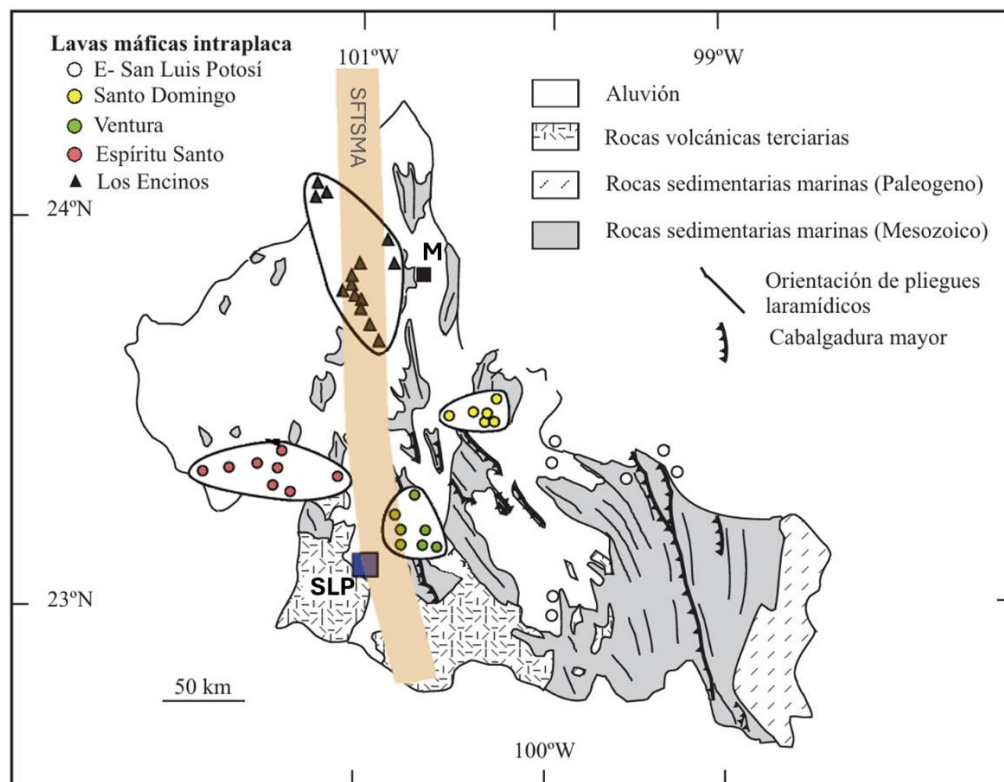


Figura 54. Mapa geológico generalizado de San Luis Potosí con la localización de los campos volcánicos de lavas máficas del estado de San Luis Potosí. En él se muestran la localización de campos volcánicos de tipo intraplaca. Las localidades al este del meridiano 100°W (círculos en blanco) generalmente carecen de inclusiones (xenolitos y/o megacrístales). Clave de localidades: M=Matehuala, SLP=San Luis Potosí. Modificado de (Aranda-Gómez et al., 2005) y (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023).

Los conos volcánicos de esta región presentan superficies cordadas bien conservadas, lo que sugiere una actividad volcánica relativamente reciente. La actividad del CVSD es Cuaternaria, Aranda-Gómez & Luhr, (1996) reportan actividad del Mioceno Tardío-Cuaternario (0.35-0.45Ma.), más recientemente (Venegas-Rodríguez et al., 2024) reporta la edad de un derrame basáltico post maar en la Joya de Los Contreras datada mediante el método Ar-Ar en 447 ± 11 ka. Las rocas volcánicas del CVSD son predominantemente máficas (basaltos alcalinos y hawaiitas) con SiO₂ entre 45 a 51% de su peso (Luhr et al., 2006), todos estos volcanes presentan xenolitos de peridotita y piroxenitas del manto, así como conjuntos complejos de granulitas feldespáticas provenientes de la corteza inferior con composiciones variables (Hayob et al., 1989). Un rasgo distintivo de los volcanes del campo volcánico de Santo Domingo es la abundancia de megacristales de kaersutita que se cree proceden de hornblenditas desarrolladas en el manto superior (Luhr & Aranda-Gomez, 1997; Pier et al., 1989).

(Luhr et al., 1989) reporta que los xenolitos de CVSD, principalmente lherzolitas con espinela, indican un origen de los magmas en el manto, presentan texturas porfidoclásticas que indican ascenso más lento en contraste con la textura protogranular observada en las peridotitas del Campo Volcánico Ventura-Espíritu Santo, lo que se ha interpretado como evidencia de la posible presencia de un diapiro en el manto, aunque esta interpretación carece de respaldo adicional. También se encontraron xenolitos compuestos, con vetillas de hornblendita cortando la foliación de las peridotitas, confirmando el origen en el manto de las fases hidratadas (kaersutita, flogopita y pargasita). La presencia de anfíboles hidratados como kaersutita y pargasita en los xenolitos apunta a procesos metasomáticos en el manto superior donde la kaersutita podría haberse formado en las fases iniciales del vulcanismo de intraplaca o en rocas cumuloefíricas a alta presión, mientras que la pargasita parece ser producto del metasomatismo generado por fluidos. Las evidencias de contaminación cortical significativa documentadas por (Luhr et al., 2001) sugiere que estos magmas no reflejan fielmente la geoquímica de sus fuentes ya que los procesos experimentados durante

su ascenso oscurecen en muchas de las características geoquímicas heredadas directamente de las rocas madre. Mientras que (Dávalos-Elizondo, 2011; Dávalos-Elizondo et al., 2016) concluye que los datos geoquímicos obtenidos en roca total no dan respuestas concluyentes sobre si los xenolitos fueron o no afectados por metasomatismo.

Evolución del Maar Joya de Los Contreras

El Maar Joya de Los Contreras (JLC) es una estructura volcánica freatomagmática ubicada a 3 km al norte del poblado de Santo Domingo, San Luis Potosí, México. JLC es un cráter elíptico excavado en rocas calcáreas de la Formación El Abra (Cretácico Superior). Tiene un diámetro promedio de 1,160 m y una profundidad de 210 m.

El mapa geológico-estructural semiregional de la JLC cubre una superficie de 15 km², (Venegas-Rodríguez et al., 2024) reporta 16 secciones litoestratigráficas en el perímetro del anillo de tobas, dichas secciones se empleando para identificar las facies presentes en cada depósito a lo largo de la secuencia y se emplearon para construir una columna vulcanoestratigráfica general de la JLC (Figura 56). Se identificaron 8 litofacies en los depósitos piroclásticos de la JLC, estas incluyen tobas masivas y estratificadas, brechas tobáceas, depósitos de caída, y lavas y aglomerados en las unidades pre y post-maar. Además, realizó un análisis de los impactos de materiales balísticos, como basalto, fragmentos de caliza y peridotitas. Los datos de estos impactos se utilizaron para triangular la ubicación de al menos dos posibles centros eruptivos (Figura 55-b).

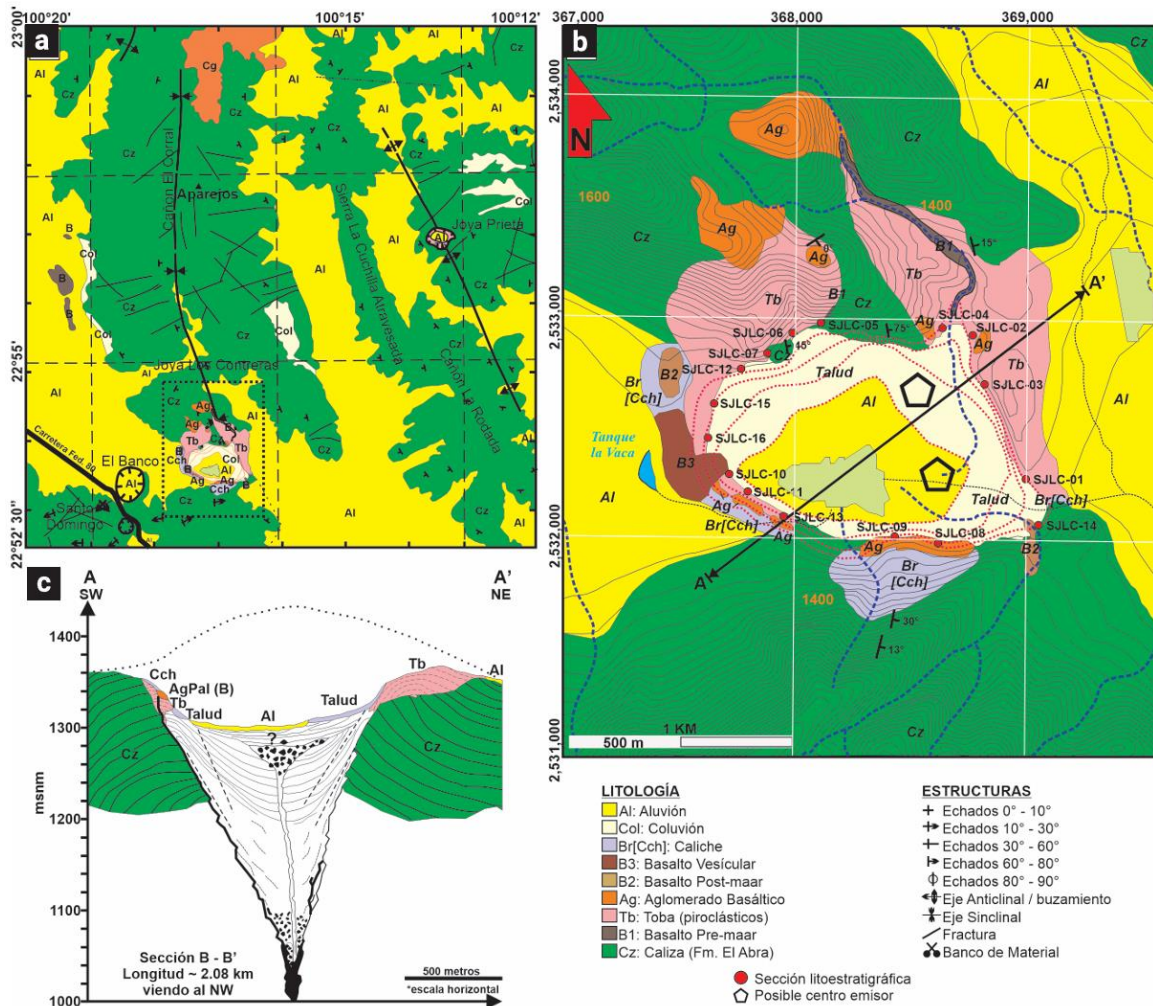


Figura 55. a) Mapa geológico-estructural semi regional del Campo Volcánico Santo Domingo, la tendencia de la estructura (sinclinal) es de rumbo NNW, presentando un fracturamiento perpendicular al eje principal del sinclinal, el cual está afectando calizas de la Formación El Abra. b) Plano Geológico a detalle del maar Joya de Los Contreras mostrando las unidades que conforman la estratigrafía de la zona. Modificado de (Venegas-Rodríguez et al., 2024).

La información cartográfica recopilada permitió reconstruir la historia eruptiva y los procesos de emplazamiento de los productos volcánicos de la JLC. (Venegas-Rodríguez et al., 2024) establece cinco fases eruptivas, desde una fase efusiva-estromboliana pre-maar hasta una fase freatomagmática explosiva, culminando con una fase estromboliana-efusiva post-maar. Aunque no hay evidencia directa de una diatrema a profundidad, su existencia se infiere en base a criterios geomorfológicos como el alto volumen de material calcáreo lítico en el anillo de tobas, la relación de aspecto del cráter y su relleno.

La columna vulcano estratigrafía de los depósitos del cráter elaborada por (Venegas-Rodríguez et al., 2024) exhibe las unidades litológicas identificadas, así como granulometría y el porcentaje de componentes en las muestras de cada unidad (Figura 56). Dicha información fue de gran utilidad para estimar los parámetros físicos de los materiales presentes en la zona de estudio, como la densidad o la cantidad de minerales magnéticos presentes en las unidades litológicas.

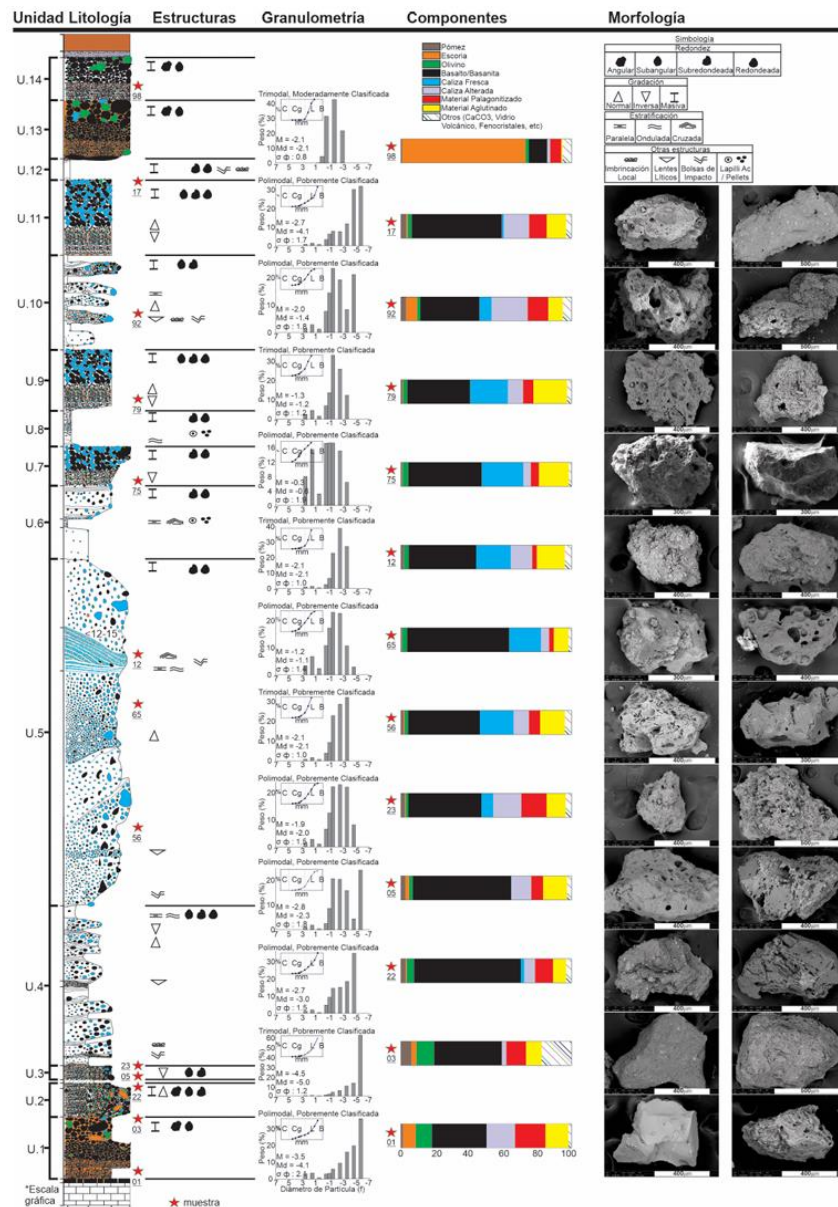


Figura 56. Columna vulcano-estratigráfica general del cráter Joya Los Contreras, elaborada por (Venegas-Rodríguez et al., 2024).

Finalmente, la evolución eruptiva reconstruida basada en la estratigrafía y el análisis de litofacies de la JLC, se divide en cinco fases eruptivas:

- Fase 1 (Pre-maar): Actividad efusiva a estromboliana, con emplazamiento de flujos de lava basáltica y aglomerados palagonitizados (Figura 56 - Unidades 1 y 2).
- Fase 2 (Formadora de Maar Basal): Transición de un estilo estromboliano a uno freatomagmático, con la formación de brechas escoriáceas y tobas estratificadas (Figura 56 - Unidades 3 y 4).
- Fase 3 (Formadora de Maar Intermedia): Actividad freatomagmática intensa, con la formación de una potente unidad de toba masiva rica en líticos de lapilli (Figura 56 - Unidad 5).
- Fase 4 (Formadora de Maar Superior): Actividad freatomagmática en condiciones de alta humedad, con la formación de depósitos de lapilli acrecional y pellets, intercalados con depósitos de caída (Figura 56 - Unidades 6 a 12).
- Fase 5 (Post-maar): Actividad estromboliana a efusiva, con emplazamiento de flujos de lava basáltica subalcalina y aglomerados palagonitizados (Figura 56 - Unidades 13 y 14).

Por otro lado, los análisis geoquímicos realizados por (Venegas-Rodríguez et al., 2024) de las rocas volcánicas de JLC indican principalmente que son basaltos subalcalinos, traquibasaltos, tefritas y basanitas, con una matriz de textura traquítica y abundantes microlitos de plagioclasa, además de fenocristales de olivino, clinopiroxenos y anfíboles (Figura 57-a). Algunas muestras de basalto palagonitizado contienen vesículas con bordes de palagonita, lo que sugiere interacción del magma con agua. Las rocas piroclásticas son principalmente tobas líticas de grano fino a grueso, compuestas de fragmentos juveniles como pómez y escoria, así como fragmentos accidentales de caliza y xenolitos de lherzolitas de espinela y granulitas feldespáticas; estas tobas presentan una matriz criptocristalina, mientras que las tobas de caída son clasto-soportadas con poca

matriz. Un análisis de discriminación tectónica como el diagrama Zr/Ti indica que los magmas de las muestras del CVSD son poco evolucionados y de tipo intraplaca (Figura 57-b).

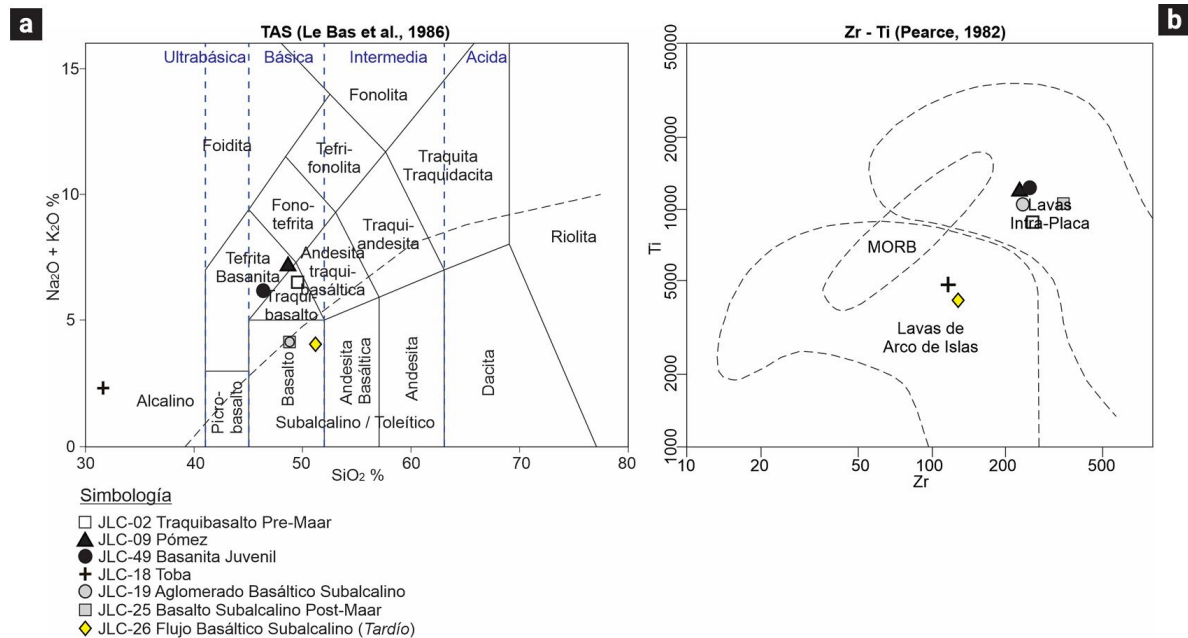


Figura 57. a) Diagrama de TAS, para rocas básicas a ultrabásicas, agrupando las rocas volcánicas de la zona como básicas-subcalcalinas (Tefrita/Basanita, traquibasalto y basalto), mientras que (+) una muestra de pómez fue clasificada como alcalina. b). Diagrama de discriminación tectónica Zr-Ti, clasificando las muestras procedentes de lavas intraplaca en su mayoría, a excepción de dos, identificadas como de arcos de islas, posiblemente siendo influenciadas por un proceso tectónico anterior a la tectónica intraplaca, más afín con un magmatismo tardío de magmas de arcos de isla. Tomado de (Venegas-Rodríguez et al., 2024).

La interacción del magma con las rocas calcáreas del basamento se refleja en la composición de las tobas, que presentan altos niveles de CaO. Esta interacción contribuye a la litificación de los depósitos piroclásticos y a la precipitación de minerales secundarios, como la chabasita. Además, los patrones de tierras raras normalizados a condritas y manto primitivo reportados por (Venegas-Rodríguez et al., 2024) muestran un enriquecimiento en tierras raras ligeras (LREE) y un empobrecimiento en tierras raras pesadas (HREE), lo que también sugiere un magma poco evolucionado. Adicionalmente, la ausencia de anomalías de Eu indica que no hubo una diferenciación significativa de plagioclasa durante su evolución.

Estructura Interna de Volcanes tipo Maar y su Respuesta Geofísica

Los volcanes monogenéticos basálticos se categorizan en cinco tipos generales, conos de escoria o ceniza, conos de salpicadura de lava, maar o maar-diatremas, anillos de toba y conos de toba, esta clasificación está basada en la geomorfología y el estilo eruptivo dominante. (Kereszturi & Nmeth, 2012) plantea que el estilo de erupción es el resultado de una interacción compleja entre parámetros de control internos y externos en el momento de la fragmentación del magma, donde la complejidad de la estructura del volcán monogenético aumenta con el número creciente o la combinación de fases eruptivas. Los autores proponen el mecanismo de construcción de un volcán de pequeño volumen depende de tres factores principales: el estilo de erupción, el ambiente sedimentario asociado durante una erupción y el número de fases de erupción. El espectro de volcanes monogenéticos basálticos se conforma por combinaciones de los parámetros de control internos y externos (Figura 58-A), donde los edificios volcánicos resultantes pueden ser simples, compuestos y complejos.

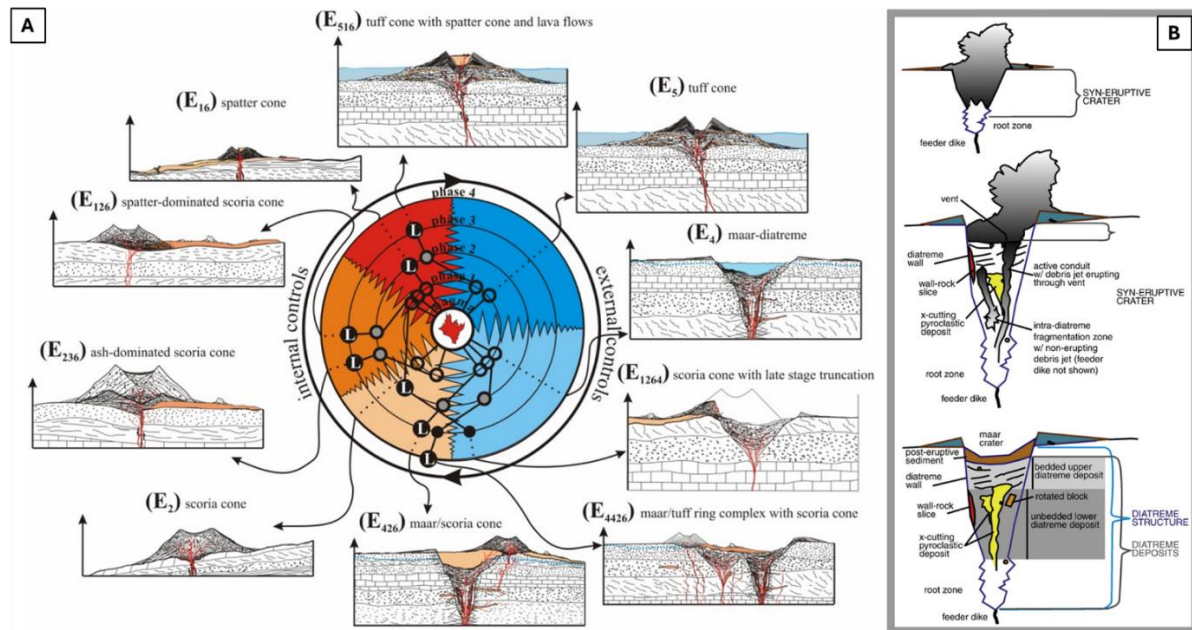


Figura 58. (A) Espectro de volcanes monogenéticos basálticos, ejemplo de historial de erupción (E) definido por un espectro de procesos eruptivos determinados por parámetros internos y externos en un momento dado. Tomado de (Kereszturi & Nmeth, 2012). (B) Secciones transversales esquemáticas de un volcán maar-diatrema en erupción (arriba), y del volcán después de que el cráter se ha llenado parcialmente con sedimentos post-eruptivos (abajo). Tomado de (White & Ross, 2011).

Sobre la estructura interna de un volcán tipo Maar, (White & Ross, 2011) realizó una revisión sobre volcanes tipo maar-diatrema, en las conclusiones de su revisión describen que los volcanes tipo maar-diatrema se forman a partir de erupciones explosivas que perforan profundamente la roca del país, generando un cráter superficial llamado maar, rodeado por un anillo de eyección, mientras que la diatrema se extiende hacia abajo, albergando depósitos volcánicos y una zona de raíz (Figura 58-B). Estas erupciones ocurren de manera episódica, y aunque los anillos de eyección brindan información valiosa sobre su evolución, no son registros completos de la formación del diatrema. Sus depósitos pueden ser inferiores no estratificados o superiores estratificados, dependiendo de su proceso de sedimentación. La zona de raíz representa la transición entre el dique magmático alimentador y los depósitos clásticos formados por la fragmentación del magma y la roca circundante, caracterizándose por su morfología irregular y la presencia de diques contorsionados.

En la estructura dentro del diatrema pueden existir brechas caóticas, que evidencian cambios en el foco de la explosión durante la erupción. Los principales indicadores de estos volcanes incluyen estilos de fragmentación, deposición en frío, procesos eruptivos episódicos y trayectorias balísticas de partículas. Además, las diatremas contienen bloques de roca volcánica estratificada y se encuentran en campos volcánicos monogenéticos de extensión limitada, con actividad eruptiva prolongada por millones de años. Su estructura interna se estrecha con la profundidad, finalizando en el dique que alimentó la erupción, donde se pueden encontrar brechas de contacto monolíticas, mezclas caóticas de escombros y fragmentos parcialmente fundidos. Finalmente, estos volcanes presentan un alto nivel de peligrosidad dentro de los campos volcánicos monogenéticos, debido a la intensidad de sus erupciones explosivas.

Respecto a su respuesta geofísica, existen diversos ejemplos de estudios geofísicos empleados para caracterizar la estructura interna de volcanes tipo

maares en el mundo, empleando métodos gravimétrico y magnético, así como métodos electromagnéticos y sísmicos. La respuesta gravimétrica típica es una anomalía negativa concentrada en la parte central del cráter, asociada a los materiales reabajados durante la explosión y depositados dentro del cráter. Por su parte, la respuesta magnética típica son anomalías positivas de alta frecuencia dentro y fuera del cráter, asociables a materiales con minerales magnéticos ya sea de materiales preexistentes en el basamento local o provenientes del material volcánico asociado a la generación del maar. Ejemplos de este comportamiento en las respuestas gravimétrica y magnética se ilustran en la Figura 59 y Figura 60.

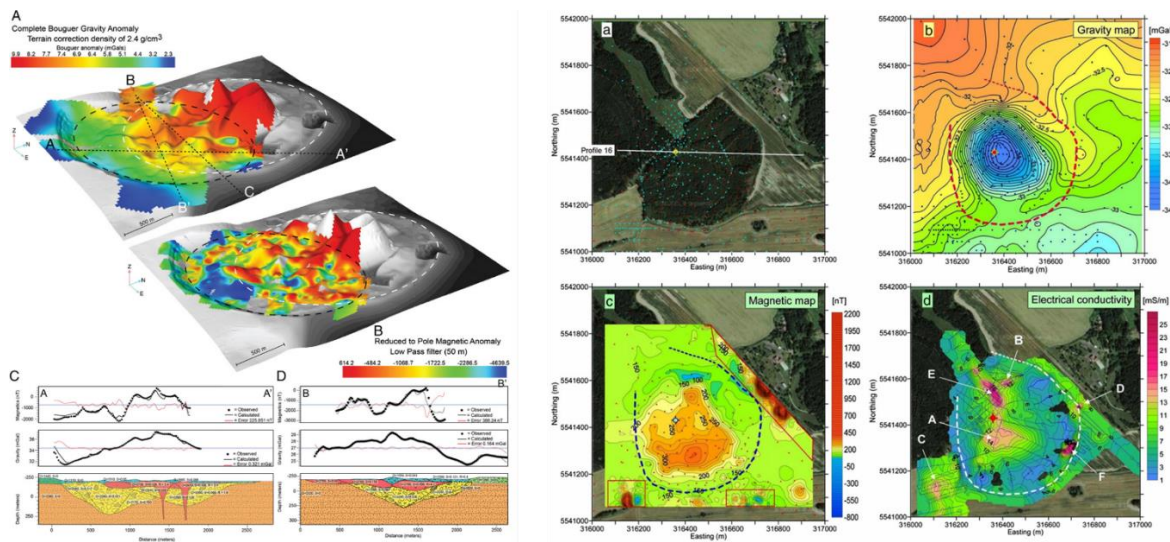


Figura 59. Respuestas gravimétrica y magnética de complejo volcánico Red Rock al Sureste de Australia (izquierda). Modificado de (Blaikie et al., 2014). Respuesta gravimétrica, magnética y conductividad eléctrica del primer maar cuaternario en el Macizo de Bohemia, Europa Central (derecha). Tomado de (Mrlina et al., 2009).

Otros métodos como la tomografía geoelectrica se han empleado para estudiar la disposición de los materiales dentro de una diatrema en alta resolución, estos métodos son más costosos y requieren de más logística, pero en contraparte, ofrecen información en profundidad de gran precisión, trabajos como (Hrubcová et al., 2023) (Figura 60) o (Bolós et al., 2021; Mrlina et al., 2009) son ejemplos del uso del método tomografía eléctrica de forma complementaria a los métodos potenciales para el estudio de maares. Las respuestas típicas dentro de la diatrema

son anomalías de baja conductividad consecuencia de los minerales metálicos asociados a los materiales volcánicos.

Finalmente, el método sísmico de reflexión es una herramienta de exploración muy potente que permite obtener imágenes del subsuelo con las que estudiar la estructura de diatremas, (Schulz et al., 2005) realizaron un estudio exploratorio al Este de Alemania mediante gravimetría y magnetometría, identificaron respuestas típicas asociadas a maares en regiones son evidencia topográfica o geológica de su existencia. Posteriormente realizaron múltiples estudios sísmicos e identificaron dos maares sepultados (Figura 61).

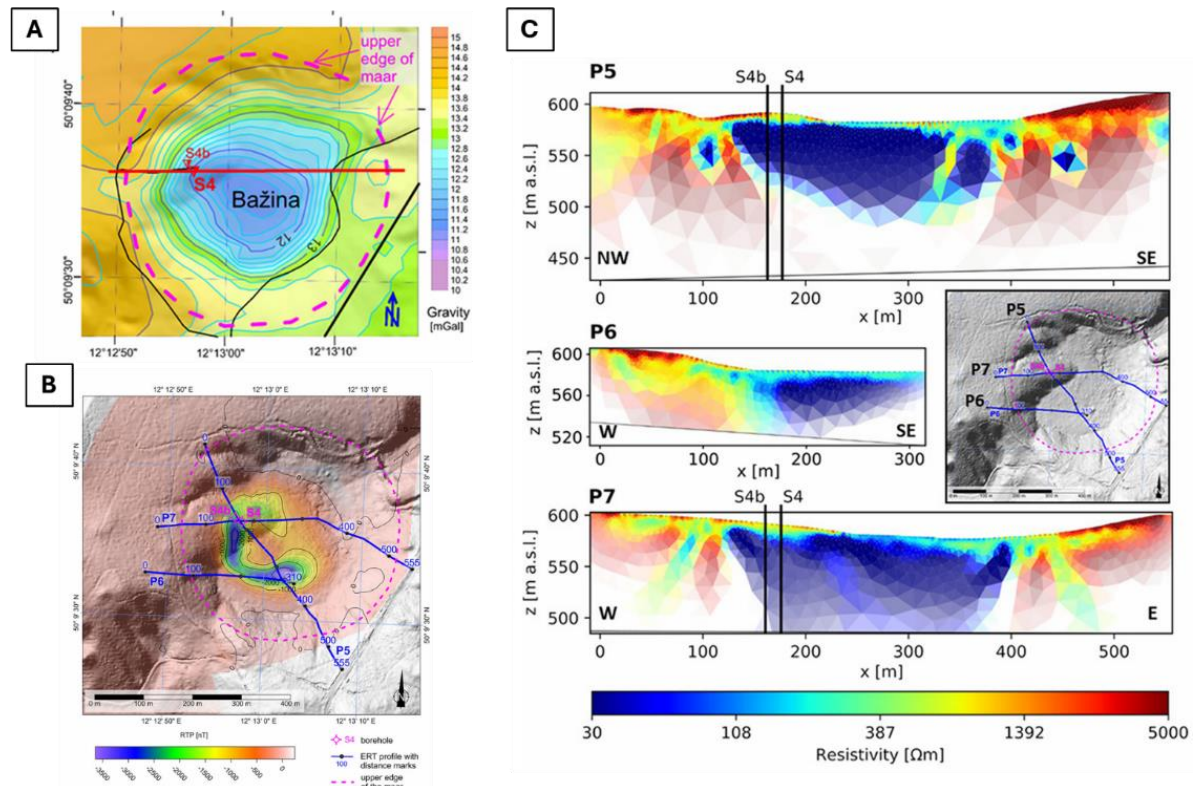


Figura 60. Respuesta gravimétrica, magnética y resistividad mediante tomografía eléctrica del Bažina Maar en el oeste de Eger Rift en republica Checa. Modificado de (Hrubcová et al., 2023).

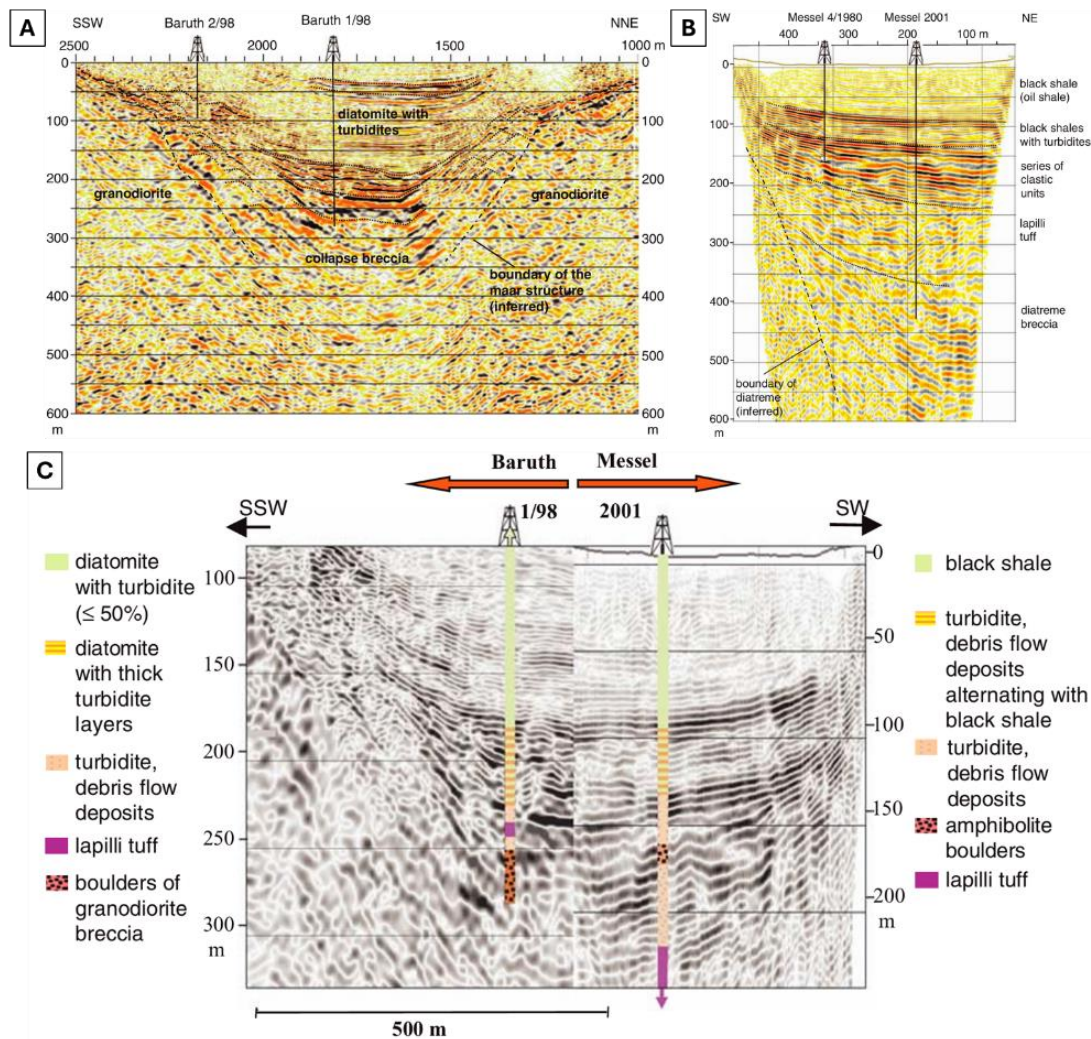
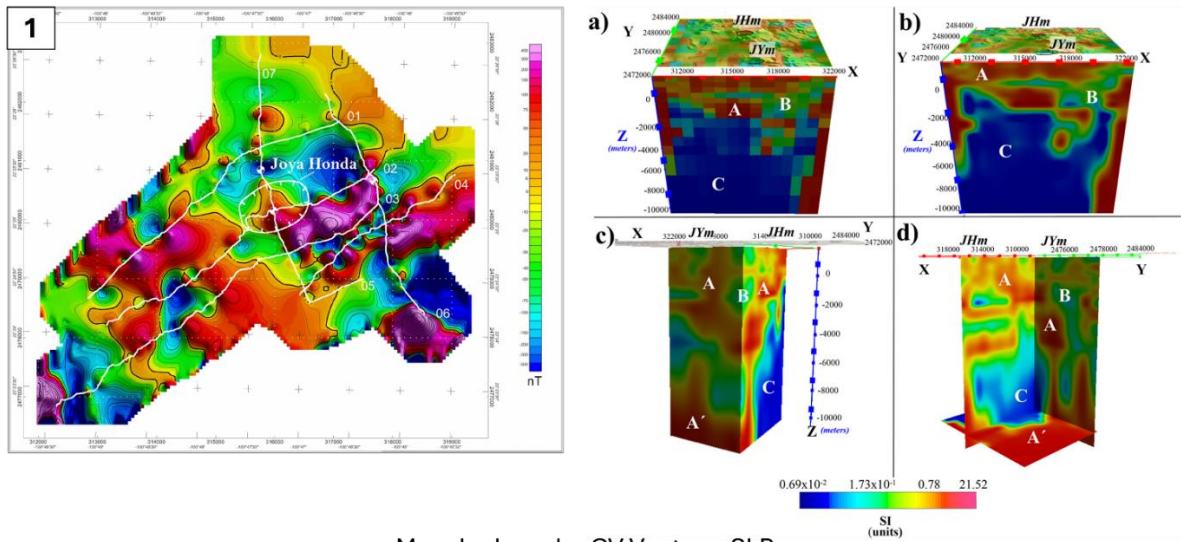


Figura 61. Sísmica de reflexión dentro de dos maares sepultados (Barath y Messel) al Este de Alemania. Modificado de (Schulz et al., 2005).

En los San Luis Potosí también existen antecedentes de investigación de la estructura interna de maares, al suroeste del CVSD se localizan los maares Joya Honda y La Joyuela dentro del Campo Volcánico Ventura. (López Loera et al., 2008) realizó la caracterización magnética del maar Joya Honda (Figura 62-1), mientras que (Almaguer et al., 2023) realizó una integración geofísica de datos gravimétrico, magnético y MT (Figura 62 - a,b,c,d). Por otro lado, (Galván-Pineda, 2016) caracterizó el maar La Joyuela mediante métodos potenciales (Figura 62 - A y B). Sus análisis y resultados salen del alcance de esta revisión, sin embargo, la respuesta geofísica de estos maares se muestra en la Figura 62.

Maar Joya Honda, CV Ventura, SLP.



Maar La Joyuela, CV Ventura, SLP.

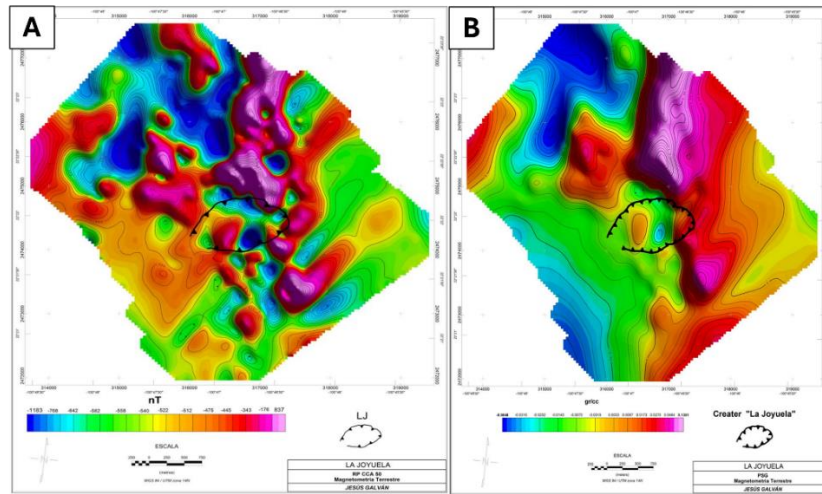


Figura 62. Respuestas geofísicas de maares dentro del Campo volcánico Ventura, SLP. Recopilado de (Almaguer et al., 2023; Galván-Pineda, 2016; López Loera et al., 2008).

De manera general, existe una correlación entre edificios volcánicos compuestos o complejos y respuestas geofísicas con anomalías también más compleja; mientras que los edificios volcánicos simples también reflejan esa simpleza en sus respuestas geofísicas.

Métodos Geofísicos

Adquisición y Reducción de Datos Gravimétricos y Magnéticos

Los datos empleados para realizar este trabajo provienen de fuentes diversas, por una parte, para el método magnético se empleó el mapa de Anomalía Magnética de Norteamérica que es una recopilación, procesado y base de datos digital con resolución espacial de 1 km generada a partir de datos aeromagnéticos mediante la colaboración del Servicio Geológico de Canadá (GSC), el Servicio Geológico de Estados Unidos (USGS) y PEMEX Exploración y Producción (Bankey et al., 2002), debido a que son los datos originales empleados en la generación del *Earth Magnetic Anomaly Grid* (EMAG2v3) (Meyer, Chulliat, et al., 2017) en el continente norteamericano. En la zona de estudio son datos aeromagnéticos obtenidos a partir de 450 m.s.n.m espaciados a 1km entre líneas de vuelo, los datos fueron reprocesados por el USGS considerando el IGRF y continuados hacia abajo hacia los 305 m.s.n.m y remuestreados en una malla de 200 metros.

Por otro lado, para el método gravimétrico se realizó una comparación de 3 modelos de gravedad mundiales generados a partir de la combinación de datos satelitales recolectados mediante acelerómetro 3D por la misión *Gravity Recovery And Climate Experiment* (GRACE) de la NASA y el Centro Aeroespacial Alemán, datos recolectados mediante gradiómetro por la misión *Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Explorer* (GOCE) de la Agencia Espacial Europea, el *Earth Gravitational Model* (EGM2008) (Pavlis et al., 2012) de la National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) que incluye datos terrestres y batimétricos, y finalmente, el modelo global de relieve ETOPO1 (Amante, 2009).

Los modelos comparados fueron: WGM2012 (Bonvalot, 2012) con resolución espacial de 1 grado o aprox. 111.1 km en el ecuador, EIGEN6C4 (Foerste, 2014) con resolución de 18 arc-sec o aprox. 555 metros en el ecuador y GGMPlus (Hirt et al., 2013) con resolución de 7.2 arc-sec que es equivalente a aproximadamente 222 metros en el ecuador. Se empleó la información del modelo GGMPlus debido a

su mayor resolución, utilizando datos del Continuo de Elevación Mexicano CEM3.0 con un modelo digital de elevación con resolución de 15 metros proporcionado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).

También se realizaron 2 campañas de campo para recolección de datos gravimétricos y magnéticos terrestres dentro del cráter Joya Los Contreras. Los equipos empleados para la adquisición de datos fueron proporcionados por el laboratorio de geofísica de la División de Geociencias Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica (IPICYT), un gravímetro Scintrex modelo CG-5, un magnetómetro GEM Systems modelo GSM-19T como estación móvil, un magnetómetro Geometrix modelo G857 como estación base, además de GPS de mano y brújula (Figura 63).



Figura 63. Equipos empleados en la adquisición de datos de campo.

La primera visita, con el objetivo de hacer reconocimiento se realizó el día 10 octubre de 2022, se tomaron 31 datos a lo largo de un perfil con estaciones a 50 metros de separación.



Figura 64. Toma de datos gravimétricos en el área de estudio sobre caminos y veredas.

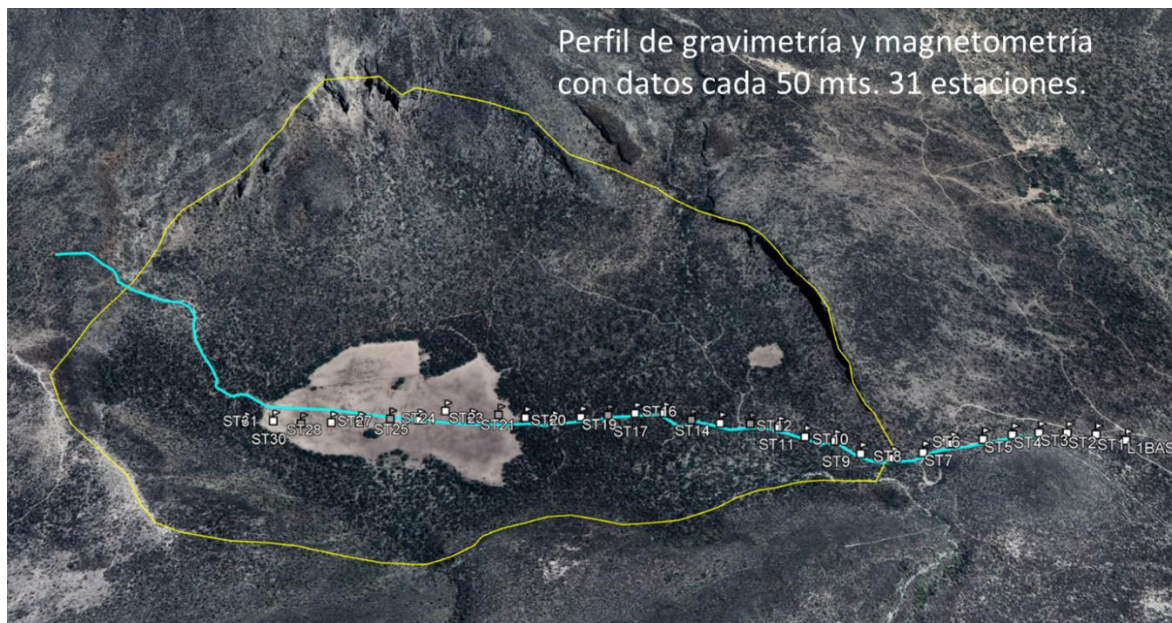


Figura 65. Localización de las estaciones en la visita de reconocimiento.

La campaña de recolección de datos se realizó del 7 al 11 de diciembre del 2022; se planeó la recolección de información en 8 cambios sobre veredas de la

zona de estudio considerando las variaciones topográficas pronunciadas en los bordes del cráter y la presencia de densa vegetación, cubriendo la estructura de forma radialmente partiendo del centro topográfico (Figura 66). Sin embargo, debido a desacuerdos con los permisos para acceder a la propiedad únicamente se completaron 5 de los 8 perfiles planeados, con la fortuna de ser los perfiles que cruzan el centro de la estructura.

Se trabajó en mejorar las relaciones con el Ejido de Santo Domingo para renovar el permiso de acceso a la zona, siguiendo las indicaciones del comisariado de la comunidad, se realizó una solicitud de acceso ante la cabecera municipal en Guadalcázar, posteriormente se solicitó audiencia en la junta ejidal celebrada una vez al mes hasta 3 ocasiones, sin embargo, no hubo disposición por parte las autoridades locales. Se decidió continuar el análisis con los datos ya recolectados.

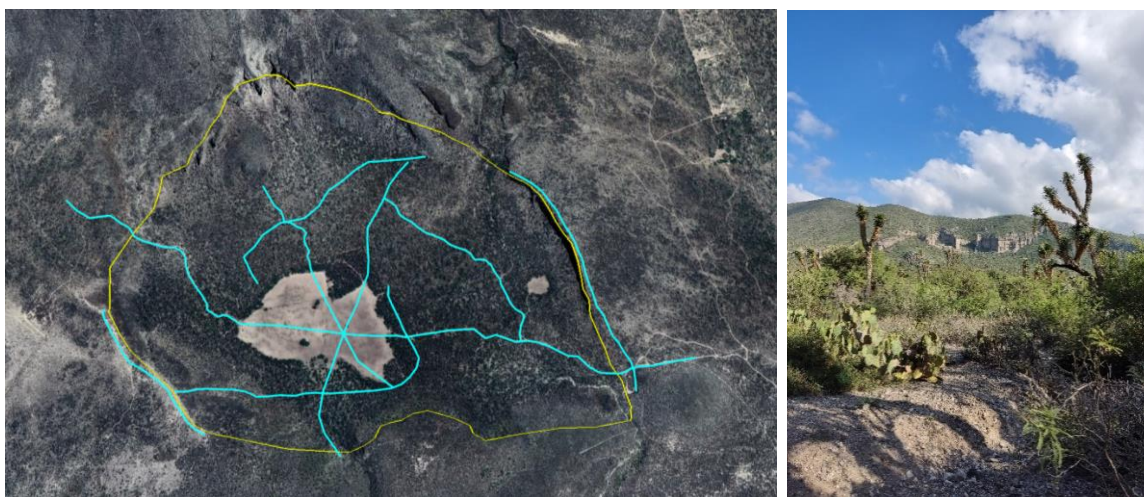


Figura 66. Cubrimiento planeado para la recolección de datos en la segunda campaña de campo.

Como mencionan Jacoby & Smilde, (2009), los métodos potenciales tienen como objeto de estudio a las anomalías gravimétrica o magnética, para obtener dichas anomalías se requiere de dos cosas, una medición y una referencia representa el campo normal. Una anomalía es considerada cualquier desviación de esa referencia y se pueden clasificar en anomalías planetarias, geológicas y filtradas. El análisis cualitativo de dichas anomalías forma parte de la metodología de

interpretación geofísica y se refiere a la interpretación de mapas para inferir cualidades de las fuentes generadoras de anomalías, como tendencias estructurales o delimitación de la extensión de cuerpos anómalos.

En el caso de los estudios de gravedad, el campo normal es la aceleración gravitacional del geode, un cuerpo definido por la superficie equipotencial de gravedad, perpendicular en todas partes, a nivel medio del mar y extendiéndose por debajo de los continentes. La anomalía de Aire Libre, de tipo planetaria, muestra la variación en la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra considerando su rotación y el cambio en radio de la tierra a partir de la variación entre el geode y el elipsoide (Blakely, 1996; Hinze et al., 2013); de forma práctica permite estudiar el efecto gravitacional de las masas sobre el nivel de referencia, es este caso, la variación en elevación entre el geode y la topografía (Figura 67). Es la anomalía más elemental y precisa del método porque no requiere de ninguna estimación de masas en la Tierra.

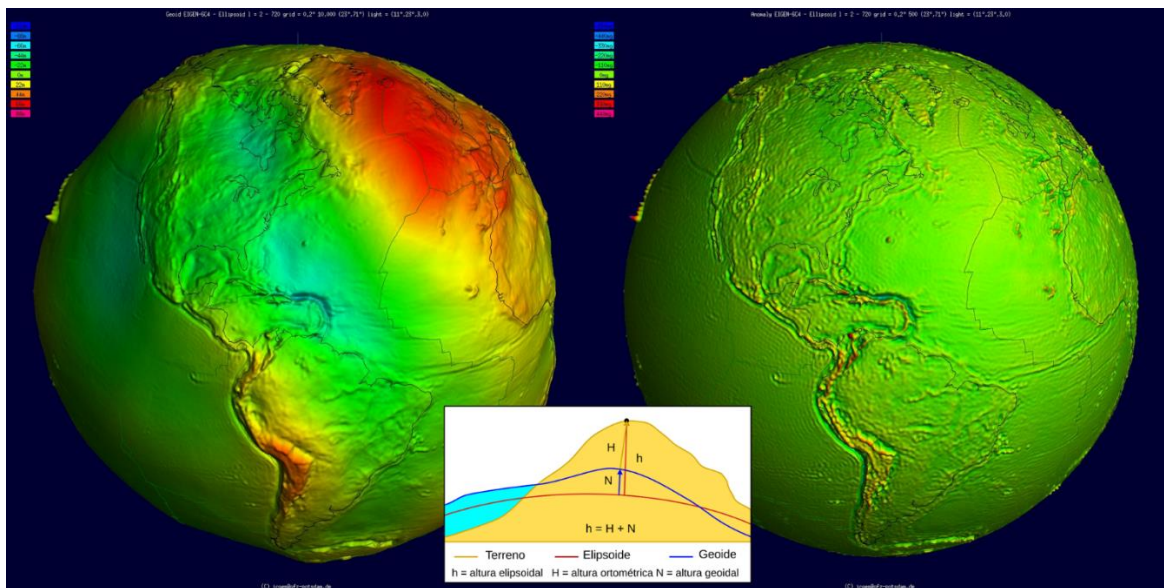


Figura 67. Anomalía de elevación en metros entre el geode respecto al elipsoide de referencia (izquierda). Anomalía gravimétrica de Aire Libre en mGal respecto a la aceleración gravitacional del elipsoide (derecha).

Por otro lado, la anomalía de Bouguer también tipo planetaria y geológica, estima el efecto gravitacional de la masa entre el geode y la topografía, en forma de una capa

de densidad constante denominada placa de Bouguer y sustrae sus efectos de la anomalía de Aire Libre. Esta nueva anomalía compensa la influencia de la topografía a escala local y resalta los efectos de variaciones de masa bajo superficie relacionadas con estructuras geológicas. Sin embargo, aquellas características que estén relacionadas con variaciones estructural debajo del nivel de referencia no han sido compensadas (Hinze et al., 2013).

De forma similar, en estudios magnéticos el campo normal es representado por la dirección e intensidad del geomagnético de referencia reportada por el *International Geomagnetic Reference Field* (IGRF) (Alken et al., 2021). La anomalía Magnética de Campo Total compensa las variaciones en la intensidad y dirección del campo geomagnético de referencia y las variaciones diurnas del campo magnético causadas por la actividad solar durante la adquisición de los datos de estudio. De forma práctica esta anomalía permite estudiar las variaciones en el campo magnético causadas por materiales magnéticos localizados sobre un nivel en profundidad determinado por la temperatura de Curie. La interpretación de esta anomalía siempre es apoyada por el entendimiento de variables geológicas clave, como puede ser su contenido en minerales máficos, que controlan las características de las anomalías.

Análisis Cualitativo Regional

La anomalía de Aire Libre en el centro de México (Figura 68, izquierda) muestra diferencias regionales entre las provincias fisiográficas SMOc, MC y el CPCM, en correspondencia con las variaciones de masa causadas por la topografía. La variación entre las provincias fisiográficas es notable y evidencia diferencias físicas claras. La anomalía de Bouguer Completa (Figura 68, derecha) remueve las anomalías asociadas a la topografía y resalta la diferencia en densidad entre corteza oceánica y la corteza continental, en particular en la zona de estudio (delimitada en un recuadro rojo) se encuentra en una región de alto gradiente en dirección de un bajo gravitacional pronunciado. Este cambio sugiere una variación en la densidad

de la corteza por debajo del nivel del nivel medio del mar y en la zona de estudio presumiblemente delimita el talud entre la plataforma Valles-San Luis Potosí y la Cuenca Mesozoica del Centro de México.

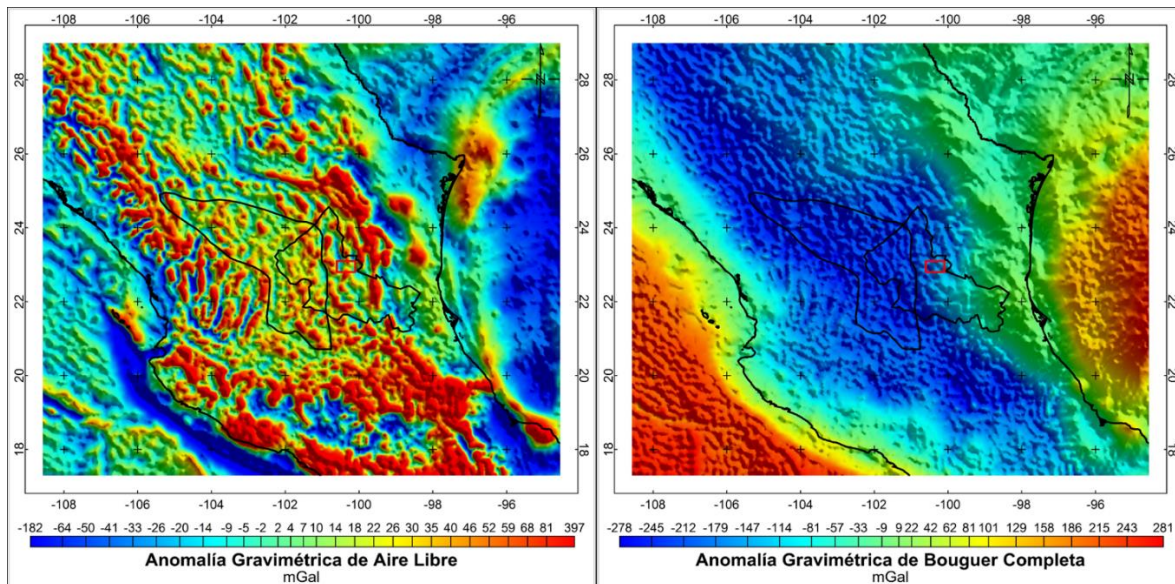


Figura 68. Mapa de anomalía de Aire Libre (izquierda). Mapa de anomalía gravimétrica de Bouguer Completa (derecha). Contornos en negro las siluetas de los Estados Unidos Mexicanos, la Provincia fisiográfica Mesa Central, el estado de San Luis Potosí y en blanco el área de estudio CVSD.

La anomalía gravimétrica asociada al SFTSMA sugiere diferencias en el espesor de la corteza a ambos lados del sistema, (Á. F. Nieto-Samaniego et al., 2005; A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023) estima con modelos gravitacionales previos que la corteza de la MC tiene un espesor de aproximadamente 32 km, en contraste con la Sierra Madre Oriental (37 km) y la Sierra Madre Occidental (40 km) y considera que existen cuerpos de material mantélico parcialmente fundidos bajo la corteza, lo que pudo iniciar un proceso de subplacación responsable del levantamiento y calentamiento de la región, sin embargo, (Peredo et al., 2021) concluye que no encuentran evidencias de corteza caliente en la MC además de estimar que el espesor cortical en la MC es superior al del CPCM.

En el mapa de anomalía magnética de Campo Total (Figura 69) también muestra diferencias en las características magnéticas de la SMOc y la MC, en particular en la zona de estudio enmarcada por el recuadro en rojo, se encuentra en una región caracterizada relativa poca presencia de anomalías en comparación con la SMOc al Oeste o el CVTM al Sur. Las anomalías presentes en la MC corresponden a vulcanismo intraplaca y las de mayor amplitud corresponden con la localización de intrusivos que han sido datados entre 70 y 30 Ma (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023).

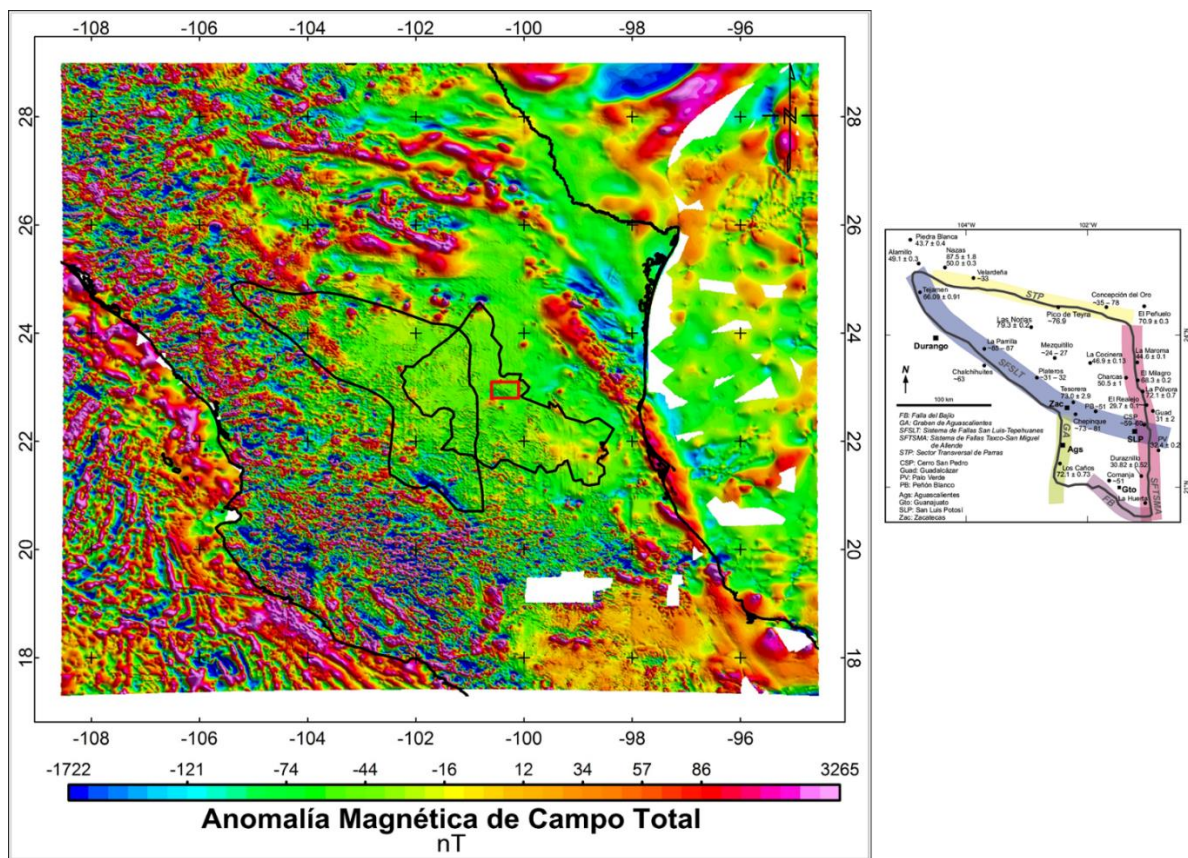


Figura 69. Mapa de anomalía magnética de Campo Total. Contornos en negro las siluetas de los Estados Unidos Mexicanos, la Provincia fisiográfica Mesa Central, el estado de San Luis Potosí y en blanco el área de estudio CVSD. Mapa de localización de intrusivos datados en la MC, tomado de (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023).

Análisis Cualitativo y Cuantitativo del CVSD

Haciendo un acercamiento al CVSD, es notable el cambio en la orientación de las estructuras del CPCM descrito en la literatura (Figura 70). Las estructuras volcánicas que conforman el CVSD se encuentran marcadas ubicadas con un símbolo triangular, presentan una distribución similar al estilo estructural de sur de la región.

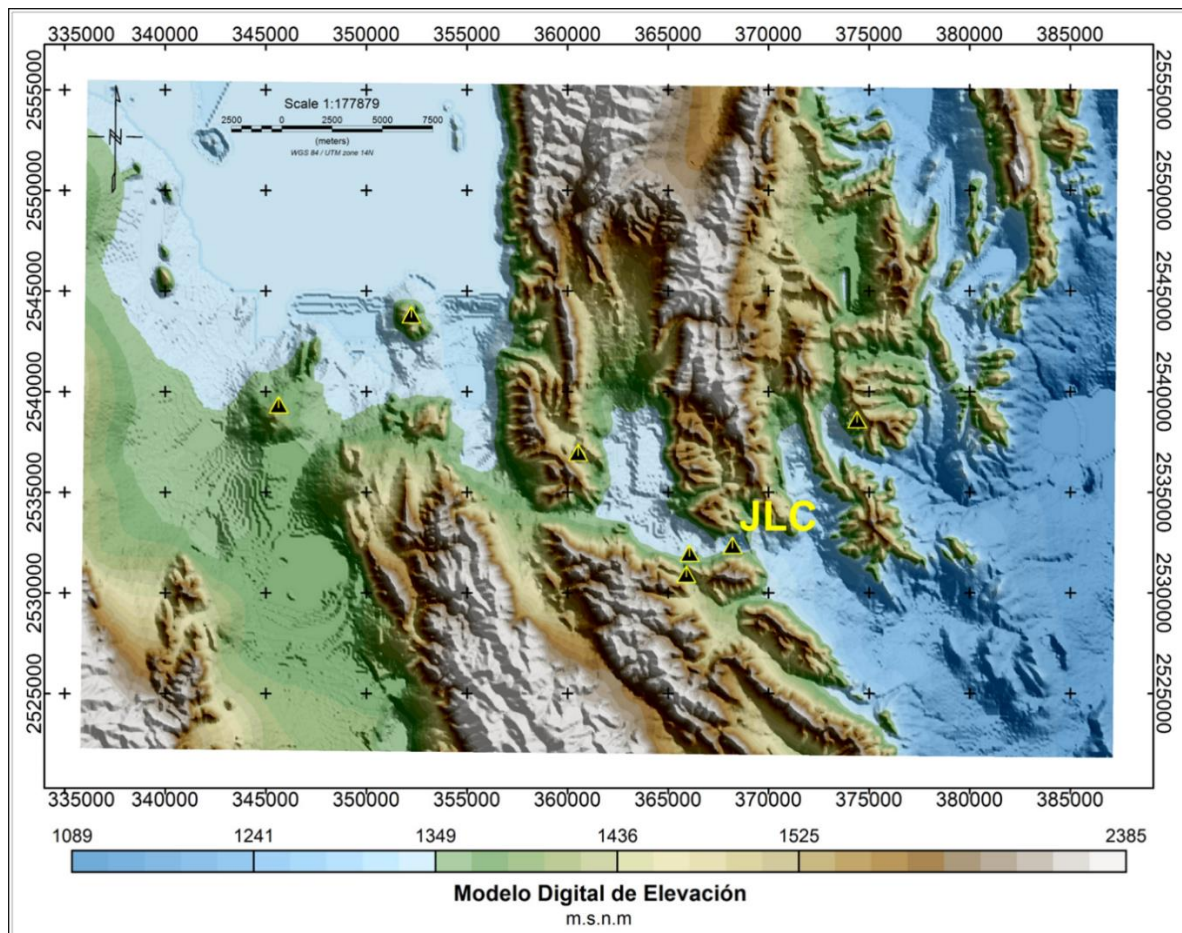


Figura 70. Modelo digital de elevación del CVSD, las estructuras volcánicas que conforman el CVSD se encuentran marcadas ubicadas en triángulos negros. JLC= Joya de Los Contreras

La anomalía gravimétrica de Aire Libre (Figura 72, izquierda) con su alta sensibilidad a las variaciones en elevación respecto al geoide también permite apreciar ese cambio en el estilo de deformación de la región sur. Por otro lado, la anomalía de Bouguer Completa (Figura 72, derecha) fue recalculada empleando el método de (Nettleton, 1976), a partir de densidades para placa de Bouguer de 2.3, 2.5, 2.67 y

2.9 $\frac{gr}{cm^3}$, y graficada contra un perfil de elevación con abruptos contrastes (Figura 71), para determinar la densidad óptima en la zona de estudio. Se conservó el valor estándar sugerido de 2.67 $\frac{gr}{cm^3}$ por no presentar diferencias significativas respecto al resto de densidades para aportar información geológica evitando correlación con efectos topográficos regionales.

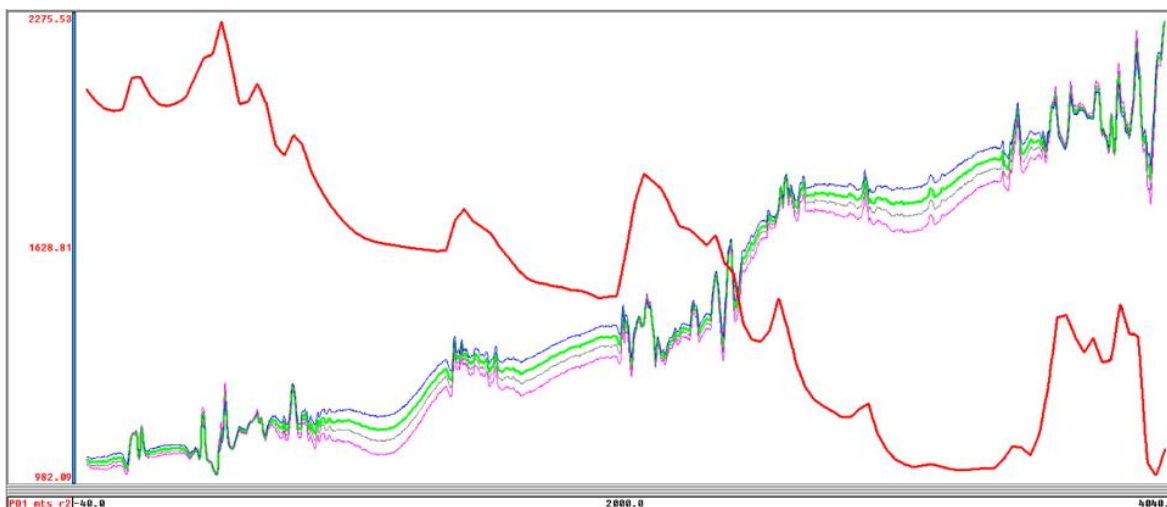
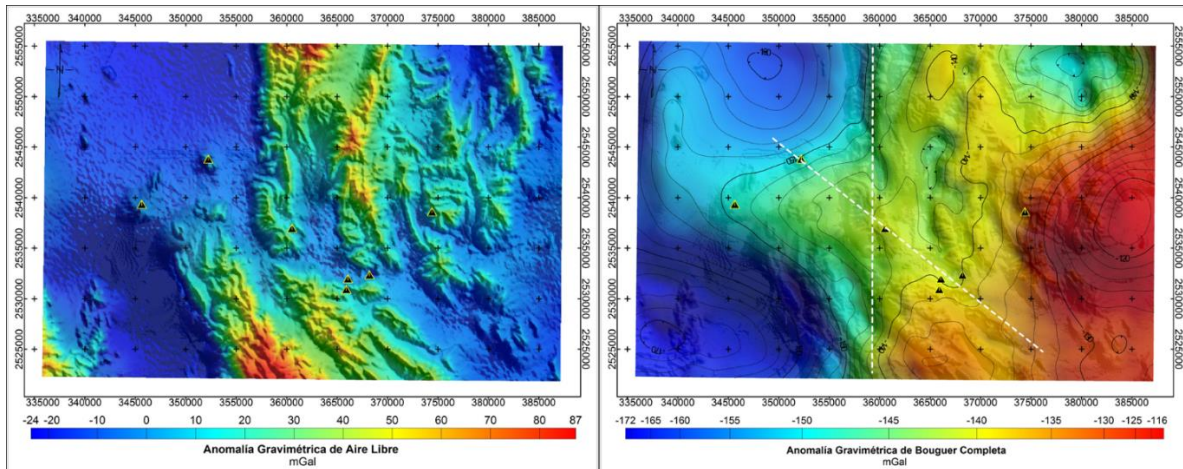


Figura 71. Anomalía de Bouguer recalculada empleando el método de (Nettleton, 1976), a partir de densidades para placa de Bouguer de 2.3 (rosa), 2.5 (gris), 2.67(verde) y 2.9 (azul) gr/cm^3 graficada contra un perfil de elevación (rojo) con abruptos contrastes que cruza el CVSD.

La anomalía de Bouguer Completa permite identificar un cambio regional en densidad de los materiales en subsuelo con una tendencia muy marcada N-S que aumenta progresivamente en dirección al Este y una subtendencia N52W que separa el Norte y Sur del mapa. Ambas interpretaciones están marcadas en la Figura 72 como líneas punteadas de color blanco.



*Figura 72. Anomalia gravimétrica de Aire Libre (izquierda). Anomalia de Bouguer Completa (derecha).
Mostrando como base el modelo de elevación de la región comprendida por el CVSD.*

Por su parte, la anomalía de tipo geológico Magnética Reducida al Polo (RTP) permite identificar claramente grupos de dominios magnéticos (Figura 73, izquierda), los dominios IV, V y V enmarcan una tendencia NW-SE de manera regional representada por el dominio VII, mientras que los dominios I, II y III se ubican en la misma posición los cuerpos del CVSD. Particularmente el dominio I relaciona a los cráteres freatomagmáticos Joya de Los contreras, Santo Domingo y a los conos cineríticos La Pólvara y Cerro El Apache continuando en una tendencia NW-SE hasta el derrame de lavas al NE de San Juan Sin Agua; el dominio II corresponde al cráter freatomagmático Joya Prieta y el dominio III con aparente magnetización remanente en dirección contraria a la reducción al polo corresponde al campo de lavas de San Juan Sin Agua.

El mapa de anomalía de tipo “filtrada” Señal Analítica de campo magnético Reducido al Polo (RTP) ayuda a recuperar el borde teórico de la fuente a través de derivadas direccionales (Hinze et al., 2013), graficado en 2D resalta el cambio en el campo magnético terrestre por unidad de distancia y ayuda a delimitar teóricamente las fuentes generadoras de las anomalías utilizando el punto de inflexión de las curvas de este mapa. En la zona de estudio permite diferenciar los dominios IV, V, VI correspondientes a variaciones en susceptibilidad magnética de regiones fuera de la zona de estudio, como se puede apreciar en la Figura 73, mientras que los

dominios I, II y III concuerdan claramente con los cuerpos del CVSD, que en contraste con su alrededor son claramente relacionables con minerales máficos asociados a vulcanismo intraplaca con rumbo preferente aproximadamente N52W.

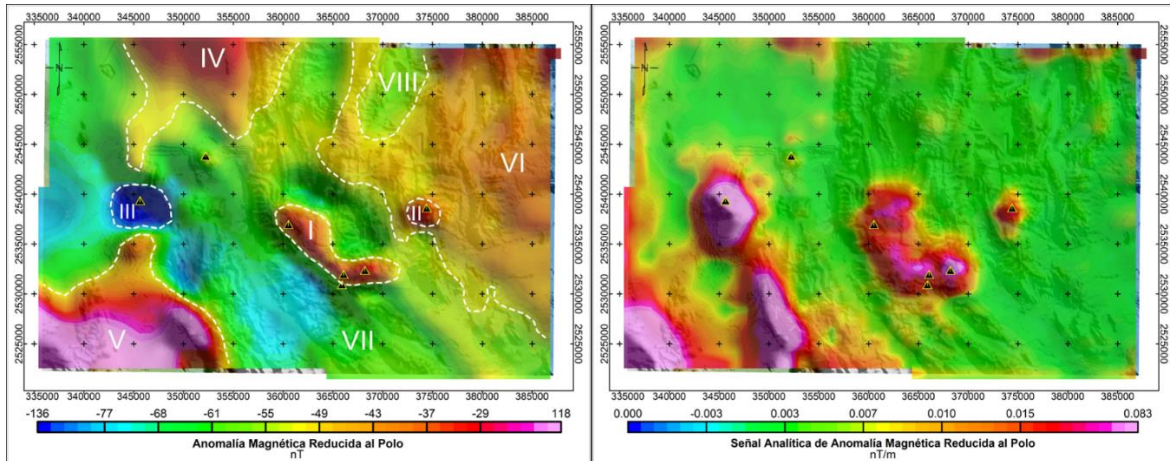


Figura 73. Anomalía Magnética Reducida al Polo (izquierda). Señal Analítica de la Anomalía Magnética RTP (derecha). Mostrando como base el modelo de elevación de la región comprendida por el CVSD.

Por otro lado, las anomalías de tipo “filtradas” ayudan a identificar cambios en los mapas a través de estudiar la medida de cambio de las anomalías mediante operaciones con derivadas parciales espaciales. La denominada derivada de inclinación TDR por sus siglas en inglés y la derivada total horizontal de la pendiente HD TDR por sus siglas en inglés, de forma similar a la técnica Señal Analítica (Salem et al., 2008) es un método sencillo para localizar contactos verticales que ayudan a estudiar los cambios en las anomalías asociados a efectos estructurales. La Figura 74 compara las derivadas TDR y HD TDR de la anomalía de Bouguer Completa (a) y (b) y anomalía magnética RTP (c) y (d) respectivamente, con la interpretación previamente mostrada en la Figura 72 mostrando correlación con las direcciones principales de los sistemas de fallas SMTSMA y SFSLT. La tendencia estructural gravimétrica se correlaciona con la dirección de plegamiento del CPCM y el SFTSMA, mientras que las tendencias de variación de las anomalías magnéticas se alinean con la posición de los cuerpos volcánicos del CVSD.

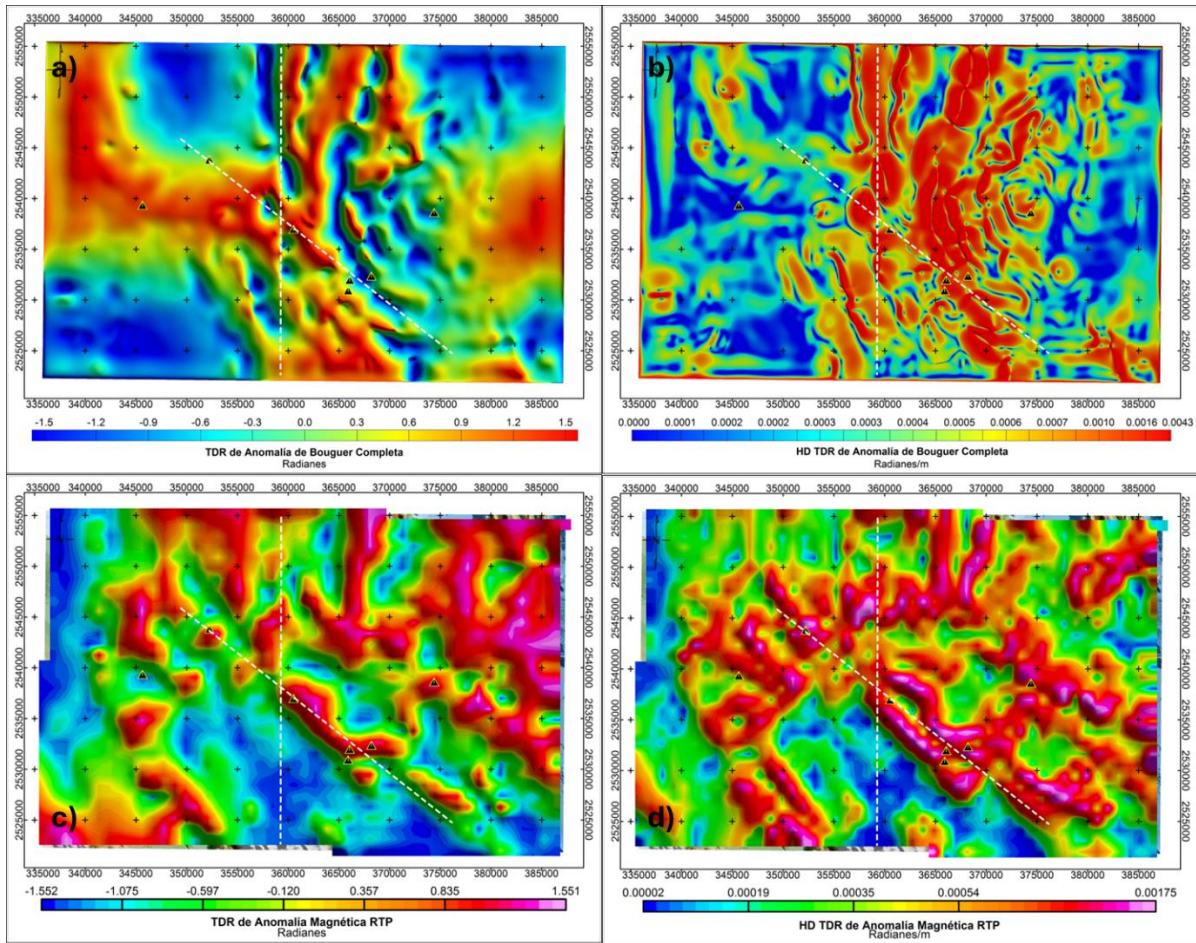


Figura 74. Comparación de derivadas TDR y HD TDR de la anomalía de Bouguer Completa (a) y (b) respectivamente y la anomalía magnética RTP (c) y (d).

Por otro lado, el análisis de estimación de profundidad mediante el método espectro de potencia promediado radialmente para la anomalía magnética del CVSD determina la profundidad teórica al límite superior de la fuente generadora en 6 km para las fuentes regionales y en 2km para las fuentes locales (Figura 75); considerando que el análisis se realizó con datos aeromagnéticos con vuelos a 450 metros la profundidad de las fuentes generadoras locales para el CVSD es estimada en al menos 1.5 km.

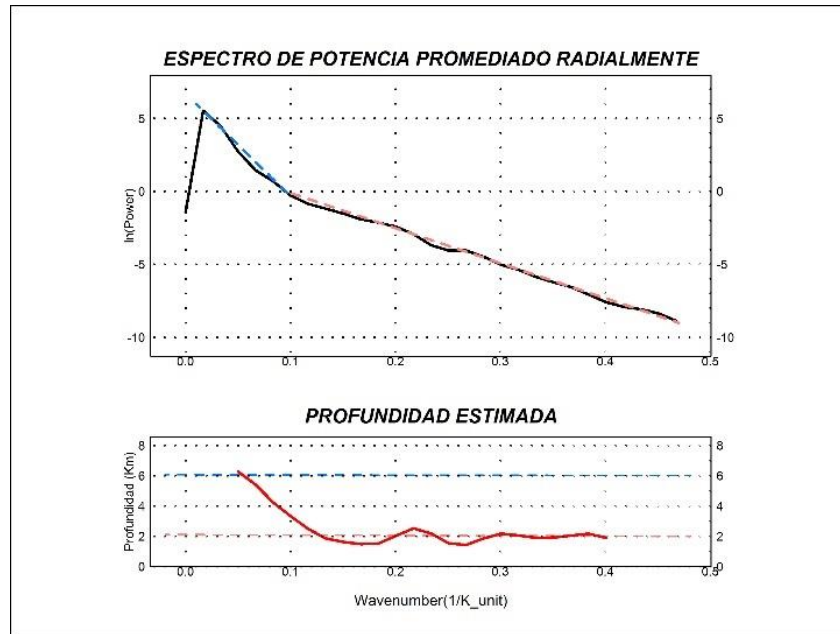


Figura 75. Estimación de profundidades en el CVSD mediante el método de espectro de potencia promediado radialmente a partir de anomalía magnética RTP.

En comparación el método de estimación de profundidades por recíproco de la derivada total horizontal de la derivada de inclinación *Tilt-Depth* (Salem et al., 2007) tiene una ventaja, debido a su simplicidad teórica es potencialmente menos sensible al ruido respecto a métodos que emplean derivadas superiores, además de no depender de tamaños de ventana y problemas de soluciones de clústeres como el método deconvolución de Euler o Wenner (Salem et al., 2008). La anomalía gravimétrica (Figura 76a) muestra dos sectores con profundidades generales diferentes, la parte central correspondiente a los pliegues y cabalgaduras de la SMO representa la parte más somera del mapa de profundidades, mientras que en ambos extremos del mapa se estiman con relativa mayor profundidad de basamento; por su parte la anomalía magnética (Figura 76b) muestra dos regiones dominantes, una superficial con profundidades estimadas entre 1,000-1,500 metros bajo el nivel del terreno asociados a anomalías generadas por efectos locales mientras que la región asociada a efectos regionales supera los 2,500 metros de profundidad estimada, es interesante destacar que los volcanes del CVSD se ubican en zonas límite de regiones con profundidades estimadas distintas.

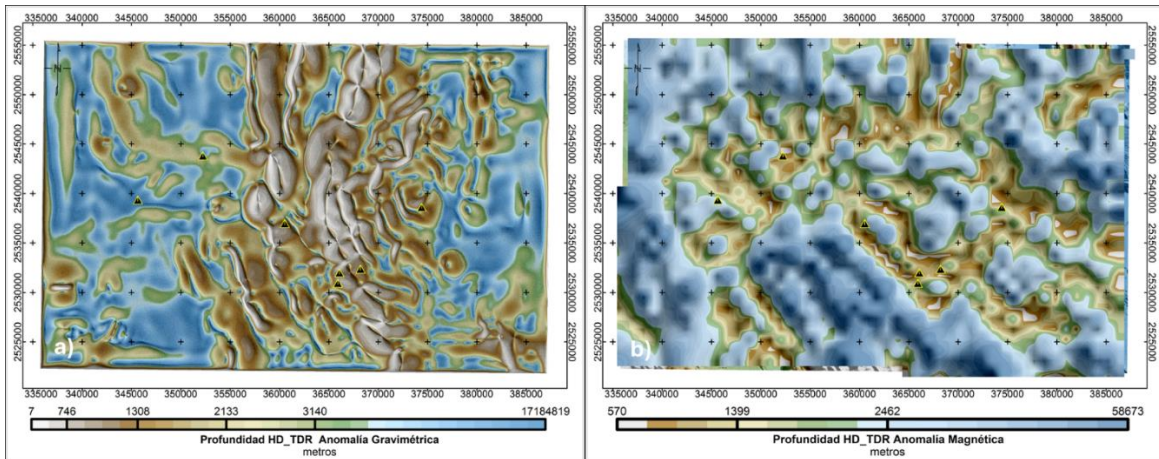


Figura 76. Mapas de estimación de profundidades por derivada total horizontal de la derivada de inclinación (HD TDR) para las anomalías gravimétrica Bouguer Completa y magnética RTP para el CVSD.

Integración de Anomalías del maar Joya de Los Contreras

Finalmente, a nivel local el cráter freatomagmático Joya Los Contreras (Figura 77) se encuentra dentro de un área de 2,2 km por 1.4 km con un desnivel de aprox. 210 metros; la región seleccionada como zona de estudio en este trabajo contiene 122 datos gravimétricos y magnéticos terrestre adquiridos en la segunda campaña de campo a espaciamientos de caminamiento con GPS de mano de 50 metros, cubriendo principalmente el interior del cráter.

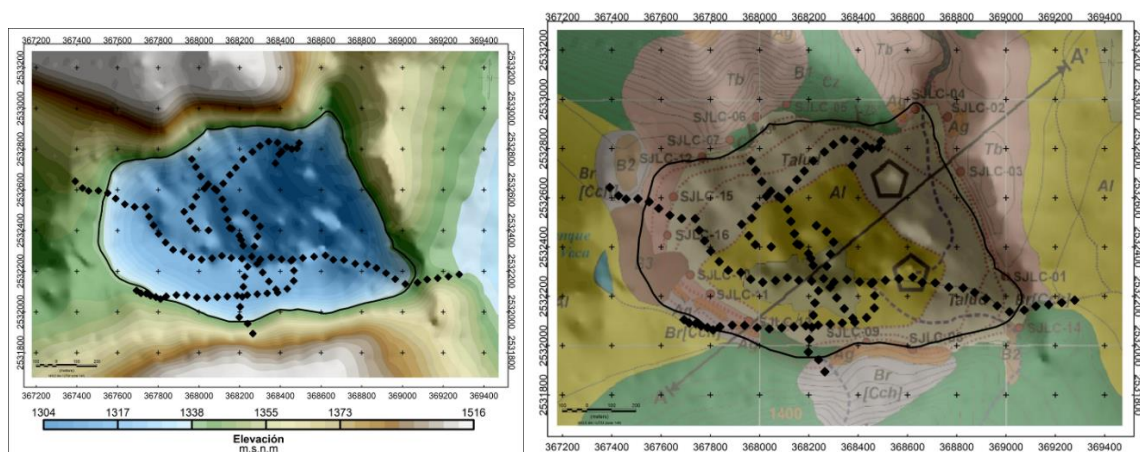


Figura 77. Modelo digital de elevación del cráter Joya Los Contreras en el CVSD, con resolución de 15 metros (izquierda). Cartografía modificada de (Venegas-Rodríguez et al., 2024) (derecha). Símbolos en negro ubican los 122 datos gravimétricos y magnéticos terrestre adquiridos en la segunda campaña de campo.

La metodología empleada para incorporar los datos terrestres a los mapas regionales se describe a continuación:

Los datos de la componente vertical de aceleración de la gravedad se redujeron hasta anomalía de Bouguer Completa, mientras que los datos de intensidad de campo magnético se redujeron hasta anomalía de Campo Total Reducida al Polo (RTP), ambos estudios emplearon como estación base un punto en común para todos los perfiles en el centro del cráter. Se empleó la técnica de mínima curvatura para obtener mapas con distribuciones suaves evitando extrapolar a distancias superiores a 50 metros considerando la resolución espacial de los caminamientos.

Se realizó una comparación visual entre el mapa de anomalía gravimétrica o magnética regional conservando el muestreo original y el mapa de anomalía terrestre (Figura 79a, Figura 79b, Figura 80a, Figura 80b) con la finalidad de identificar concordancias en las distribuciones de los mapas. Complementado, se realizó un muestreo de los mapas regionales en las localizaciones de cada estación terrestre, con el objetivo de hacer un análisis estadístico descriptivo de ambas fuentes de datos, estimando un valor constante de ajuste óptimo considerando la diferencia de las medias aritméticas.

La Figura 78 ilustra este proceso a partir de “firmagramas”, que son una representación visual del conjunto de datos para todas las estaciones terrestres sin considerar su distribución espacial. En el caso de los datos gravimétricos se comparan los datos obtenidos a partir del modelo GGMPlus en negro, mientras que los 122 datos obtenidos en campo nivelados se grafican en rojo, ambos conjuntos de datos están graficados de forma lineal en un rango entre -43.74 y -133.06 mGal, y se puede observar una clara correspondencia entre máximos/mínimos de los firmagramas. De acuerdo con la teoría potencial, los datos más cercanos a las fuentes generadoras (en este caso los datos terrestres) presentan mayor amplitud en las variaciones del campo y variaciones de alta frecuencia asociadas a efectos someros no detectados por los receptores remotos. Para los datos magnéticos la

diferencia en amplitudes es tan grande que las escalas para cada fuente de datos tiene que ser diferente, para los datos reprocesados de la USGS van de -30.18 a -30.58 nT mientras que para los datos terrestres nivelados va de -400.88 a 1,113.37 nT, sin embargo, la correspondencia entre máximos/mínimos permanece a excepción de que el campo magnético al ser un campo vectorial de naturaleza bipolar, la dirección del campo debe ser normalizada (a través de la reducción al polo) para poder comparar diferentes fuentes de información, este proceso es susceptible a variaciones debidas a magnetización remantes, las cuales deben ser consideradas en el análisis de la información.

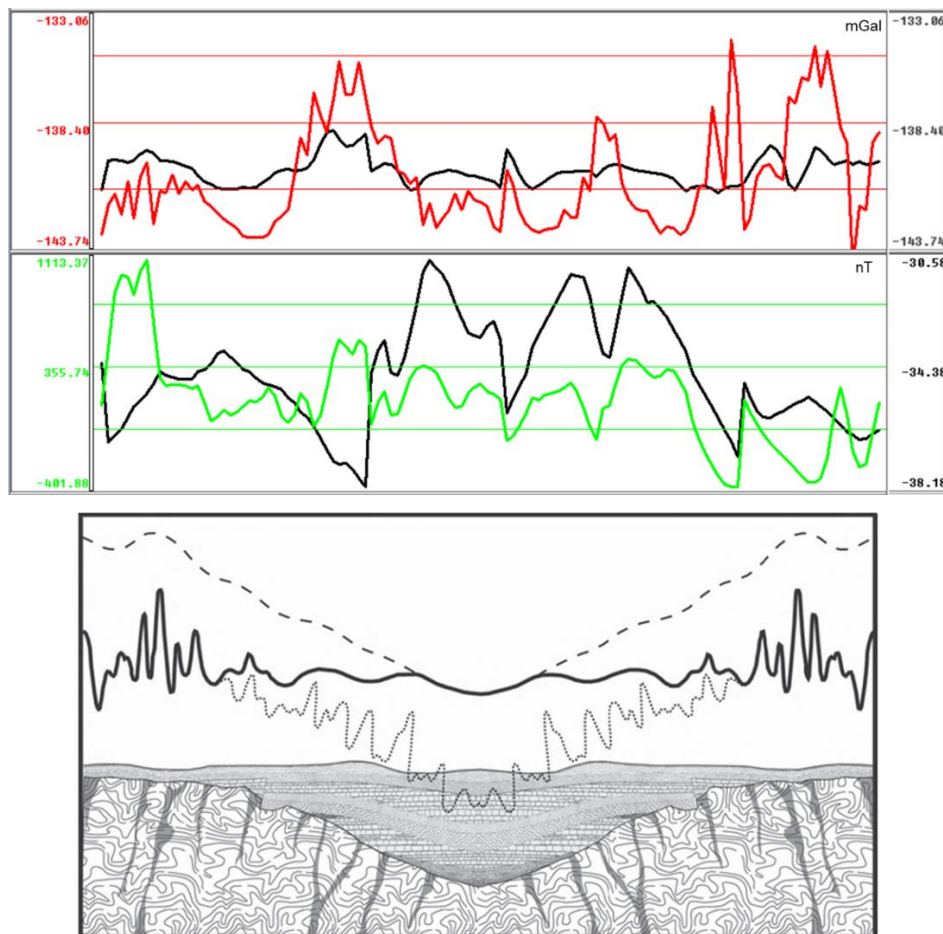


Figura 78. Firmagramas para todas las estaciones de medida de datos terrestres. Datos gravimétricos GGMPlus (negro) vs. terrestres (rojo) con guías cada 3 mGal. Datos aeromagnéticos USGS (negro) vs. terrestres (verde) guías cada 400 nT (verde). En comparación con diagrama que ilustra el cambio en longitudes de onda para datos aeromagnéticos (línea punteada) respecto a datos terrestres (línea continua) (Hinze et al., 2013).

Se generó una malla de distribución regular a cada 100 metros y se muestrearon los mapas regionales en una base de datos, posteriormente se mezcló con la base de datos terrestres procesados y nivelados, finalmente se realizó un proceso manual de limpieza donde las estaciones en la malla regular muy próximas a datos terrestres fueron eliminadas para evitar la generación de artefactos en el proceso de graficado (Figura 79d, Figura 80d). A partir de dicho procedimiento se generaron los mapas actualizados de anomalías gravimétrica y magnética para el cráter de la Joya de los Contreras (Figura 79c, Figura 80c).

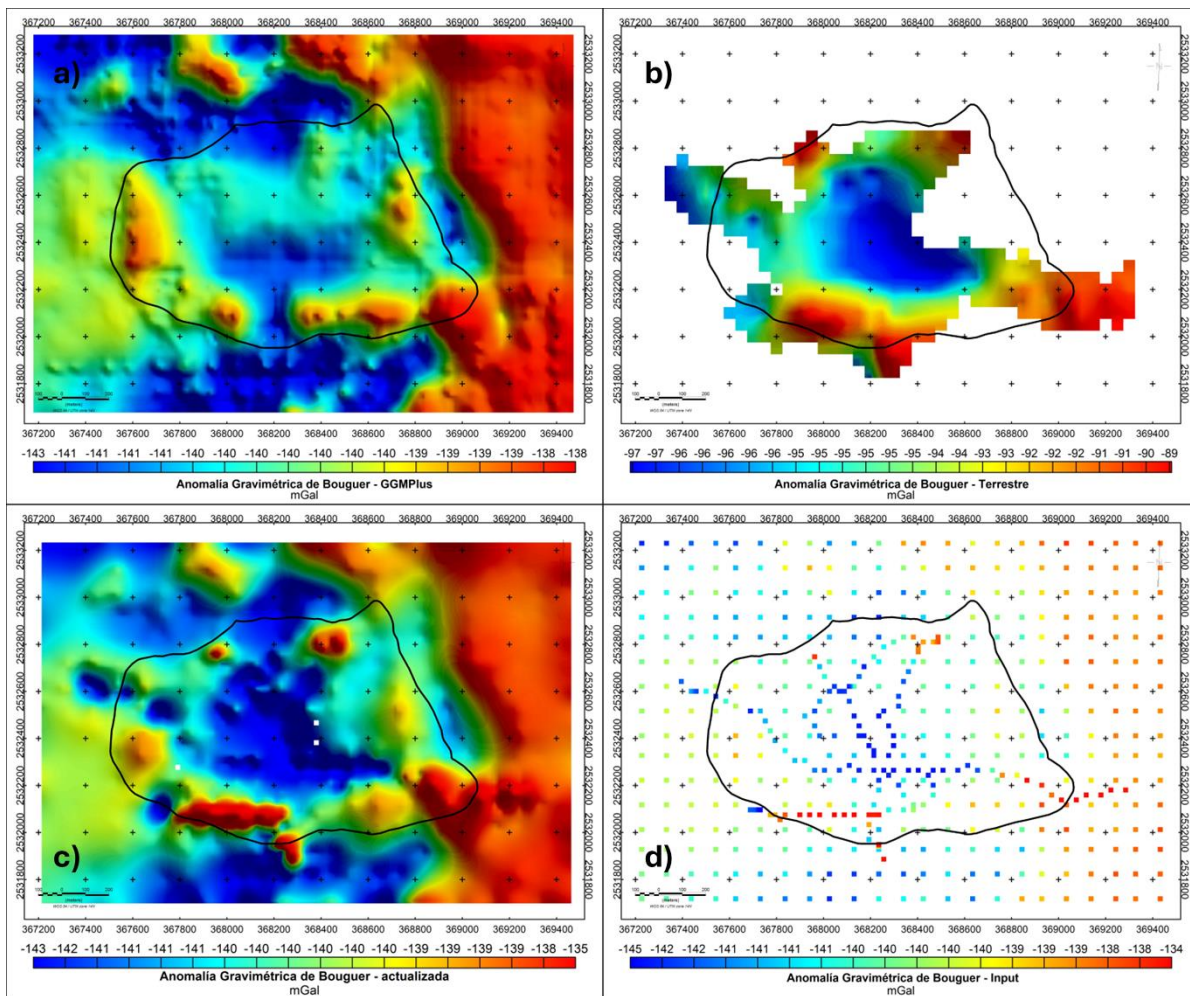


Figura 79. Anomalia de Bouguer Completa para el cráter JLC, generada a partir de diferentes fuentes de datos. a) modelo GGMplus, b) datos terrestres, c) datos mezclados, nivelados e interpolados, d) datos mezclados, nivelados e interpolados.

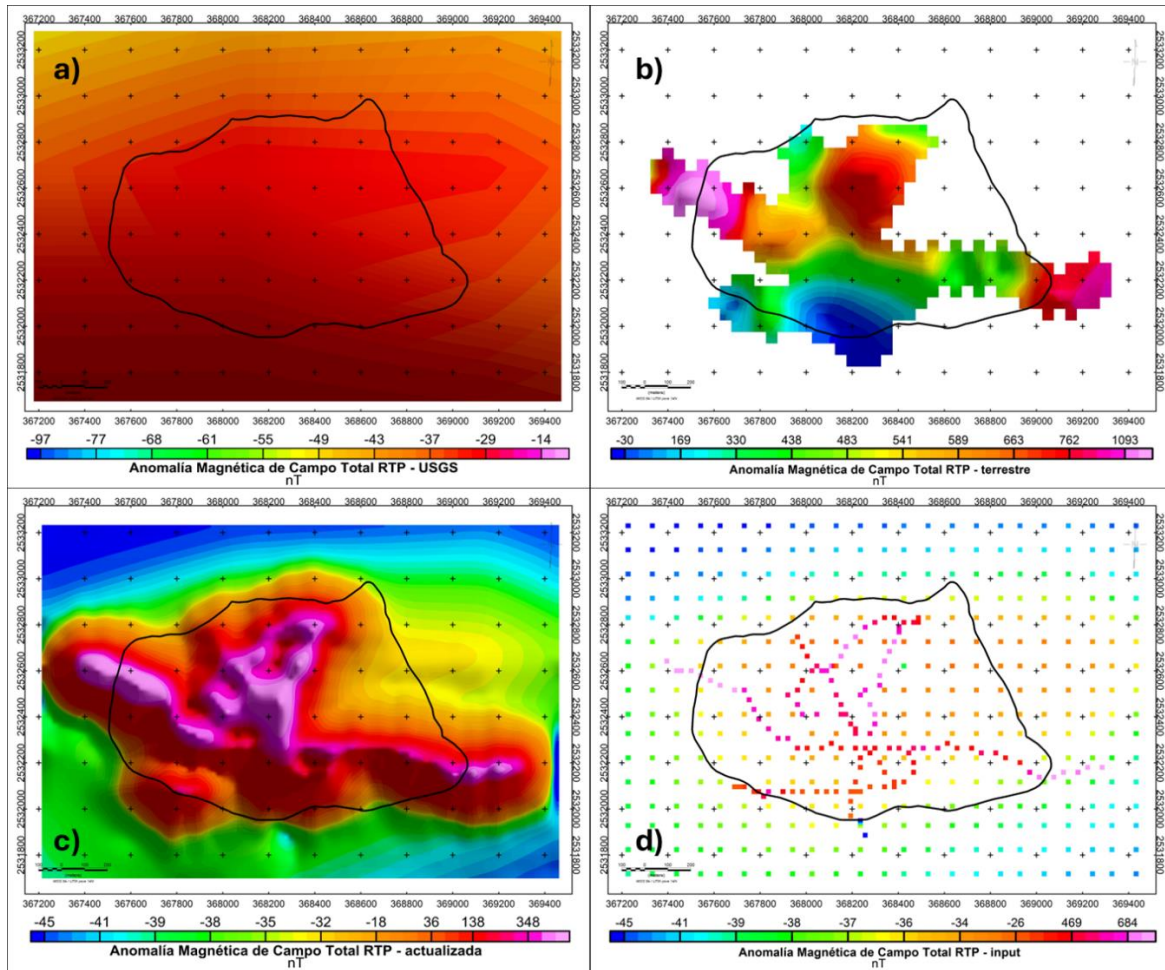


Figura 80. Anomalia magnética RTP para el cráter JLC, generada a partir de diferentes fuentes de datos. a) aeromagnéticos reprocesados USGS, b) datos terrestres, c) datos mezclados, nivelados e interpolados, d) datos mezclados, nivelados e interpolados.

Las respuestas gravimétrica y magnética del cráter JLC muestra comportamientos típicos y distribuciones de anomalías concordantes con estudios geofísicos en otros maars (Almaguer et al., 2023; Blaikie et al., 2014; Cassidy et al., 2007; Flechsig et al., 2015; Hrubcová et al., 2023; López Loera et al., 2008; Mrlina et al., 2009; Pérez-Corona et al., 2017; Sosa-Ceballos et al., 2021).

Por último, se realizó un análisis de señal analítica como herramienta delimitadora de fuentes generadoras de anomalías para ambos mapas actualizados, como muestra la Figura 81, el mapa de anomalía de Bouguer contiene información en todas las regiones del mapa de manera general, mientras que el mapa de anomalía

Magnética Reducida al Polo contiene información principalmente dentro del cráter debido a que los datos magnéticos regionales no son de suficiente resolución y solo aportaron información sobre el nivel de referencia local. Posteriores análisis estructurales con la técnica TDR y HD TDR no fueron concluyentes debido a correlación con la distribución de los datos de entrada terrestres.

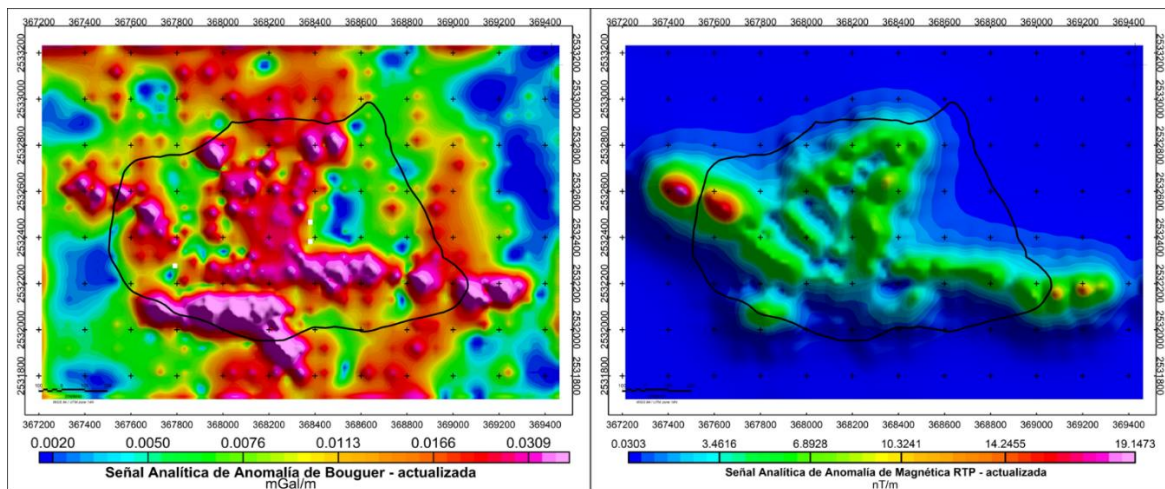


Figura 81. Mapas de Señal Analítica para anomalías de Bouguer (izquierda) y RTP (derecha) de mapas actualizados.

La Figura 82 hace una comparación con la cartografía y la columna vulcano-estratigráfica de (Venegas-Rodríguez et al., 2024), el modelo digital de elevación con la posición de las estaciones en tierra y los mapas gravimétrico y magnético generados para el estudio del cráter JLC. De esta forma se hizo una interpretación de las características físicas de los materiales en la zona de estudio y se identificaron los elementos presentes en la geología superficial pueden ser considerados como generadores de anomalías gravimétricas y magnéticas.

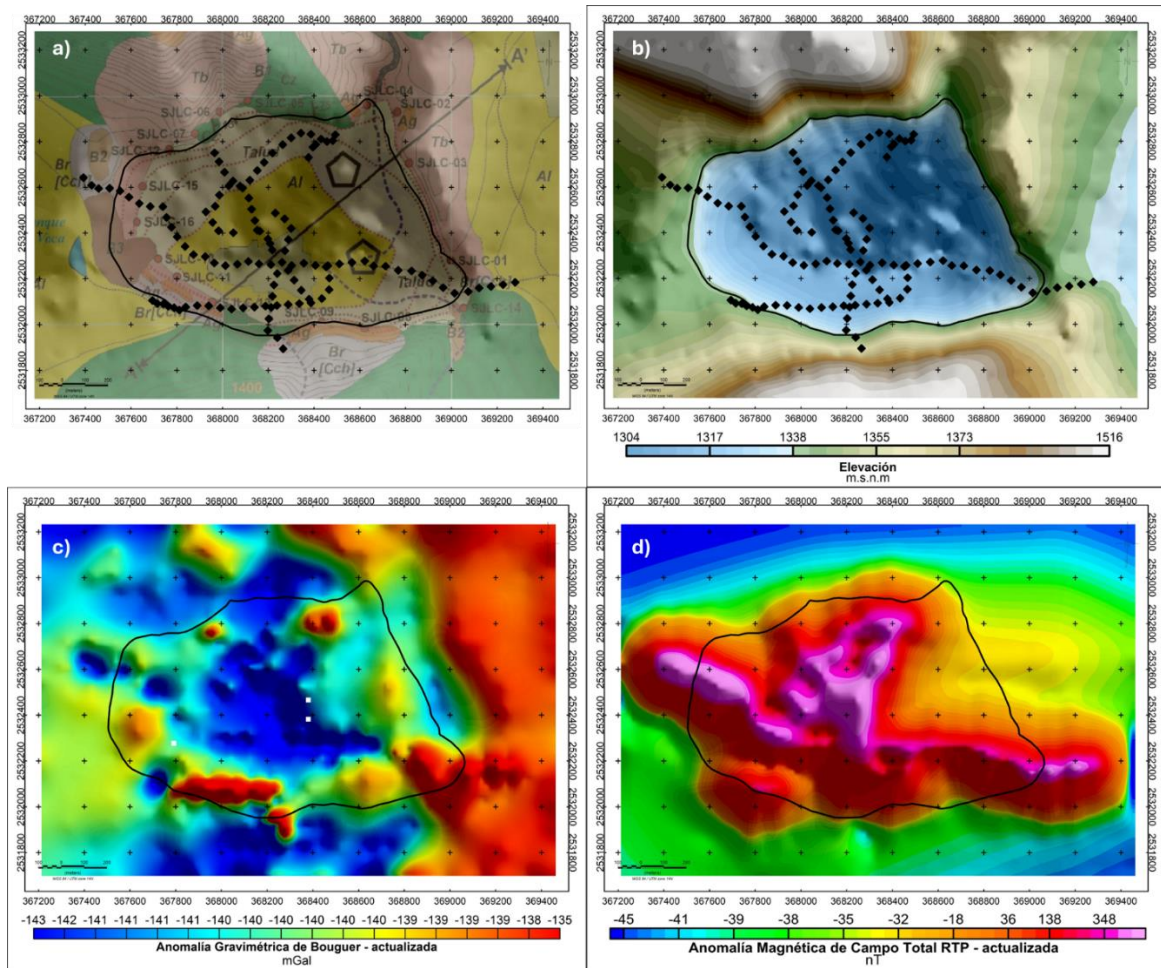


Figura 82. Comparación entre a) cartografía modificada de (Venegas-Rodríguez et al., 2024), b) topografía y localización de estaciones terrestres, c) anomalía de Bouguer Completa y d) anomalía magnética RTP en el cráter JLC.

La Figura 82c muestra que la anomalía gravimétrica de Bouguer Completa actualizada, a partir de ahora denominada únicamente como anomalía gravimétrica, presenta una clara tendencia N-S a la derecha del cráter. Por otro lado, asumiendo que las masas de la placa de Bouguer fueron elegidas correctamente y toman como referencia a la caliza plegada del sinclinal en la zona del cráter como densidad de referencia, la anomalía muestra variaciones en la densidad de los materiales en el centro del cráter mediante un déficit de masa y en las cercanías del anillo muestra materiales con densidades mayores con posible asociación a depósitos de lavas efusivas, contrario a los depósitos de toba asociados al anillo que se correlacionan espacialmente con anomalías negativas.

Por su parte la anomalía magnética Reducida al Polo actualizada (Figura 82d), a partir de ahora denominada únicamente como anomalía magnética, muestra correlación espacial entre los positivos magnéticos en las cercanías del anillo del cráter con afloramientos de derrames de lavas basálticos. El resto de las anomalías con amplitud similar se localizan en zonas del cráter donde no hay evidencia superficial de lavas efusivas, también es evidente la menor cantidad de información en regiones fuera del cubrimiento terrestre a comparación con los datos gravimétricos.

Para el caso del cráter JLC, también se realizaron análisis de profundidades teóricas al límite superior de las fuentes generadoras de anomalías gravimétrica de Bouguer Completa y magnética RTP mediante el método de espectro de potencia promediado radialmente. Ambos grupos de datos muestran profundidades de efectos someros en rangos de los 60-100 metros mientras que efectos más profundos en rangos de los 150-200 metros por debajo del nivel del terreno.

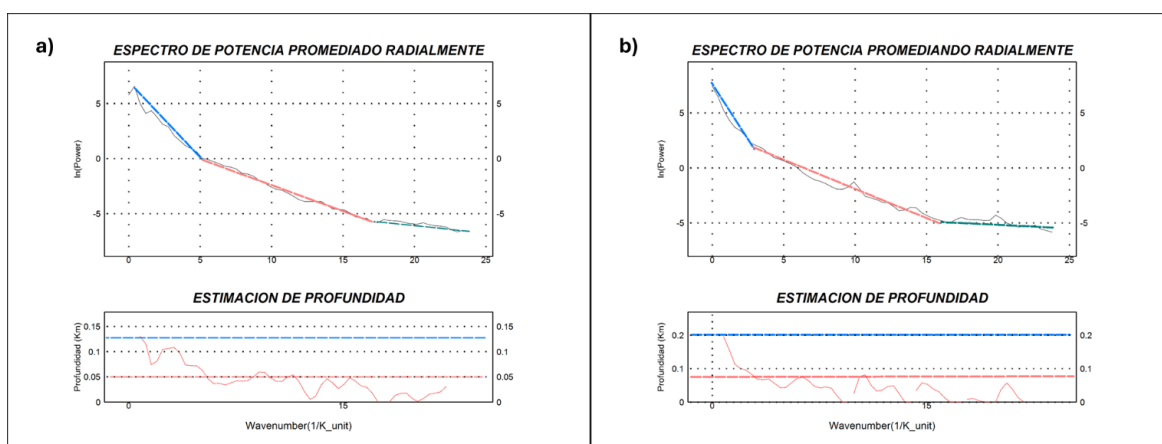


Figura 83. Estimación de profundidades en la Joya los Contreras para a) anomalía gravimétrica de Bouguer Completa y b) anomalía magnética RTP mediante el método de espectro de potencia promediado radialmente.

Mientras que mediante el método de estimación de profundidades por HD TDR para el caso magnético no muestra resultados concluyentes (Figura 84b), por otro lado, para el caso gravimétrico en la región central del cráter se reconocen dos regiones

relativamente continuas con profundidades superiores a los 200 metros sobre el nivel del terreno (Figura 84a).

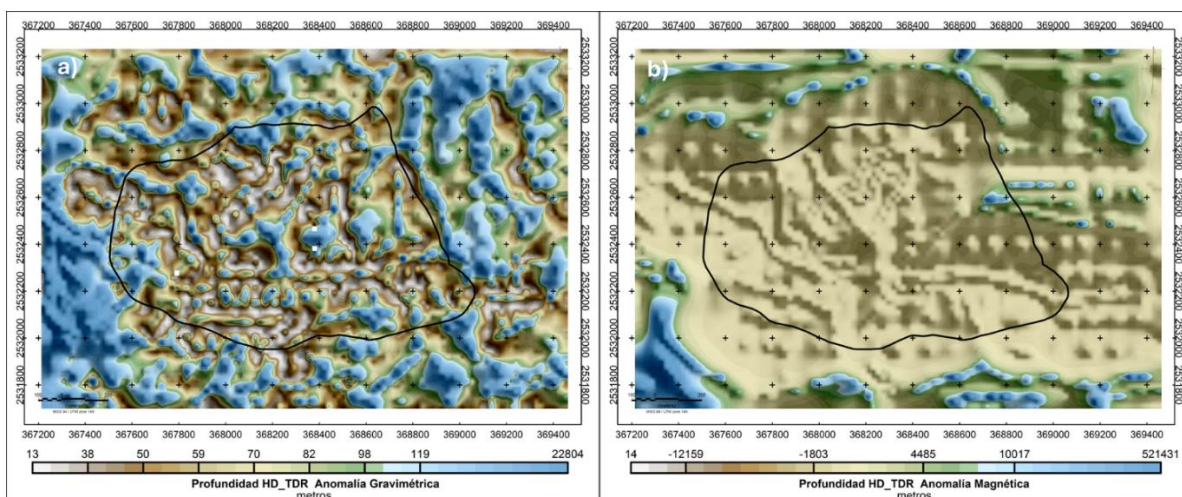


Figura 84. Mapas de estimación de profundidades por derivada total horizontal de la derivada de inclinación (HD TDR) para las anomalías gravimétrica Bouguer Completa y magnética RTP para la zona de estudio cráter JLC.

Inversión de Datos Gravimétricos y Magnéticos en 3D

Finalmente, se consideró la información obtenida a partir del contexto estructural, el ambiente geológico, los estudios vulcano-estratigráficos del cráter, el modelo conceptual típico de un maar (Figura 41) definir parámetros de regularización. Por otro lado, durante el proceso de inversión se emplearon las bases de datos de la anomalía de Bouguer Completa y anomalía magnética RTP (Figura 79d y Figura 80d) con el fin de evitar la propagación de errores en el proceso de inversión causados por artefactos de interpolación. Trabajos como (Paredes Hernández et al., 2013) destacan el impacto del método de interpolación empleado en la generación de mapas.

Configuración de la Inversión

Se puede interactuar con el programa mediante una página de configuración, archivos de entrada y comandos de ejecución, a la espera de pruebas con escalado masivo y empaquetado del programa una interfaz gráfica no fue requerida.

Parámetros como la intensidad y dirección del campo magnético, tamaño de celdas, número de celdas en profundidad, parámetros de regularización, número de iteraciones, condición de paro, desviación estándar del modelo de inversión, modelo inicial o información a priori en caso de disponer de ella.

```

76 |*****
77 | CAMPO MAGNETICO
78
79 |Terrestre 08/12/2022, step 100, max step tested 60m, nz=13 24Gb
80 | H = 41922.8 |nT
81 | I = 50.86 |grados
82 | D = 14.509 |grados
83 | I = 90 |Reducido al Polo
84 | D = 0
85 |*****
86 | PARAMETROS DE REGULARIZACION
87
88 |param_reg(1) = 1e1 |alpha_gv *smoothness
89 |param_reg(2) = 1e2 |alpha_mg
90 |param_reg(3) = 1 |beta_gv *a-priori information
91 |param_reg(4) = 1 |beta_mg
92 |param_reg(5) = 1e1 |gamma_gv *strike
93 |param_reg(6) = 1e2 |gamma_mg
94 |param_reg(7) = 1e3 |eta_gv *vertically
95 |param_reg(8) = 1e4 |eta_mg
96 |param_reg(9) = 1e3 |mu_gv *structural coupling
97 |param_reg(10) = 1e3 |mu_mg
98 |param_reg(11) = 1 |lambda_gv *misfit relaxation
99 |param_reg(12) = 1 |lambda_mg
100
101 |strike = 90.0 |Positive from North to East.
102 |dip = 90.0
103
104 |*****
105 |CONDICIONES DE PARO del método iterativo.
106
107
108 |num_iters = 100
109 |err0 = 0.1 |% variacion total de modelos en cada iteracion.
110
111
112
113 |*****
114 | CONSTRUCCION DE MALLA 3D o dominio de celdas cubicas
115
116 | Tamaño de celdas cubicas en metros.
117 | step = 60
118
119 | Numero de celdas en z
120 | nz = 21
121
122 | Elevacion máxima del modelo.
123 | lzmax = 1300 |m.s.n.m elevacion valor arbitrario fijo.
124 | zmax = maxval(zobs_gv) |m.s.n.m >0 sobre el mar.
125 | lzmax = minval(zobs_gv) |m.s.n.m <0 debajo del mar.
126
127
128 | if (d_type == 1) then
129 |   stdev_model_3D = 0.4
130 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:ny,1) = 0.2 |celdas limite superior. Para evitar pr
131 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:ny,nz) = 0.1 |celdas limite inferior. Para evitar p
132 |   |stdev_model_3D(1:2,1:ny,1:nz) = 0.2 |celdas limites laterales
133 |   |stdev_model_3D(nx-1:nx,1:ny,1:nz) = 0.2
134 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:2,1:nz) = 0.2
135 |   |stdev_model_3D(1:nx,ny-1:ny,1:nz) = 0.2
136
137 | else if (d_type == 2) then
138 |   stdev_model_3D = 0.4
139 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:ny,1) = 0.2 |celdas limite superior.
140 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:ny,nz) = 0.1 |celdas limite inferior.
141 |   |stdev_model_3D(1:2,1:ny,1:nz) = 0.2 |celdas limites laterales
142 |   |stdev_model_3D(nx-1:nx,1:ny,1:nz) = 0.2
143 |   |stdev_model_3D(1:nx,1:2,1:nz) = 0.2
144 |   |stdev_model_3D(1:nx,ny-1:ny,1:nz) = 0.2
145

```

Figura 85. Configuración de parámetros críticos para inversión.

En este estudio se emplearon los valores de intensidad de campo magnético para la fecha en la que se adquirieron los datos terrestres, como referencia se tomó el 08/12/2022 con intensidad $H = 41,922.8$ nT, para la inclinación y declinación debido a que los datos magnéticos se proporcionan como anomalía RTP el valor indicado es $I = 90^\circ$, $D = 0^\circ$. El tamaño de celda para este modelo fue de 60 metros, considerando que los datos terrestres tienen una separación de 50 metros entre caminamientos y el muestreo remoto fue cada 100 metros. El número de celdas del modelo en x y y es calculado empleando la posición límite de los datos de entrada y el tamaño de celda, mientras que las celdas en z son indicadas por el usuario, en este caso exprimiendo al máximo los recursos computacionales disponibles se consiguió un dominio de inversión de 22,932 (39x28x21) celdas. Como modelo inicial se consideró un modelo homogéneo de contraste de densidad cero en todas

partes para ambos tipos de datos, mientras que no se consideró información *a priori* en profundidad.

El formato para los datos de entrada consiste en un archivo nombrado “input_gv.csv” para datos gravimétricos e “input_mg.csv” para datos magnéticos, conformado de una base de datos que contiene posición UTM, valor de la anomalía y desviación estándar de cada estación como se ejemplifica en la Figura 86. En este caso la base de datos (Figura 79d y Figura 80d) fue organizada colocando primero los datos terrestres seguido de los datos remotos, 467 datos en total. El valor de desviación estándar de todos los datos fue elegido basado en el error asociado al instrumento empleado para la recolección de datos terrestres, 0.1 mGal y 1nT respectivamente. La anomalía gravimétrica fue nivelada con la media aritmética de los datos en el cero. El software calcula automáticamente las dimensiones del dominio de inversión empleando las coordenadas máxima y mínima de los datos de entrada y el tamaño de celda configurado en la página principal de configuración.

	A	B	C	D	E
1	x_utm	y_utm	z_utm	aCB_mGal	Std_dev[mGal]
2	368260	2532272	1304.53	-2.99	0.1
3	367392.3	2532642	1350.8	-1.66	0.1
4	367427.8	2532609	1348.19	-1.14	0.1
5	367458.4	2532595	1346.37	-2.06	0.1
6	367506.2	2532596	1342.86	-0.57	0.1
7	367551.8	2532584	1336.75	-2.26	0.1
8	367590.7	2532557	1330.99	-0.39	0.1
9	367636	2532529	1323.98	0.26	0.1
10	367683.9	2532516	1318.25	-2.49	0.1
11	367739	2532515	1315.15	-1.01	0.1
12	367755	2532468	1312.23	-1.08	0.1
13	367776.6	2532425	1310.33	-0.28	0.1
14	367801.7	2532384	1308.21	-1.13	0.1
15	367836.1	2532341	1306.41	-0.6	0.1
16	367872.7	2532306	1305.31	-0.95	0.1
17	367924.1	2532297	1304.37	-0.74	0.1
18	367964.1	2532269	1303.44	-1.47	0.1
19	368012.9	2532257	1303.15	-1.68	0.1
20	368064.7	2532264	1303.23	-1.98	0.1

	A	B	C	D	E
1	x_utm	y_utm	z_utm	aCT_RP_nT	Std_dev[nT]
2	368260	2532272	1304.53	476.5	1
3	367392.3	2532642	1350.8	843.27	1
4	367427.8	2532609	1348.19	1199.87	1
5	367458.4	2532595	1346.37	1308.49	1
6	367506.2	2532596	1342.86	1300.76	1
7	367551.8	2532584	1336.75	1181.76	1
8	367590.7	2532557	1330.99	1333.16	1
9	367636	2532529	1323.98	1409.23	1
10	367683.9	2532516	1318.25	1009.29	1
11	367739	2532515	1315.15	653.31	1
12	367755	2532468	1312.23	603.09	1
13	367776.6	2532425	1310.33	609.71	1
14	367801.7	2532384	1308.21	607.57	1
15	367836.1	2532341	1306.41	603.25	1
16	367872.7	2532306	1305.31	583.17	1
17	367924.1	2532297	1304.37	600.46	1
18	367964.1	2532269	1303.44	492.57	1
19	368012.9	2532257	1303.15	376.48	1
20	368064.7	2532264	1303.23	399.56	1

Figura 86. Tabla ilustrativa de los datos de entrada.

Se necesita configurar la elevación máxima del modelo en el punto más alto de los datos de la zona de estudio y un tercer archivo de entrada con el nombre “input_dom3D_topo” si se quiere procesar considerando la topografía en el modelo del subsuelo obtenido en el proceso de inversión. La implementación de esta característica fue muy simple y requiere de una base de datos con información de elevación en el nodo central cada celda en el plano superior del dominio de inversión, para ello es muy útil emplear un modelo resultante de una primera corrida del software sin considerar topografía.

Mientras que los parámetros de regularización se detallan en la Tabla 5, en términos generales se consideró el modelo conceptual típico de un cráter freatomagmático, en el caso del modelo gravimétrico mediante un ligero reforzamiento de estructuras verticales de rumbo W90E/90N y el favorecimiento de estructuras verticales y acoplamiento estructural mediante los parámetros discutidos en la sección Lineamientos para el Uso de Regularizadores. También se empleó el uso de desviación estándar del modelo en los límites laterales inferior al interior del modelo para fungir como condiciones de frontera. Finalmente, la desviación estándar de los datos se sobrescribió por el 5% y 10% del rango de la anomalía para los datos terrestres y satelitales, de forma práctica dándole ese porcentaje de libertad a los modelos de inversión para ajustarse a los datos observados. Se ejecutó el programa por 100 épocas o iteraciones.

Parámetros de Inversión separada convencional		Inversión con funcional paramétrico propuesto
Regularizació		
n		
$\lambda^{(1)}$	1	1
$\lambda^{(2)}$	1	1
$\alpha^{(1)}$	1e1	1
$\alpha^{(2)}$	1e1	1e2
$\beta^{(1)}$	1	1
$\beta^{(2)}$	1	1
$\gamma^{(1)}$	0	1
$\gamma^{(2)}$	0	1e2
$\eta^{(1)}$	0	1e2
$\eta^{(2)}$	0	1e4
$\mu^{(1)}$	0	1e3

$\mu^{(2)}$	0	1e3
Rumbo	0	90
Echado	0	90
$Std_Dev_m^{(1)}$	0.4, 0.2 en bordes laterales	0.4, 0.2 en bordes laterales
$Std_Dev_m^{(2)}$	0.4, 0.2 en bordes laterales	0.4, 0.2 en bordes laterales
$Std_Dev_d^{(1)}$	5% ¹ en datos terrestres y 10% en remotos	5% ¹ en datos terrestres y 10% en remotos
$Std_Dev_d^{(2)}$	5% ¹ en datos terrestres y 10% en remotos	5% ¹ en datos terrestres y 10% en remotos

¹ Diferencia entre max(anomalía) - min(anomalía).

Tabla 5. Parámetros de regularización empleados para la inversión geofísica en JLC.

A continuación, se muestran los modelos de inversión resultantes con el análisis de convergencia y error del proceso de inversión. La resolución de salida de los modelos de inversión se configuró en celdas cúbicas de 60 metros por lado, para su graficado se empleó una interpolación de la malla regular en tres dimensiones a 20 metros por celda cubriendo un volumen de 4,158,000,000 m³ (2,200 x 1,500 x 1,260 metros) con un total de 22,932 celdas, procesadas en 8 minutos en un equipo con procesador AMD Threadripper de 32 núcleos a 3.6GHz, 64Gb de memoria RAM y tarjeta gráfica NVIDIA RTX4090 de 24Gb VRAM en sistema operativo Windows 11.

Resultados de Inversión Estándar

Los modelos de inversión obtenidos con un funcional paramétrico estándar tienen un error de ajuste RMS de 0.7 para el modelo gravimétrico y 0.25 para el modelo magnético (Figura 88), el error de ajuste aparentemente alto tiene relación con la desviación estándar que se asignó al ajuste de los datos 5% y 10% para datos terrestres y remotos respectivamente. Por su parte el gráfico de datos observados vs. calculados muestra que el ajuste de los datos generados por el modelo reproduce adecuadamente los datos obtenidos en campo.

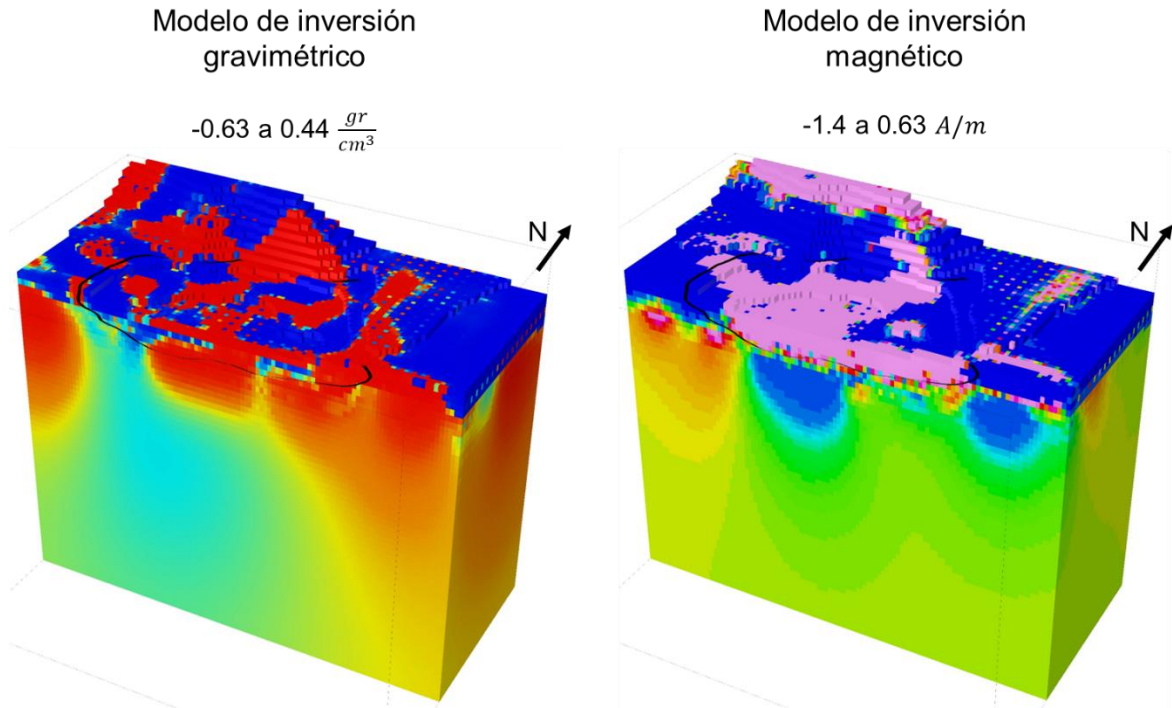


Figura 87. Resultados de inversión estándar de un corte en los modelos aproximadamente a la mitad del cráter JLC.

Las características de los modelos de inversión que fueron generados considerando únicamente características técnicas, es decir, modelos suavizados como regularización que aporta estabilidad al proceso con ajuste correcto de datos, se ilustran en la Figura 87. Un corte en los modelos aproximadamente a la mitad del cráter muestra materiales muy densos sobre una zona de baja densidad en el subsuelo, mientras que el modelo de magnetización muestra materiales magnéticos cubriendo el fondo del cráter, mientras que el subsuelo está dominado por material con nula magnetización. Tales características no están en concordancia con un modelo conceptual que considera vulcanismo intraplaca y debilidad estructural.

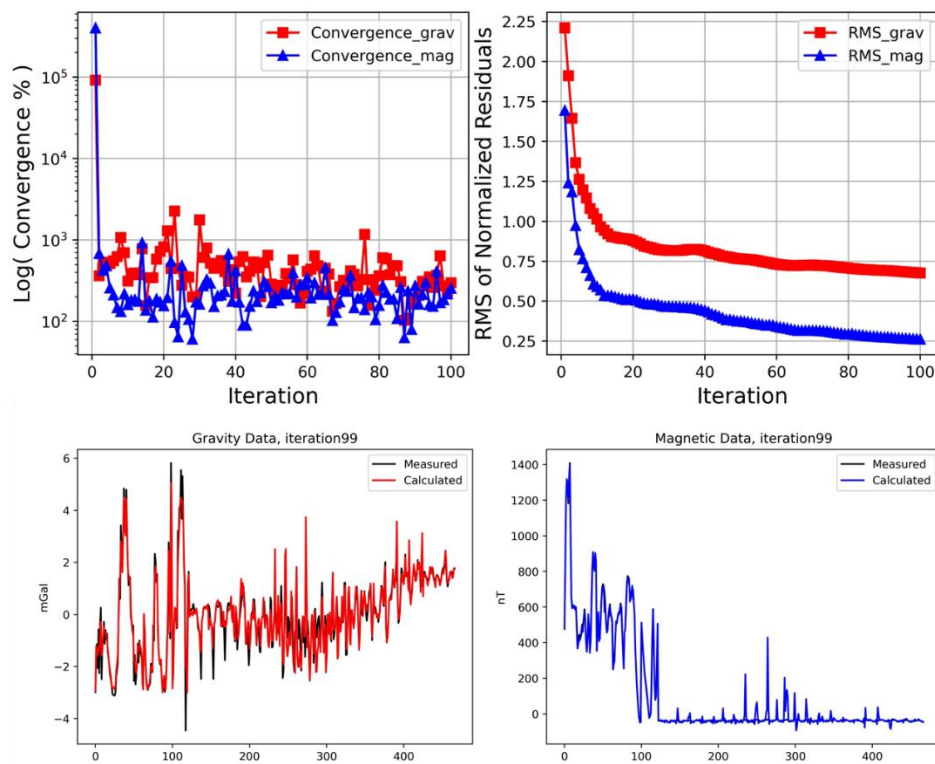


Figura 88. Análisis de error de los modelos de inversión separada convencional. Gráfico de convergencia, error RMS y firmagrama de datos observados vs. calculados.

Resultados de Inversión Funcional Paramétrico Propuesto

Los modelos de inversión empleando los regularizadores planteados en este trabajo tienen un error de ajuste RMS de 0.8 para el modelo gravimétrico y 0.6 para el modelo magnético (Figura 90), de la misma forma que los resultados anteriores, este rango se asocia al porcentaje de incertidumbre asignado a los datos; el gráfico de datos observados vs. calculados muestra visualmente que el ajuste de los datos generados por el modelo reproduce adecuadamente los datos obtenidos en campo.

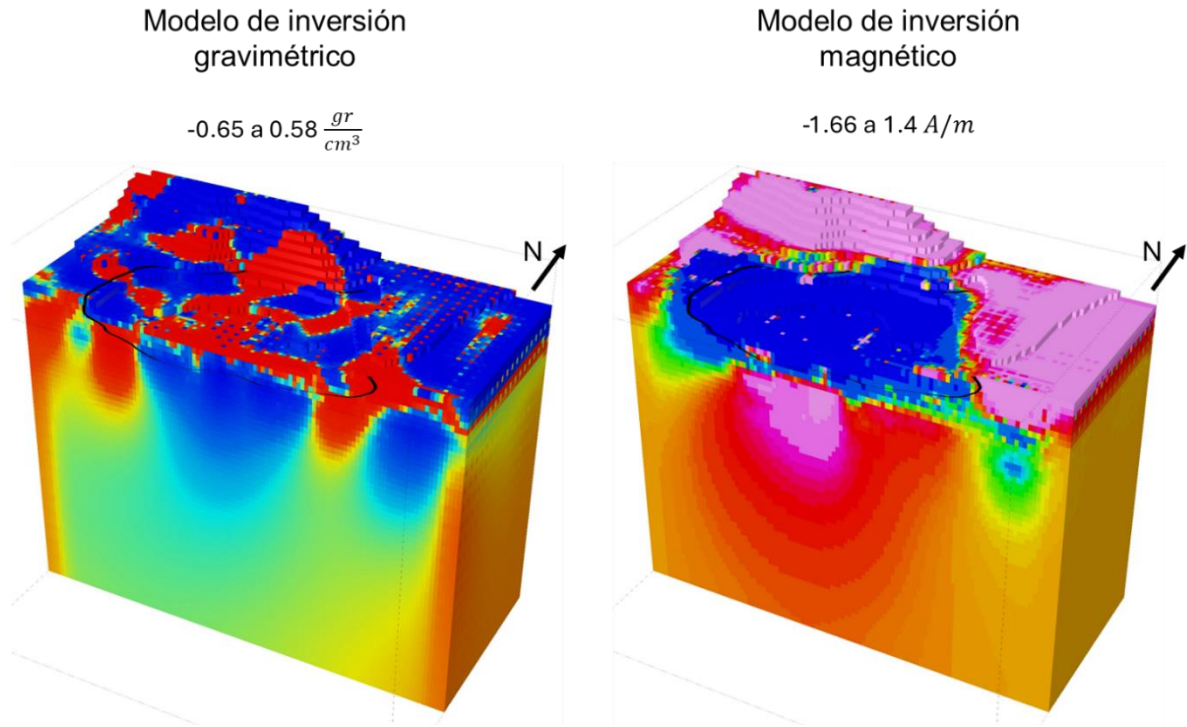


Figura 89. Resultados de inversión robusta de un corte en los modelos aproximadamente a la mitad del cráter JLC.

Como fue desarrollado en la sección “Lineamientos para uso de Regularizadores” es importante trabajar en obtener modelos de inversión que reproducen aceptablemente los datos de entrada, pero también que la distribución de parámetros físicos es una representación aceptable del medio que se quiere estudiar considerando el modelo conceptual del objetivo de estudio. En este caso la distribución de densidades en el modelo gravimétrico muestra una región con contraste negativo de densidad concordante con la estructura cónica típica de un maar. Por su parte, el modelo magnético muestra contrastes de magnetización positiva concentrado en la región debajo del centro del cráter y en las áreas circundantes al cráter en superficie, acorde con lo esperado de depósitos volcánicos de un maar. Estos resultados (Figura 89) muestra las características buscadas en una estructura típica de un cráter freatomagmático (Figura 58), además de reproducir las medidas obtenidas en campo, por lo que se calificaron como adecuados para su análisis e interpretación.

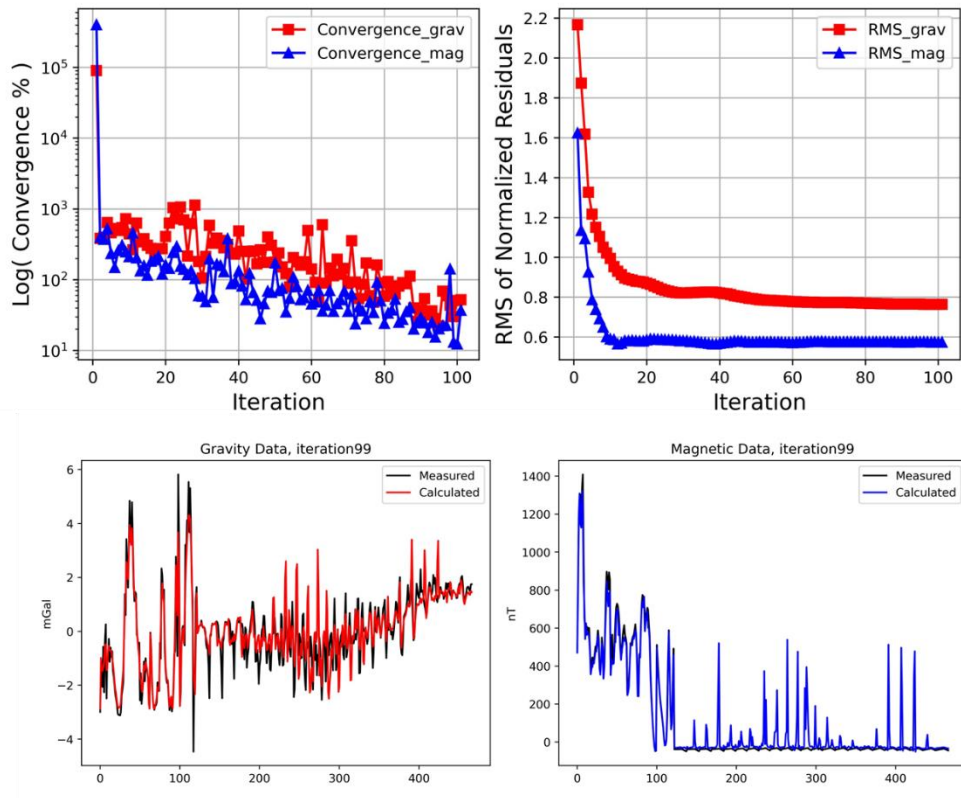


Figura 90. Análisis de error de los modelos de inversión con funcional paramétrico propuesto. Gráfico de convergencia, error RMS y firmograma de datos observados vs. calculados.

Modelo geofísico del interior del cráter Joya Los Contreras

A partir de los modelos de inversión generados por el funcional paramétrico propuesto en este trabajo se realizaron secciones en planta en intervalos de cada 50 metros, a partir de las cuales se delimitaron los contornos de los contrastes de densidad y magnetización en profundidad, para posteriormente interpretar la forma de las estructuras relacionadas con los depósitos dentro del cráter como ilustra la Figura 91.

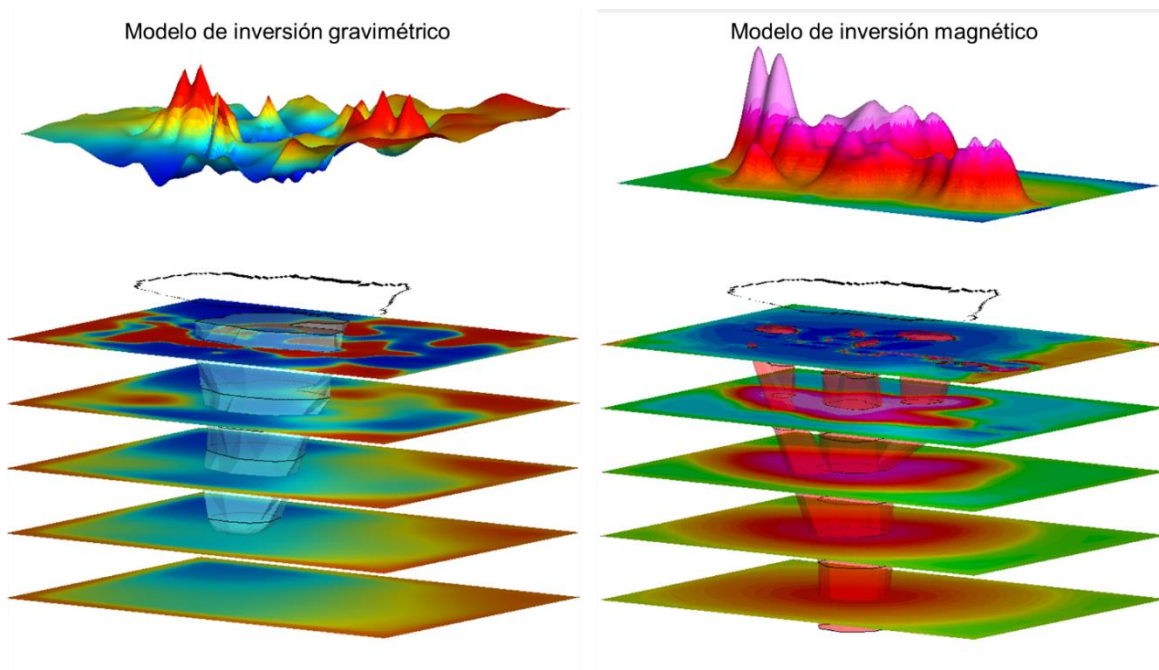


Figura 91. Mapeo de estructuras con contraste de densidad y magnetización a través de secciones en planta de los modelos de inversión.

Se identificó una estructura en el centro del cráter con déficit de masa de $0.5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ en promedio, con dimensiones 850 metros en su eje más largo y 550 metros en su eje más corto, que se extiende desde los 1,300 a 650 m.s.n.m, es decir, al menos 650 metros de profundidad, por sus dimensiones se interpreta como la representación gravimétrica de una posible diatrema (Figura 93). Adicionalmente, la presencia de material con magnetización positiva dentro de esta estructura concuerda con la interpretación de que la región central del cráter contiene materiales retrabajados producto de una explosión freatomagmática. La formación de una diatrema es producto de una sucesión de explosiones freatomagmáticas que van socavando el basamento a medida que el magma asciende e interactúa con el acuífero, este proceso destruye los diques que hayan quedado de la explosión anterior, redistribuyendo los materiales presentes, una parte son expulsados y otra parte se deposita dentro del cráter.

También se identificó un material de magnetización positiva superior a $1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ a partir de los 150 metros de profundidad debajo del nivel del terreno, con presencia en el

centro del cráter y al menos cinco brazos en el perímetro del cráter, tres de los cuales tienen concordancia con afloramientos basálticos (Figura 93). En la JLC existen derrames basálticos post maar, casi de la misma edad, que se emplazaron sin hidrovulcanismo explosivo reportados por (Venegas-Rodríguez et al., 2024), por lo que es probable que el material con magnetización positiva, dispuesto alrededor de los bordes de la diatrema, tenga relación con el vulcanismo post-maar.

Los modelos presentan similitud estructural en la distribución de contrastes de magnetización positiva en el perímetro del cráter que correlacionan con las regiones de contraste de densidad positivo que rodean la diatrema interpretada (Figura 92), indicando que son materiales más densos y magnéticos que los elementos a su alrededor.

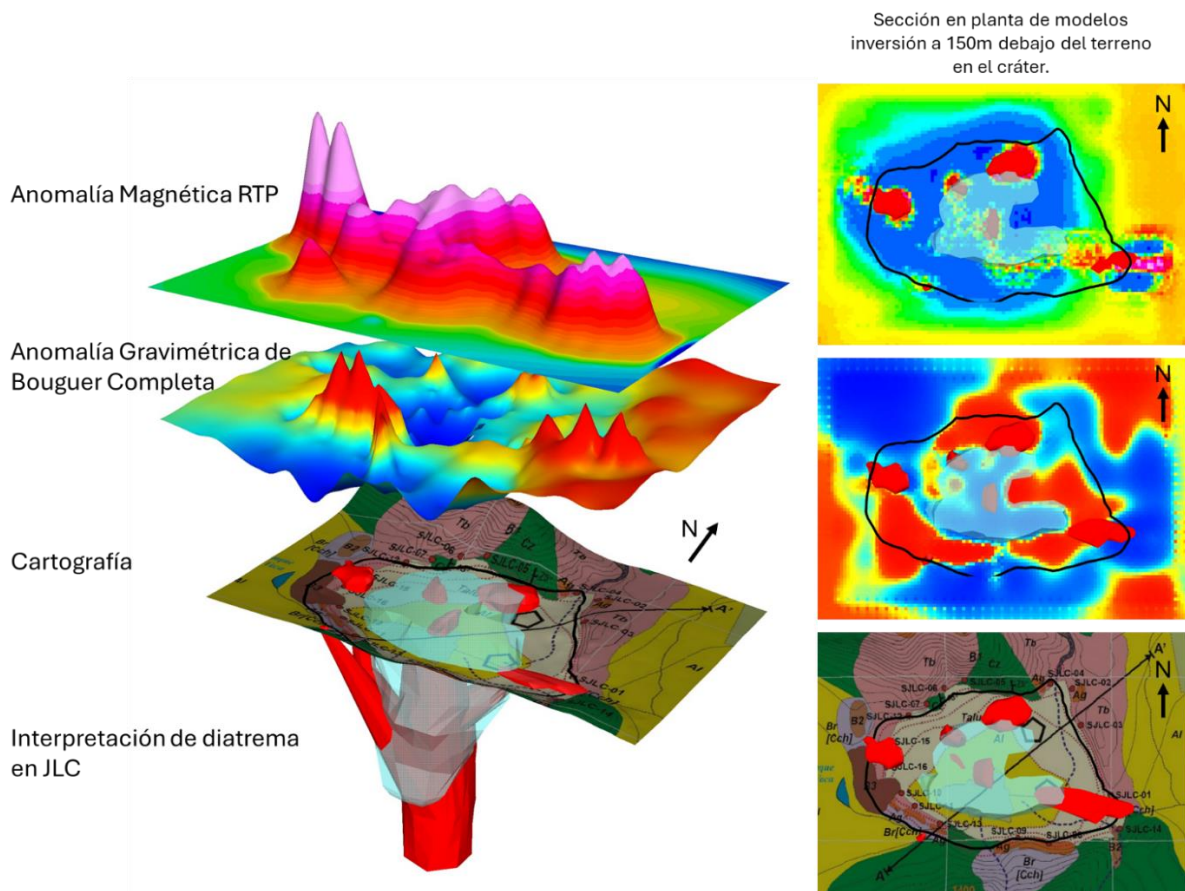


Figura 92. Similitud estructural presente en modelos de inversión.

El resto de los materiales magnéticos son localizados sobre la topografía de la región, en concordancia con el estudio vulcano-estratigráfico que demuestra la presencia de materiales en el anillo del cráter con alto contenido de minerales magnéticos.

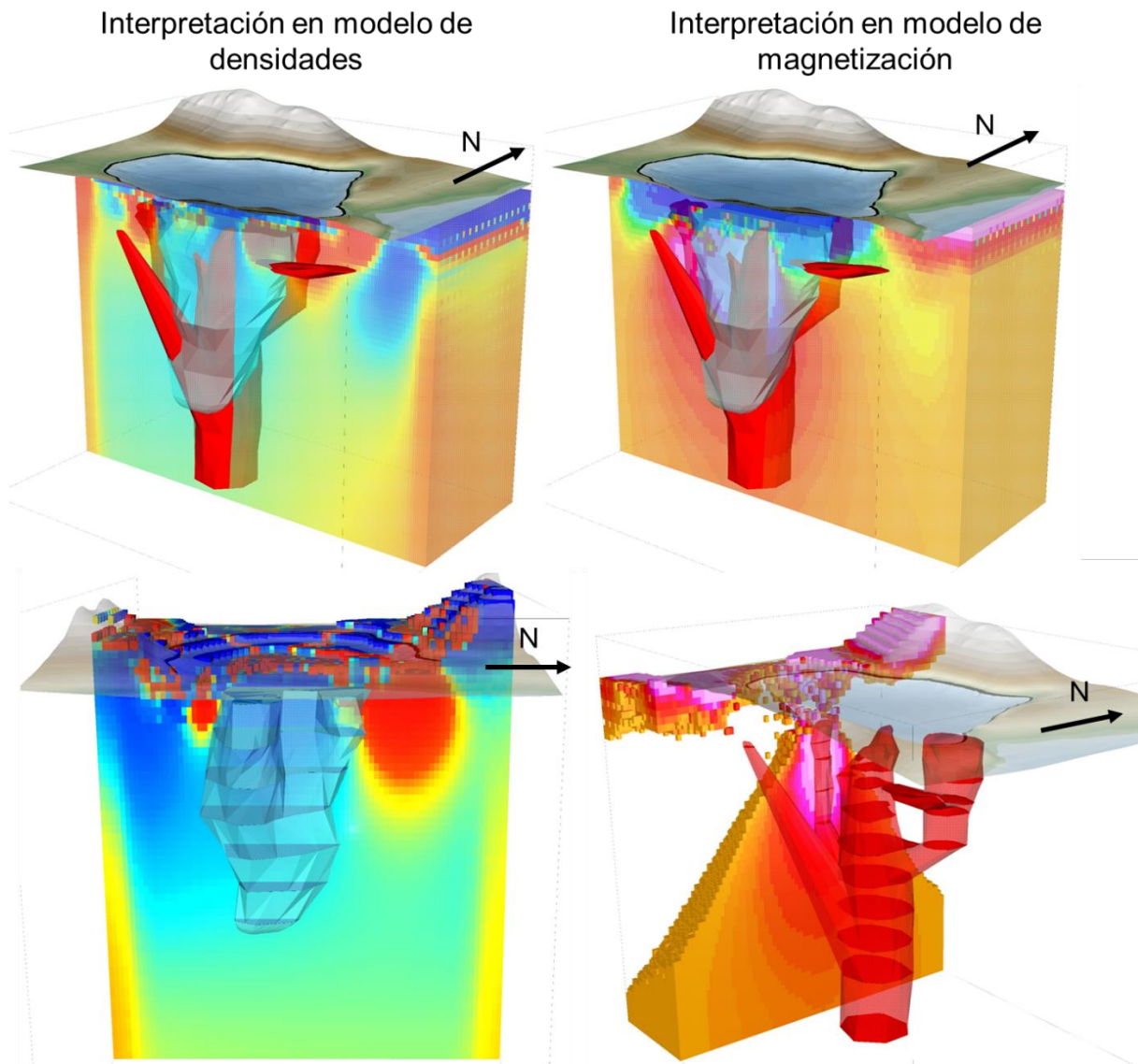


Figura 93. Vista en 3D con exageración vertical 1.5 de modelos de contraste de densidad y magnetización en JLC. La estructura azul delimita material con contraste de densidad negativo y magnetización positiva, la estructura roja delimita con material susceptibilidad magnética positiva.

Conclusiones

Con fines de continuidad, las conclusiones serán estructuradas en orden que fueron desarrolladas en el documento, es decir, primero se enuncian las conclusiones del planteamiento matemático, posteriormente las de programación y finalmente las de la aplicación.

Sobre el planteamiento matemático, el funcional paramétrico emplea regularizadores que se pueden clasificar en 3 tipos, estabilización, restricción e información a priori. Las principales ventajas del funcional paramétrico propuesto en este trabajo son: 1) El enfoque para obtener soluciones de inversión es versátil y aplicable a una gran variedad de objetos de estudio, debido a que los regularizadores controlados por su “peso” que se caracterizan por promover tendencias geométricas en concordancia con características estructurales esperadas. 2) El regularizador de similitud estructural permite reducir la incertidumbre de los resultados mediante la integración de dos métodos geofísicos dentro del proceso de obtención de la solución. 3) Las restricciones basadas en la desviación estándar asignadas a los datos permiten mezclar diferentes fuentes de información y asociarles diferente importancia en las soluciones de inversión, por su parte, las restricciones basadas en la desviación estándar asignadas a los parámetros de los modelos funcionan como restricciones en la magnitud de las variaciones que pueden ser asociadas a distintas regiones del dominio de inversión.

Sobre la programación, la gestión uso de la memoria más eficiente permitió aprovechar los recursos de RAM y VRAM disponibles, acelerando los tiempos de procesamiento de soluciones de inversión. En adición, disponer de tres versiones de código para la ejecución del programa en CPU, GPU o CPU/GPU permite obtener resultados preliminares para estimar los parámetros de regularización óptimos. El tiempo de procesamiento no depende del tamaño (dimensiones) de las celdas, sino del tamaño de las matrices necesarias para el procesamiento. La principal limitante para obtener modelos de inversión con mayor resolución es la cantidad de RAM o VRAM a la que se tiene acceso, ya que la cantidad de memoria

requerida para una inversión crece exponencialmente y depende en gran medida de: 1) El número de voxels en el dominio 3-D de los modelos y 2) En menor medida, el número de datos de entrada. Sin embargo, se pueden obtener buenos resultados incluso con modelos de menor resolución (menos celdas) ya que la resolución mínima requerida para un estudio geofísico está definida por la escala, los objetivos y el alcance de cada investigación.

Por otro lado, como se puede observar en los gráficos de convergencia (Figura 35, Figura 39, Figura 88, Figura 90) el proceso iterativo es inestable, es decir, los modelos cambian con respecto a la iteración anterior en un alto porcentaje, sin embargo, hay una tendencia a estabilizar la solución conforme el número de iteraciones aumenta. Esta característica se ha asociado al método numérico empleado para minimizar el funcional paramétrico, también se ha identificado que la sobre-regularización durante el proceso de minimización genera inestabilidad, es decir, las soluciones con menos regularizadores activos tienden a ser más estables.

Sobre el estudio geofísico mediante métodos potenciales, la interpretación de los resultados obtenidos durante el análisis cualitativo y cuantitativo de las anomalías gravimétrica y magnética se realizó mediante el estudio del contexto del área de estudio desde la escala regional a la local. Regionalmente el CVSD se encuentra en la porción poniente del sector Valles del CPCM en una zona de transición entre la plataforma Valles-San Luis Potosí y la Cuenca Mesozoica del Centro de México dentro de la porción norte de la Mesa Central. La anomalía gravimétrica de Aire Libre (Figura 68) caracterizan claramente ambas provincias fisiográficas, mientras que la anomalía de Bouguer Completa permite identificar que existe un cambio en la masa de la corteza terrestre, con un gradiente importante en la región que separa la Mesa Central del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano. Por su parte, la anomalía Magnética de Campo Total (Figura 69) ubica la zona de estudio en una región con vulcanismo intraplaca bien localizado, en contraste con la distribución general de anomalías en la Sierra Madre Occidental o la Faja Volcánica Transmexicana.

El CVSD muestra correlación entre lineamientos fisiográficos y la posición de los edificios volcánicos, por otro lado, el cambio de rumbo en la dirección de los pliegues del CPCM durante la deformación Laramide sugiere una estructura en el basamento contemporánea, sin embargo, no existen evidencias directas. Se especula que estas zonas, posiblemente heredaron rasgos paleotectónicos que controlaron la paleogeografía y la evolución geodinámica de la región, pero se requiere mayor investigación para confirmar esta hipótesis. Por otro lado, la presencia de intrusiones ígneas del Cenozoico en los límites de la Mesa Central está relacionado con zonas de debilidad cortical preexistentes, reactivadas durante los regímenes compresivos y extensivos durante su evolución tectónica.

El mapa de anomalía gravimétrica de Bouguer Completa de CVSD (Figura 72) permite identificar un cambio regional en la densidad de los materiales en subsuelo con una tendencia muy marcada N-S concordante con la dirección de deformación de la formación El Abra, también se aprecia un lineamiento N52W que diferencia la porción sur del CVSD, lineamiento sobre el cual se localizan la mayoría de los edificios volcánicos del CVSD, a excepción de la Joya Prieta.

Por su parte, la anomalía de tipo geológico Magnética Reducida RTP y señal analítica (Figura 73) muestra que los edificios volcánicos del CVSD tienen dominios magnéticos bien delimitados, donde los cráteres Joya de Los Contreras, El Banco, Santo Domingo y Cerro El Apaste forman parte del mismo dominio magnético, lo que sugiere que podrían formar parte de un mismo surgimiento magmático. Existe un intrusivo datado en 72.3 Ma (Díaz-Bravo et al., 2021) localizado en la localidad La Pólvara muy cerca del Cerro El Apaste mientras que los edificios volcánicos tienen edades de ~ 0.4 Ma, lo que implica que esa región del CVSD ha tenido al menos dos periodos diferentes de actividad.

En contraparte, la Joya Prieta y los derrames de lavas de San Juan Sin Agua presentan sus propios dominios magnéticos. La estimación de profundidades por el

método de espectro de potencia promediado radialmente (Figura 75) y profundidad HD TDR (Figura 76) evalúa profundidades a la cima de fuentes generadoras locales entre 1.5 y 2km debajo del nivel del terreno. Los análisis de variación espacial TDR y HD TDR de los mapas de anomalía gravimétrica y magnética (Figura 74) fueron empleados para delimitar las dos estructuras regionales N-S y N52W presentes en la zona de zona de estudio.

Finalmente, la metodología para la mezcla de anomalías obtenidas mediante métodos de medición remotos y datos terrestres en el cráter Joya de Los Contreras demostró ser una herramienta valiosa para complementar la información y dar contexto regional. Los resultados de inversión presentan similitud estructural, una técnica empleada para mitigar la incertidumbre de los modelos. Mediante dicha similitud el modelo de densidades podría ayudar a inferir la posición y dimensión de fuentes magnéticas que no fueron registradas en las campañas de campo debido a las dificultades de acceso. Las estructuras interpretadas concuerdan con la evolución volcánica de la formación del maar.

Por su parte, la aplicación de software desarrollado en este trabajo para el estudio de un cráter freatomagmático generó modelos de distribución de densidad y magnetización para el cráter JLC hasta 1,260 metros de profundidad con celdas cada 60 metros que fueron interpoladas en voxeles de 20 metros. Se mapeo una estructura interpretada como la diatrema del maar con dimensiones de 850 metros en su eje más largo, 550 metros en su eje más corto y al menos 650 metros de profundidad. La distribución de cuerpos con magnetización positiva en la circunferencia del cráter que continúan a profundidad (Figura 93) es interpretada como posibles remanentes de diques o conductos litificados de lavas máficas post-maar, algunos de estos cuerpos fueron cartografiados en superficie por (Venegas-Rodríguez et al., 2024).

Perspectiva a Futuro

La naturaleza perfectible de cualquier desarrollo tecnológico implica que siempre hay oportunidades de mejora, por ejemplo, la posibilidad de optimizar aún más la implementación computacional mediante la paralelización de tareas aprovechando también el CPU mediante OpenMP, sin embargo, esto solo reduce el tiempo de procesamiento, objetivo ya cumplido parcialmente, sin mejorar la gestión de memoria.

Por otro lado, implementar técnicas de cálculo considerando matrices dispersas mejoraría la demanda computacional, adicionalmente incorporar resolución variable en profundidad a través de celdas de altura con incremento progresivo permitiría cuantizar el dominio de manera más eficiente, reduciendo así el uso de memoria. La implementación de una interfaz gráfica también puede ayudar a mejorar la experiencia de manejo de parámetros de inversión y archivos de entrada.

En este punto del desarrollo, el programa solo es capaz de trabajar con una cantidad igual de datos para ambos tipos de datos de entrada, de la misma forma, la resolución de los modelos de inversión conjunta es la misma para ambas técnicas geofísicas, lo que limita su aplicación a la cobertura espacial de ambos tipos de datos.

A través del análisis del rendimiento y los costos computacionales de las implementaciones seriales, paralelas e híbridas, se observa que a medida que se expande el dominio de inversión la velocidad de procesamiento aumenta de 4x a 100x como se muestra en la Tabla 2, lo que lo vuelve particularmente ventajoso para la aplicación de dominios de inversión más grandes por lo que el futuro de este proyecto se inclina por pruebas de escalado mediante cómputo en la nube.

En cuanto a los métodos geofísicos, la mayoría de los softwares comerciales y académicos (*Tabla 1*) soportan gravedad y magnetismo en 3-D, aunque algunos programas académicos como CROSSGRAD solo alcanzan modelado en 2-D. En el

caso de métodos más avanzados como FDEM y TDEM, muchas herramientas comerciales están limitadas a 2.5D o no los incluyen. El software desarrollado en este trabajo permite hacer modelado en 3-D para métodos potenciales, por otro lado, el enfoque modular y la implementación del método de similitud estructural empleado contemplan la incorporación en el futuro de procesamiento datos de electromagnéticos y sísmicos más adelante.

Otra ventaja clave de este proyecto es su compatibilidad de escalamiento mediante Large-Scale Cloud Computing (LSCC) debido a su programación, una capacidad que pocos softwares incluyen salvo opciones comerciales de alto nivel como MAGNUM, VOXI y EMVISION R. Esto lo convierte en una herramienta altamente escalable para estudios geofísicos de gran complejidad.

Discusión

La Mesa Central es provincia fisiográfica está limitada por el SFTSMA y SFSLT que son zonas de debilidad cortical, creando condiciones propicias para el ascenso de magmas y la actividad volcánica. La interpretación general sobre la estructura de la corteza en la Mesa Central (A. F. Nieto-Samaniego et al., 2023) plantea que experimenta "balloning" y fusión parcial (Figura 50), que pudo producir un ajuste isostático que le confiere su característica topográfica de planicie elevada. Los estudios realizados en xenolitos (Dávalos-Elizondo, 2011; Dávalos-Elizondo et al., 2016; Luhr & Aranda-Gomez, 1997; Schaaf et al., 1994; Solari et al., 2022) muestran que proceden del manto superior o la corteza inferior y sugieren un proceso de fusión parcial en la corteza con temperaturas en un rango entre los 1,200 °C y 850 °C, a profundidades cercanas a 30 km. Esta información concuerda más con la interpretación de adelgazamiento cortical o "corteza caliente". Sin embargo, el análisis regional mediante la anomalía de Bouguer Completa en este trabajo, así como los estudios sobre profundidad de punto de Curie y anomalía isostática de Airy-Heiskanen (Peredo et al., 2021) favorecen la interpretación de una corteza engrosada, de la misma forma estudios del espesor de la corteza a nivel mundial (Szwilius et al., 2019) parecen apoyar esta información.

Considerando la evolución tectónica del centro de México y los modelos de cuencas asociadas a subducción, es posible que el cambio lateral en la densidad de la corteza en la MC sea consecuencia de los esfuerzos compresivos generador por el frente de deformación de orógeno mexicano, donde la densidad es afectada por la compresión a la que fueron sometidos los materiales. En este caso la descompensación isostática podría ser explicada por el modelo isostático de Pratt en vez de Airy-Heiskanen, pues en este modelo la densidad varía de manera lateral en una corteza sin raíces, sin embargo, es probable que exista una combinación de ambos escenarios. Más investigación al respecto mediante un enfoque 3-D es necesaria, debido a que los análisis realizados en la MC han empleado un enfoque 2-D y extrapolan sus conclusiones a toda la MC, mientras que los procesos

tectónicos durante la historia de la MC demuestran que los esfuerzos en la región han tenido diferentes direcciones a lo largo del tiempo.

Sobre la estructura interna del cráter Joya de Los Contreras, las respuestas gravimétrica y magnética presentan características típicas de un maar de tipo sencillos (Kereszturi & Nmeth, 2012). El basamento local es conformado por calizas de la formación El Abra que fueron plegadas durante el orógeno mexicano, sin embargo, este proceso afectó de forma general a toda la región. La presencia de una anomalía negativa prominente en el centro del cráter con forma elíptica es consecuencia de un déficit de masa que puede ser explicado por la disminución en la densidad de materiales fragmentados y acumulados durante la formación del maar.

Adicionalmente, las respuestas magnéticas se concentran en la región perimetral y en menor medida en el centro del cráter. Las calizas del basamento local del CVSD representan una referencia que no contiene minerales magnéticos en su composición, por lo que las anomalías magnéticas presentes en la zona de estudio pueden ser explicadas por materiales volcánicos con alto contenido de minerales magnéticos. Los resultados de inversión y la interpretación de los modelos geofísicos apoyan la interpretación de la evolución eruptiva del maar JLC de (Venegas-Rodríguez et al., 2024).

Referencias

- Abubakar, A., Gao, G., Habashy, T. M., & Liu, J. (2012). Joint inversion approaches for geophysical electromagnetic and elastic full-waveform data. *Inverse Problems*, 28(5), 055016. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/28/5/055016>
- Aguilar-Ramírez, C. F., Camprubí, A., Fitz-Díaz, E., Cienfuegos-Alvarado, E., & Morales-Puente, P. (2017). Variación en la composición isotópica del agua meteórica a lo largo de la sección centro-noreste de la Sierra Madre Oriental. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 69(2), 447–463. <https://doi.org/10.18268/BSGM2017v69n2a9>
- Alaniz-Álvarez, S. A., & Nieto-Samaniego, Á. F. (2005). El sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende y la Faja Volcánica Transmexicana, dos fronteras tectónicas del centro de México activas durante el Cenozoico. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 57(1), 65–82. <https://doi.org/10.18268/bsgm2005v57n1a4>
- Alaniz-Álvarez, S. A., Nieto-Samaniego, A. F., Orozco-Esquivel, M. T., Vassallo, L. F., & Xu, S. (2002). (2002). El sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende: Implicaciones en la deformación post-eocénica del centro de México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 55(1), 12–29.
- Al-Garni, M. A. (2017). Inversion of magnetic anomalies due to isolated thin dike-like sources using artificial neural networks. *Arabian Journal of Geosciences*, 10(15), 337. <https://doi.org/10.1007/s12517-017-3115-9>
- Alken, P., Thébaud, E., Beggan, C. D., Amit, H., Aubert, J., Baerenzung, J., Bondar, T. N., Brown, W. J., Califf, S., Chambodut, A., Chulliat, A., Cox, G. A., Finlay, C. C., Fournier, A., Gillet, N., Grayver, A., Hammer, M. D., Holschneider, M., Huder, L., ... Zhou, B. (2021). International Geomagnetic Reference Field: the thirteenth generation. *Earth, Planets and Space*, 73(1), 49. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01288-x>
- Almaguer, J., Guevara-Betancourt, R., Sieck, P., Aguillón-Robles, A., Lopez-Loera, H., Cerca-Ruiz, M. F., & Tristán-González, M. (2023). An integrated geophysical and geological 3D model to characterize the feeder system of La Joya Honda and La Joyuela maars complex in central Mexico. *Journal of South American Earth Sciences*, 125, 104254. <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2023.104254>
- Amante, C. and B. W. E. (2009). *ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis*.
- Aranda-Gómez, J. J., Luhr, J. F., Housh, T. B., Valdez-Moreno, G., & Chávez-Cabello, G. (2005). El volcanismo tipo Intraplaca del Cenozoico Tardío en el Centro y Norte de México: una revisión. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 57(3), 187–225. <https://doi.org/10.18268/bsgm2005v57n3a1>
- Aranda-Gómez, J. J., Luhr, J. F., & Pier, J. G. (1993). Geología de los volcanes cuaternarios portadores de xenolitos del manto y de la base de la corteza en el Estado de San Luis Potosí, México. *Boletín del Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México*, 106, 1–22.
- Aranda-Gómez, & Luhr, J. F. (1996). Origin of the Joya Honda maar, San Luis Potosí, México. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 74(1–2), 1–18. [https://doi.org/10.1016/S0377-0273\(96\)00044-3](https://doi.org/10.1016/S0377-0273(96)00044-3)

- Arfken, G. B., & Weber, H. J. (1995). *Mathematical Methods for Physicists* (Fourth Edition). Academic Press.
- Banerjee, B., & Das Gupta, S. P. (1977). GRAVITATIONAL ATTRACTION OF A RECTANGULAR PARALLELEPIPED. *GEOPHYSICS*, 42(5), 1053–1055. <https://doi.org/10.1190/1.1440766>
- Bankey, V., Cuevas, A., Daniels, D. L., Finn, C. A., Hernandez, I., Hill, P. L., Kucks, R., Miles, W., Pilkington, M., Roberts, C., Roest, W., Rystrom, V., Shearer, S., Snyder, S. L., Sweeney, R. E., & Velez, J. (2002). *Magnetic anomaly map of North America*. <https://doi.org/10.3133/70211067>
- Barnoud, A., Cayol, V., Niess, V., Cârloganu, C., Lelièvre, P., Labazuy, P., & Le Ménédeu, E. (2019). Bayesian joint muographic and gravimetric inversion applied to volcanoes. *Geophysical Journal International*, 218(3), 2179–2194. <https://doi.org/10.1093/gji/ggz300>
- Benning, M., & Burger, M. (2017). *Modern Regularization Methods for Inverse Problems*. <http://arxiv.org/abs/1801.09922>
- Bhattacharyya, B. K. (1964). MAGNETIC ANOMALIES DUE TO PRISM-SHAPED BODIES WITH ARBITRARY POLARIZATION. *GEOPHYSICS*, 29(4), 517–531. <https://doi.org/10.1190/1.1439386>
- Blaikie, T. N., Ailleres, L., Betts, P. G., & Cas, R. A. F. (2014). A geophysical comparison of the diatremes of simple and complex maar volcanoes, Newer Volcanics Province, south-eastern Australia. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 276, 64–81. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2014.03.001>
- Blakely, R. J. (1996). *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications* (Second). Cambridge University Press.
- Bolós, X., Oms, O., Rodríguez-Salgado, P., Martí, J., Gómez de Soler, B., & Campeny, G. (2021). Eruptive evolution and 3D geological modeling of Camp dels Ninots maar-diatreme (Catalonia) through continuous intra-crater drill coring. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 419, 107369. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2021.107369>
- Bonvalot, S. , B. A. , K. M. , P. A. , V. N. , B. R. , G. G. , M. G. , R. F. & S. M. (2012). *World Gravity Map WGM2012*.
- Bryan, S. E., Orozco-Esquivel, T., Ferrari, L., & López-Martínez, M. (2014). Pulling apart the Mid to Late Cenozoic magmatic record of the Gulf of California: is there a Comondú Arc? *Geological Society, London, Special Publications*, 385(1), 389–407. <https://doi.org/10.1144/SP385.8>
- Campa-Uranga, M. F. (1983). *The tectonostratigraphic terranes and the thrust belt in Mexican territory. In Proceedings of the Circum-Pacific terrane conference*. 18, 44–46.
- Carrillo-Bravo, J. (1971). La Plataforma de Valles-San Luis Potosí. *Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros*, 22, 1–102.
- Cassidy, J., France, S. J., & Locke, C. A. (2007). Gravity and magnetic investigation of maar volcanoes, Auckland volcanic field, New Zealand. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 159(1–3), 153–163. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2006.06.007>

- Dávalos-Elizondo, M. G. (2011). *Metasomatismo en xenolitos del manto del grupo Santo Domingo, San Luis Potosí* [Tesis Doctoral]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Dávalos-Elizondo, M. G., Aranda-Gómez, J. J., Levresse, G., & Cervantes de la Cruz, K. E. (2016). Química mineral y geoquímica de xenolitos del manto del campo volcánico Santo Domingo, San Luis Potosí: Evidencias de procesos metasomáticos del manto bajo porciones de la Mesa Central, México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 33(1), 81–104.
- Davis, D., Suppe, J., & Dahlen, F. A. (1983). Mechanics of fold-and-thrust belts and accretionary wedges. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 88(B2), 1153–1172. <https://doi.org/10.1029/JB088iB02p01153>
- Del Pilar-Martínez, A. (2021). *Evolución del sistema polimodal de fallas normales del sur de la Mesa Central de México: Implicaciones para el desarrollo de áreas afectadas por deformación triaxial frágil* [Tesis Doctoral]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Del Razo-Gonzalez, A., & Yutsis, V. (2023). Robust 3D Joint Inversion of Gravity and Magnetic Data: A High-Performance Computing Approach. *Applied Sciences*, 13(20), 11292. <https://doi.org/10.3390/app132011292>
- Díaz-Bravo, B. A., Barboza-Gudiño, J. R., Ortega-Obregón, C., & Morales-Gámez, M. (2021). Late Cretaceous to Oligocene overlapping plutonic magmatism episodes in the eastern Mesa Central province of Mexico. *International Geology Review*, 64(5), 675–697. <https://doi.org/10.1080/00206814.2021.1871866>
- Dukalski, M., Rovetta, D., van der Linde, S., Möller, M., Neumann, N., & Phillipson, F. (2023). Quantum computer-assisted global optimization in geophysics illustrated with stack-power maximization for refraction residual statics estimation. *GEOPHYSICS*, 88(2), V75–V91. <https://doi.org/10.1190/geo2022-0253.1>
- Eguiluz de Antuñano, S., Aranda García, M., & Marrett, R. (2000). Tectónica de la Sierra Madre Oriental, México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 53(1), 1–26.
- Epov, M. I., Nechaev, O. V., Glinskikh, V. N., & Danilovskiy, K. N. (2023). Pulsed Electromagnetic Sounding of the Bazhenov Formation: High-Performance Computing to Justify a New Geophysical Technology. *Russian Geology and Geophysics*, 64(1), 102–108. <https://doi.org/10.2113/RGG20214448>
- Fernández-Martínez, J. L., Pallero, J. L. G., Fernández-Muñiz, Z., & Pedruelo-González, L. M. (2014). The effect of noise and Tikhonov's regularization in inverse problems. Part I: The linear case. *Journal of Applied Geophysics*, 108, 176–185. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2014.05.006>
- Ferrari, L., Orozco-Esquivel, T., Bryan, S. E., López-Martínez, M., & Silva-Fragoso, A. (2018). Cenozoic magmatism and extension in western Mexico: Linking the Sierra Madre Occidental silicic large igneous province and the Comondú Group with the Gulf of California rift. *Earth-Science Reviews*, 183, 115–152. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2017.04.006>
- Fitz-Diaz, E., Hudleston, P., & Tolson, G. (2011). Comparison of tectonic styles in the Mexican and Canadian Rocky Mountain Fold-Thrust Belt. *Geological Society, London, Special Publications*, 349(1), 149–167. <https://doi.org/10.1144/SP349.8>

- Fitz-Díaz, E., Hudleston, P., Tolson, G., & Van Der Pluijm, B. (2014). Progressive, episodic deformation in the Mexican Fold-Thrust Belt (central Mexico): Evidence from isotopic dating of folds and faults. *International Geology Review*, 56(6), 734–755. <https://doi.org/10.1080/00206814.2014.896228>
- Fitz-Díaz, E., Lawton, T. F., Juárez-Arriaga, E., & Chávez-Cabello, G. (2018). The Cretaceous-Paleogene Mexican orogen: Structure, basin development, magmatism and tectonics. *Earth-Science Reviews*, 183, 56–84. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2017.03.002>
- Fix, J. E. (1975). The Crust and Upper Mantle of Central Mexico. *Geophysical Journal International*, 43(2), 453–499. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1975.tb00643.x>
- Flechsigt, C., Heinicke, J., Mrlina, J., Kämpf, H., Nickschick, T., Schmidt, A., Bayer, T., Günther, T., Rücker, C., Seidel, E., & Seidl, M. (2015). Integrated geophysical and geological methods to investigate the inner and outer structures of the Quaternary Mýtina maar (W-Bohemia, Czech Republic). *International Journal of Earth Sciences*, 104(8), 2087–2105. <https://doi.org/10.1007/s00531-014-1136-0>
- Foerste, C. B. Sean. L. ; A. O. L. J.-M. M. J. C. F. F. B. G. B. F. B. R. (2014). *EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse* Cite as:
- Franz, G., Moorkamp, M., Jegen, M., Berndt, C., & Rabbel, W. (2021). Comparison of Different Coupling Methods for Joint Inversion of Geophysical Data: A Case Study for the Namibian Continental Margin. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(12). <https://doi.org/10.1029/2021JB022092>
- Fregoso, E. (2010). *Inversion Conjunta 3D de Multiples Datos Geofísicos Usando Restricciones de Gradientes Cruzados*. Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada (CICESE).
- Fregoso, E., & Gallardo, L. A. (2009). Cross-gradients joint 3D inversion with applications to gravity and magnetic data. *GEOPHYSICS*, 74(4), L31–L42. <https://doi.org/10.1190/1.3119263>
- Fu, N., & Tai, H.-M. (2023). Accelerated Geophysical Inversion for Airborne Transient Electromagnetic Data Using GPU. *2023 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICIT58465.2023.10143157>
- Gallardo, L. A. (2007). Multiple cross-gradient joint inversion for geospectral imaging. *Geophysical Research Letters*, 34(19), 1–5. <https://doi.org/10.1029/2007GL030409>
- Gallardo, L. A., & Meju, Max. A. (2004). Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research*, 109(B3). <https://doi.org/10.1029/2003jb002716>
- Gallardo-Delgado, L. A., Pérez-Flores, M. A., & Gómez-Treviño, E. (2003). A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics*, 68(3), 949. <https://doi.org/10.1190/1.1581067>
- Galván-Pineda, J. (2016). *Métodos potenciales y electromagnéticos aplicados a la modelación bidimensional del (Tratar de hacerlo comprensible para el público general, sin abreviaturas) volcán tipo maar “La Joyuela”, San Luis*

- Potosí, México [Tesis de Maestría]. Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A.C.
- Gao, G., Abubakar, A., & Habashy, T. M. (2012). Joint petrophysical inversion of electromagnetic and full-waveform seismic data. *GEOPHYSICS*, 77(3), WA3–WA18. <https://doi.org/10.1190/geo2011-0157.1>
- Gómez-Tuena, A., Orozco-Esquivel, Ma. T., & Ferrari, L. (2007). Igneous petrogenesis of the Trans-Mexican Volcanic Belt. En *Geology of México: Celebrating the Centenary of the Geological Society of México*. Geological Society of America. [https://doi.org/10.1130/2007.2422\(05\)](https://doi.org/10.1130/2007.2422(05))
- Guo, R., Yao, H. M., Li, M., Ng, M. K. P., Jiang, L., & Abubakar, A. (2020). Joint Inversion of Audio-Magnetotelluric and Seismic Travel Time Data With Deep Learning Constraint. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, November, 1–14. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2020.3032743>
- Guo, Z., Wang, K., Yang, Y., Tang, Y., John Chen, Y., & Hung, S. H. (2018). The Origin and Mantle Dynamics of Quaternary Intraplate Volcanism in Northeast China From Joint Inversion of Surface Wave and Body Wave. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(3), 2410–2425. <https://doi.org/10.1002/2017JB014948>
- Haber, E., & Oldenburg, D. (1997). Joint inversion: A structural approach. *Inverse Problems*, 13(1), 63–77. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/13/1/006>
- Hadamard, J. (1902). Sur les Problèmes aux Dérivées Partielles et Leur Signification Physique. *Princeton University Bulletin*, 13, 49–52.
- Hales, A. L., Helsley, C. E., & Nation, J. B. (1970). P travel times for an oceanic path. *Journal of Geophysical Research*, 75(35), 7362–7381. <https://doi.org/10.1029/JB075i035p07362>
- Hayob, J. L., Essene, E. J., Ruiz, J., Ortega-Gutiérrez, F., & Aranda-Gómez, J. J. (1989). Young high-temperature granulites from the base of the crust in central Mexico. *Nature*, 342(6247), 265–268. <https://doi.org/10.1038/342265a0>
- Hinze, W. J., Von Frese, R. R. B., & Saad, A. H. (2013). *Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Applications* (First). Cambridge University Press.
- Hirt, C., Claessens, S., Fecher, T., Kuhn, M., Pail, R., & Rexer, M. (2013). New ultrahigh-resolution picture of Earth's gravity field. *Geophysical Research Letters*, 40(16), 4279–4283. <https://doi.org/10.1002/grl.50838>
- Hou, Z., Huang, D., & Wei, X. (2016). Fast inversion of probability tomography with gravity gradiometry data based on hybrid parallel programming. *Journal of Applied Geophysics*, 124, 27–38. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2015.11.009>
- Hrubcová, P., Fischer, T., Rapprich, V., Valenta, J., Tábořík, P., Mrlina, J., Dahm, T., Vylita, T., Beránek, R., Klanica, R., Vlček, J., & Turjaková, V. (2023). Two Small Volcanoes, One Inside the Other: Geophysical and Drilling Investigation of Bažina Maar in Western Eger Rift. *Earth and Space Science*, 10(8). <https://doi.org/10.1029/2023EA003009>
- Isaev, I., Obornev, I., Obornev, E., Rodionov, E., Shimelevich, M., & Dolenko, S. (2022). *Integration of Geophysical Methods for Solving Inverse Problems of Exploration Geophysics Using Artificial Neural Networks* (pp. 77–87). https://doi.org/10.1007/978-3-030-91467-7_7

- Jackson, D. D. (1979). The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion. *Geophysical Journal International*, 57(1), 137–157. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1979.tb03777.x>
- Jacoby, W., & Smilde, P. L. (2009). *Gravity Interpretation: Fundamentals and Application of Gravity Inversión and Geological Interpretation* (First). Springer. <http://www.springer.com/us/book/9783540853282>
- Kearey, P., Brooks, M., & Hill, I. (2002). *An Introduction to Geophysical Exploration* (Third Edition). Blackwell Science.
- Kerdan, T. P. (1992). *Estructura de la corteza y manto superior en el norte de México (a lo largo del Trópico de Cáncer desde Baja California hasta el Golfo de México)* [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Kereszturi, G., & Nmeth, K. (2012). Monogenetic Basaltic Volcanoes: Genetic Classification, Growth, Geomorphology and Degradation. En *Updates in Volcanology - New Advances in Understanding Volcanic Systems*. InTech. <https://doi.org/10.5772/51387>
- Laloy, E., Linde, N., Ruffino, C., Hérault, R., Gasso, G., & Jacques, D. (2019). Gradient-based deterministic inversion of geophysical data with generative adversarial networks: Is it feasible? *Computers & Geosciences*, 133, 104333. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2019.104333>
- Lelièvre, P. G., Farquharson, C. G., & Hurich, C. A. (2012). Joint inversion of seismic traveltimes and gravity data on unstructured grids with application to mineral exploration. *GEOPHYSICS*, 77(1), K1–K15. <https://doi.org/10.1190/geo2011-0154.1>
- Levesse, G., Cervantes-de la Cruz, K. E., Aranda-Gómez, J. J., Dávalos-Elizondo, M. G., Jiménez-Sandoval, S., Rodríguez-Melgarejo, F., & Alba-Aldave, L. A. (2016). CO₂ fluid inclusion barometry in mantle xenoliths from central Mexico: A detailed record of magma ascent. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 310, 72–88. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2015.11.012>
- Li, Y., & Oldenburg, D. W. (1998). 3-D inversion of gravity data. *GEOPHYSICS*, 63(1), 109–119. <http://segdl.org/>
- Li, Y., & Oldenburg, D. W. (2000). Incorporating geological dip information into geophysical inversions. En *GEOPHYSICS* (Vol. 65, Número 1).
- Liu, M., Vashisth, D., Grana, D., & Mukerji, T. (2023). Joint Inversion of Geophysical Data for Geologic Carbon Sequestration Monitoring: A Differentiable Physics-Informed Neural Network Model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(3). <https://doi.org/10.1029/2022JB025372>
- Liu, S., Wan, X., Jin, S., Jia, B., Xuan, S., Lou, Q., Qin, B., Peng, R., & Sun, D. (2023). Fast 3D joint inversion of gravity and magnetic data based on cross gradient constraint. *Geodesy and Geodynamics*, 14(4), 331–346. <https://doi.org/10.1016/j.geog.2022.12.003>
- López Loera, H., Aranda-Gómez, J. J., Arzate, J. A., & Molina-Garza, R. S. (2008). Geophysical surveys of the Joya Honda maar (México) and surroundings; volcanic implications. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 170(3–4), 135–152. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2007.08.021>
- López-Doncel, R. A. (2003). La Formación Tamabra del Cretácico medio en la porción central del margen occidental de la Plataforma Valles-San Luis Potosí,

- centro-noreste de México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 20(1), 1–19.
- Lowrie, W. (2007). *Fundamentals of Geophysics*, (Second Edition). Cambridge University Press.
- Luhr, J. F., & Aranda-Gomez, J. J. (1997). Mexican Peridotite Xenoliths and Tectonic Terranes: Correlations among Vent Location, Texture, Temperature, Pressure, and Oxygen Fugacity. *Journal of Petrology*, 38(8), 1075–1112. <https://doi.org/10.1093/petroj/38.8.1075>
- Luhr, J. F., Aranda-Gomez, J. J., & Pier, J. G. (1989). Spinel-lherzolite-bearing quaternary volcanic centers in San Luis Potosí, Mexico: 1. Geology, mineralogy, and petrology. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94(B6), 7916–7940. <https://doi.org/10.1029/JB094iB06p07916>
- Luhr, J. F., Henry, C. D., Housh, T. B., Aranda-Gómez, J. J., & McIntosh, W. C. (2001). Early extension and associated mafic alkalic volcanism from the southern Basin and Range Province: Geology and petrology of the Rodeo and Nazas volcanic fields, Durango, México. *Geological Society of America Bulletin*, 113(6), 760–773. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(2001\)113<0760:EEAAMA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(2001)113<0760:EEAAMA>2.0.CO;2)
- Luhr, J. F., Kimberly, P., Siebert, L., Aranda-Gómez, J. J., Housh, T. B., & Kysar Mattiotti, G. (2006). México's Quaternary volcanic rocks: Insights from the MEXPET petrological and geochemical database. En *Neogene-Quaternary Continental Margin Volcanism: A perspective from México*. Geological Society of America. [https://doi.org/10.1130/2006.2402\(01\)](https://doi.org/10.1130/2006.2402(01))
- Martin, R., Monteiller, V., Komatitsch, D., Perrouy, S., Jessell, M., Bonvalot, S., & Lindsay, M. (2013). Gravity inversion using wavelet-based compression on parallel hybrid CPU/GPU systems: application to southwest Ghana. *Geophysical Journal International*, 195(3), 1594–1619. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt334>
- Martini, M., Solari, L., & López-Martínez, M. (2014). Correlating the Arperos Basin from Guanajuato, central Mexico, to Santo Tomás, southern Mexico: Implications for the paleogeography and origin of the Guerrero terrane. *Geosphere*, 10(6), 1385–1401. <https://doi.org/10.1130/GES01055.1>
- Martini, M., Solé, J., Garduño-Martínez, D. E., Puig, T. P., & Omaña, L. (2016). Evidence for two Cretaceous superposed orogenic belts in central Mexico based on paleontologic and K-Ar geochronologic data from the Sierra de los Cuarzos. *Geosphere*, 12(4), 1257–1270. <https://doi.org/10.1130/GES01275.1>
- Menke, W. (1989). *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory, revised edition* (Second Edition, Vol. 45). International Geophysics Series. <https://doi.org/10.1017/S0016756800015016>
- Meyer, B., Chulliat, A., & Saltus, R. (2017). Derivation and Error Analysis of the Earth Magnetic Anomaly Grid at 2 arc min Resolution Version 3 (EMAG2v3). *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 18(12), 4522–4537. <https://doi.org/10.1002/2017GC007280>
- Meyer, B., Saltus, R., & Chulliat, A. (2017). EMAG2v3: Earth Magnetic Anomaly Grid (2-arc-minute resolution). Version 3. . NOAA National Centers for Environmental Information.

- Moorkamp, M., Roberts, A. W., Jegen, M., Heincke, B., & Hobbs, R. W. (2013). Verification of velocity-resistivity relationships derived from structural joint inversion with borehole data. *Geophysical Research Letters*, 40(14), 3596–3601. <https://doi.org/10.1002/grl.50696>
- Mrlina, J., Kämpf, H., Kroner, C., Mingram, J., Stebich, M., Brauer, A., Geissler, W. H., Kallmeyer, J., Matthes, H., & Seidl, M. (2009). Discovery of the first Quaternary maar in the Bohemian Massif, Central Europe, based on combined geophysical and geological surveys. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 182(1–2), 97–112. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2009.01.027>
- Nettleton, L. L. (1976). *Gravity and magnetics in oil exploration*. McGraw-Hill.
- Newman, G. A. (2014). A Review of High-Performance Computational Strategies for Modeling and Imaging of Electromagnetic Induction Data. *Surveys in Geophysics*, 35(1), 85–100. <https://doi.org/10.1007/s10712-013-9260-0>
- Nieto-Samaniego, Á. F., Alaniz-Álvarez, S. A., & Camprubí, A. (2005). La Mesa Central de México: estratigrafía, estructura y evolución tectónica cenozoica. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 57(3), 285–318.
- Nieto-Samaniego, A. F., Del Pilar-Martínez, A., Suárez-Arias, A. M., Angeles-Moreno, E., Alaniz-Álvarez, S. A., Levresse, G., Xu, S., Olmos-Moya, M. de J. P., & Báez-López, J. A. (2023). Una revisión de la geología y evolución tectónica cenozoicas de la Mesa Central de México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 40(2), 187–213. <https://doi.org/10.22201/cgeo.20072902e.2023.2.1736>
- Nieto-Samaniego, A. F., Ferrari, L., Alaniz-Alvarez, S. A., Labarthe-Hernández, G., & Rosas-Elguera, J. (1999). Variation of Cenozoic extension and volcanism across the southern Sierra Madre Occidental volcanic province, Mexico. *Geological Society of America Bulletin*, 11(3), 347–363.
- Núñez-Demarco, P., Bonilla, A., Sánchez-Bettucci, L., & Prezzi, C. (2023). Potential-Field Filters for Gravity and Magnetic Interpretation: A Review. *Surveys in Geophysics*, 44(3), 603–664. <https://doi.org/10.1007/s10712-022-09752-x>
- Oraintara, S., Karl, W. C., Castanon, D. A., & Nguyen, T. Q. (2000). A method for choosing the regularization parameter in generalized Tikhonov regularized linear inverse problems. *IEEE International Conference on Image Processing*, 1, 93–96. <https://doi.org/10.1109/icip.2000.900900>
- Paredes Hernández, C. U., Salinas Castillo, W. E., Martínez Becerra, X., & Jiménez Hernández, S. B. (2013). Evaluación y comparación de métodos de interpolación determinísticos y probabilísticos para la generación de modelos digitales de elevación. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM*, 82, 118–130. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-46112013000300009&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., & Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B4). <https://doi.org/10.1029/2011JB008916>
- Peredo, C. R., Yutsis, V., Martin, A. J., & Aranda-Gómez, J. J. (2021). Crustal structure and Curie point depth in central Mexico inferred from the spectral

- analysis and forward modeling of potential field data. *Journal of South American Earth Sciences*, 112, 103565. <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2021.103565>
- Pérez-Corona, F. Y., López-Loera Héctor, Fregoso-Becerra, E., Yutsis, V., Martínez-Ruiz, V. J., & Dávila-Harris, P. (2017). Caracterización de lineamientos estructurales y sus implicaciones hidrogeológicas en la cuenca de Villa Hidalgo (San Luis Potosí) integrando métodos geofísicos potenciales. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 69 No.3, 555–576.
- Pier, J. G., Podosek, F. A., Luhr, J. F., Brannon, J. C., & Aranda-Gomez, J. J. (1989). Spinel-lherzolite-bearing quaternary volcanic centers in San Luis Potosí, Mexico: 2. SR and ND Isotopic Systematics. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94(B6), 7941–7951. <https://doi.org/10.1029/JB094iB06p07941>
- Pindell, J., & Dewey, J. F. (1982). Permo-Triassic reconstruction of western Pangea and the evolution of the Gulf of Mexico/Caribbean region. *Tectonics*, 1(2), 179–211. <https://doi.org/10.1029/TC001i002p00179>
- Plascencia Garcia, C. J. (2021). *Análisis y minimización del funcional de inversión conjunta regularizado con gradientes cruzados y variación total* [Tesis de Maestría]. Universidad de Guadalajara.
- Ravasi, M., & Vasconcelos, I. (2021). An open-source framework for the implementation of large-scale integral operators with flexible, modern high-performance computing solutions: Enabling 3D Marchenko imaging by least-squares inversion. *GEOPHYSICS*, 86(5), WC177–WC194. <https://doi.org/10.1190/geo2020-0796.1>
- Reeves, C. (2005). *Aeromagnetic Surveys: Principles, Practice & Interpretation* (p. 155). Geosoft.
- Reynolds, J. M. (2011). *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics* (2nd Edition). Wiley-Blackwell.
- Rivera, J., & Ponce, L. (1986). Estructura de la corteza al oriente de la Sierra Madre Occidental, México, basada en la velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh. *Geofísica Internacional*, 25(3), 383–402. <https://doi.org/10.22201/igeof.00167169p.1986.25.3.1223>
- Rodríguez-Hernández, E., López-Doncel, R., Barboza-Gudiño, J. R., & Cruz-Márquez, J. (2009). Análisis sedimentológico-facial de clastos formadores de brechas calcáreas cretácicas de una zona transicional plataforma–cuenca en el centro de México. *Revista mexicana de ciencias geológicas*, 26(3), 687–708.
- Roy, K. K. (2008). *Potential Theory in Applied Geophysics* (First). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-72334-9>
- Rücker, C., Günther, T., & Wagner, F. M. (2017). pyGIMLi: An open-source library for modelling and inversion in geophysics. *Computers & Geosciences*, 109, 106–123. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.07.011>
- Salem, A., Ravat, D., Mushayandebvu, M. F., & Ushijima, K. (2004). Linearized least-squares method for interpretation of potential-field data from sources of simple geometry. *GEOPHYSICS*, 69(3), 783–788. <https://doi.org/10.1190/1.1759464>
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, D., Smith, R., & Ravat, D. (2008). Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives. *GEOPHYSICS*, 73(1), L1–L10. <https://doi.org/10.1190/1.2799992>

- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J. D., Ravat, D., & Smith, R. (2007). Tilt-depth method: A simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives. *The Leading Edge*, 26(12), 1502–1505. <https://doi.org/10.1190/1.2821934>
- Schaaf, P., Heinrich, W., & Besch, T. (1994). Composition and Sm-Nd isotopic data of the lower crust beneath San Luis Potosí, central Mexico: Evidence from a granulite-facies xenolith suite. *Chemical Geology*, 118(1–4), 63–84. [https://doi.org/10.1016/0009-2541\(94\)90170-8](https://doi.org/10.1016/0009-2541(94)90170-8)
- Schellart, W. P., Stegman, D. R., Farrington, R. J., Freeman, J., & Moresi, L. (2010). Cenozoic Tectonics of Western North America Controlled by Evolving Width of Farallon Slab. *Science*, 329(5989), 316–319. <https://doi.org/10.1126/science.1190366>
- Schulz, R., Buness, H., Gabriel, G., Pucher, R., Rolf, C., Wiederhold, H., & Wonik, T. (2005). Detailed investigation of preserved maar structures by combined geophysical surveys. *Bulletin of Volcanology*, 68(2), 95–106. <https://doi.org/10.1007/s00445-005-0424-8>
- Solari, L. A., Aranda-Gómez, J. J., Moreno-Arredondo, A., & Maldonado, R. (2022). U-Pb age of a late Cenozoic ultra-high temperature metamorphic event under Central Mexico, as inferred from granulite xenoliths from Cerro El Toro, Mexico. *International Geology Review*, 65(3), 335–356. <https://doi.org/10.1080/00206814.2022.2045640>
- Sosa-Ceballos, G., Boijseauneau-López, M. E., Pérez-Orozco, J. D., Cifuentes-Nava, G., Bolós, X., Pertón, M., & Simón-Velázquez, D. (2021). Silicic magmas in the Michoacán-Guanajuato Volcanic Field: an overview about plumbing systems, crustal storage and genesis processes. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 38(3), 210–225. <https://doi.org/10.22201/cgeo.20072902e.2021.3.1668>
- Spichak, V. V. (2020). Modern Methods for Joint Analysis and Inversion of Geophysical Data. *Russian Geology and Geophysics*, 61(3), 341–357. <https://doi.org/10.15372/RGG2019092>
- Suter, M. (1984). Cordilleran deformation along the eastern edge of the Valles–San Luis Potosí carbonate platform, Sierra Madre Oriental fold-thrust belt, east-central Mexico. *Geological Society of America Bulletin*, 95(12), 1387. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1984\)95<1387:CDATEE>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1984)95<1387:CDATEE>2.0.CO;2)
- Suter, M. (1990). Hoja Tamazunchale 14Q-e (5): Con Geología de la Hoja Tamazunchale, Estados de Hidalgo, Querétaro y San Luis Potosí. *UNAM, Instituto de Geología*.
- Szwilius, W., Afonso, J. C., Ebbing, J., & Mooney, W. D. (2019). Global Crustal Thickness and Velocity Structure From Geostatistical Analysis of Seismic Data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(2), 1626–1652. <https://doi.org/10.1029/2018JB016593>
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation* (First). Society for Industrial and Applied Mathematics. <http://www.ipgp.fr/~tarantola/Files/Professional/SIAM/InverseProblemTheory.pdf%0Apapers2://publication/uuid/62A7A164-F0E3-4298-AA2B-222FF673BF4E>

- Telford, W. M., Geldart, L. P., & Sheriff, R. E. (1990). *Applied Geophysics*. Cambridge University Press.
- Tikhonov, A., & Arsenin, V. (1977). *Solutions of ill-posed problems* (M. Z. Nashed, Ed.). V. H. Winston & Sons.
- Torres, R., Ruiz, J., Patchett, P. J., & Grajales, J. M. (1999). Permo-Triassic continental arc in eastern Mexico: Tectonic implications for reconstructions of southern North America. En *Special Paper 340: Mesozoic sedimentary and tectonic history of north-central Mexico* (pp. 191–196). Geological Society of America. <https://doi.org/10.1130/0-8137-2340-X.191>
- Tu, X., & Zhdanov, M. S. (2021). Joint Gramian inversion of geophysical data with different resolution capabilities: Case study in Yellowstone. *Geophysical Journal International*, 226(2), 1058–1085. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab131>
- van der Meer, D. G., Spakman, W., van Hinsbergen, D. J. J., Amaru, M. L., & Torsvik, T. H. (2010). Towards absolute plate motions constrained by lower-mantle slab remnants. *Nature Geoscience*, 3(1), 36–40. <https://doi.org/10.1038/ngeo708>
- Varfinezhad, R., Parnow, S., Florio, G., Fedi, M., & Mohammadi Vizheh, M. (2022). DC resistivity inversion constrained by magnetic method through sequential inversion. *Acta Geophysica*, 71(1), 247–260. <https://doi.org/10.1007/s11600-022-00909-1>
- Venegas-Rodríguez, G., Dávila Harris, P., Yutsis, V., & Saucedo Girón, R. (2024). Evolución volcánica del maar Joya de Los Contreras, San Luis Potosí México, a partir de estratigrafía y análisis de facies. *Geofísica Internacional*, 63(3), 1111–1146. <https://doi.org/10.22201/igeof.2954436xe.2024.63.3.1761>
- Vozoff, K., & Jupp, D. L. B. (1975). Joint Inversion of Geophysical Data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 42(3), 977–991. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1975.tb06462.x>
- White, J. D. L., & Ross, P.-S. (2011). Maar-diatreme volcanoes: A review. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 201(1–4), 1–29. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2011.01.010>
- Wilson, J. L. (1986). Basement Structural Controls on Mesozoic Carbonate Facies in Northeastern Mexico—a Review. En *Carbonate Platforms* (pp. 235–255). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781444303834.ch9>
- Wu, X., Ma, J., Si, X., Bi, Z., Yang, J., Gao, H., Xie, D., Guo, Z., & Zhang, J. (2023). Sensing prior constraints in deep neural networks for solving exploration geophysical problems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 120(23). <https://doi.org/10.1073/pnas.2219573120>
- Xu, S., Nieto-Samaniego, Á. F., & Alaniz-Álvarez, S. A. (2021). Inherited structures controlling the development of the Arista-Ahualulco graben in the Mesa Central, Mexico. *Journal of South American Earth Sciences*, 112, 103586. <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2021.103586>
- Zhang, J., & Morgan, F. D. (1997). Joint Seismic and Electrical Tomography. *Proceedings of the Symposium on the Application of Geophysical to Engineering and Environmental Problems SAGEEP*, 391–396. <https://doi.org/10.4133/1.2922412>
- Zhang, R., Li, T., Liu, C., Huang, X., Jensen, K., & Sommer, M. (2022). 3-D Joint Inversion of Gravity and Magnetic Data Using Data-Space and Truncated

- Gauss–Newton Methods. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 19, 1–5. <https://doi.org/10.1109/LGRS.2021.3077936>
- Zhdanov, M. S. (2015). *Inverse Theory and Applications in Geophysics* (Second). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/C2012-0-03334-0>
- Zhdanov, M. S., Gribenko, A., & Wilson, G. (2012). Generalized joint inversion of multimodal geophysical data using Gramian constraints. *Geophysical Research Letters*, 39(9). <https://doi.org/10.1029/2012GL051233>
- Zhdanov, M. S., Tu, X., & Čuma, M. (2022). Cooperative inversion of multiphysics data using joint minimum entropy constraints. *Near Surface Geophysics*, 20(6), 623–636. <https://doi.org/10.1002/nsg.12203>
- Zhou, S., Jia, H., Lin, T., Zeng, Z., Yu, P., & Jiao, J. (2023). An Accelerated Algorithm for 3D Inversion of Gravity Data Based on Improved Conjugate Gradient Method. *Applied Sciences*, 13(18), 10265. <https://doi.org/10.3390/app131810265>

Anexos

Anexo A. Comprobación de $\frac{\hat{r}}{r^2} = \nabla_P \frac{1}{r} = -\nabla_Q \frac{1}{r}$

Se define a $\overrightarrow{PQ} = \vec{r}$ como el vector que conecta a los puntos $P(x, y, z)$ y $Q(x', y', z')$ en un espacio Euclídeo, donde la distancia r entre los puntos está dada por:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}.$$

Se expresa el vector unitario $\hat{r}$ como la relación entre el vector $\vec{r}$ y su módulo $|\vec{r}|$:

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{(x-x')\hat{i} + (y-y')\hat{j} + (z-z')\hat{k}}{r},$$

así, la expresión $\frac{\hat{r}}{r^2}$ queda definida cómo:

$$\frac{\hat{r}}{r^2} = \frac{(x-x')\hat{i} + (y-y')\hat{j} + (z-z')\hat{k}}{r(r^2)} = \frac{(x-x')\hat{i} + (y-y')\hat{j} + (z-z')\hat{k}}{r^3}.$$

Por otro lado, la derivada parcial respecto a x del inverso de la distancia r es la derivada de un cociente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{r \frac{\partial}{\partial x} (1) + 1 \frac{\partial}{\partial x} (r)}{r^2} = \frac{0 + \frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2})}{r^2} = \frac{0 + \frac{(x-x')}{r}}{r^2} = \frac{(x-x')}{r^3},$$

de la misma forma para las derivadas parciales en y y z :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{(y-y')}{r^3},$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{(z-z')}{r^3}.$$

Finalmente, el gradiente del inverso de la distancia r es definido por $\nabla \left(\frac{1}{r} \right) =$

$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) \hat{k}$, sustituyendo cada elemento del gradiente:

$$\nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{(x-x')}{r^3} \hat{i} + \frac{(y-y')}{r^3} \hat{j} + \frac{(z-z')}{r^3} \hat{k} = \frac{(x-x')\hat{i} + (y-y')\hat{j} + (z-z')\hat{k}}{r^3} = \frac{\hat{r}}{r^2}.$$

Mientras que, tomando como punto de referencia a Q en lugar de P , el negativo del gradiente quedaría expresado como:

$$-\nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{(x'-x)\hat{i} + (y'-y)\hat{j} + (z'-z)\hat{k}}{r^3} = \frac{(x-x')\hat{i} + (y-y')\hat{j} + (z-z')\hat{k}}{r^3} = \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right).$$

Anexo B. Principio de No-Unicidad

Se puede demostrar que un potencial gravitacional, y por analogía también un potencial magnético, causado por una distribución de densidad 3-Dimensional es idéntico al potencial causado por una superficie de densidad extendida sobre cualquiera de sus superficies equipotenciales, siguiendo del desarrollo de (Blakely, 1996):

Considerar una superficie equipotencial cerrada S_e resultante de una distribución de densidad ρ en una región R . A partir de la 2da identidad de Green y considerando a U como el potencial de la masa y a $V = 1/r$ como el inverso de la distancia, donde r es la distancia entre los puntos P y Q :

$$\iiint_R [U \nabla^2 V - V \nabla^2 U] dV = \iint_{S_e} \left[U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS - \iiint_R \frac{\nabla^2 U}{r} dV = U_s \iint_{S_e} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} dS - \iint_{S_e} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} dS,$$

donde U_s es el potencial constante de la superficie equipotencial. La 1ra integral del lado derecho se hace cero de acuerdo con la ecuación $\iint_{S_e} \frac{\partial U}{\partial n} dS = 0$ cuando $\nabla^2 U_e = 0$ y $\nabla V = 0$ debido a que P esta fuera de la región R . Sustituyendo la ecuación de Poisson dentro de la integral del lado izquierdo:

$$- \iiint_R - \frac{4\pi\gamma\rho}{r} dV = - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_e} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} dS, \\ \gamma \iiint_R \frac{\rho}{r} dV = - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_e} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} dS .$$

Esta relación es denominada la **capa equivalente de Green**. El lado izquierdo de la ecuación es el potencial de la distribución de densidad observado en P . El lado derecho de la ecuación es el potencial de la distribución de superficie σ extendida en la superficie equipotencial S_e .

Esta relación establece que, desde la perspectiva del punto P , el potencial de la distribución de densidad 3-Dimensional es indistinguible del potencial de una capa delgada extendida sobre cualquiera de sus superficies equipotenciales. Además, la masa total del cuerpo es equivalente a la masa total de la capa equivalente. Para demostrar esto se define a σ como:

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi\gamma} \frac{\partial U}{\partial n}.$$

Entonces al integrar la superficie de densidad y aplicando el teorema de divergencia se obtiene:

$$\begin{aligned} \iint_{S_e} \sigma dS &= -\frac{1}{4\pi\gamma} \iint_S \frac{\partial U}{\partial n} dS, \\ &= -\frac{1}{4\pi\gamma} \iiint_R \nabla^2 U dV, \\ &= \iiint_R \rho dV. \end{aligned}$$

La denominada capa equivalente de Green establece que un potencial puede ser causado por una infinita variedad de fuentes, demostrando así la no-unicidad de la distribución de masa que causa el potencial.

Anexo C. Gradientes cruzados como caso particular de un Gramiano

Como demuestran Zhdanov, (2015) gradientes cruzados se puede considerar un caso particular de un Gramiano:

$$\det G(\nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)}) = \det \begin{vmatrix} \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle \\ \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle \end{vmatrix} = \|\nabla \vec{m}^{(1)} \times \nabla \vec{m}^{(2)}\|_{L_2}^2,$$

donde $\langle X, X \rangle$ denota producto interno, $\det G(X, X)$ es el determinante de la matriz de Gram o Gramiano. Por una parte, se desarrollan los términos del Gramiano:

$$\begin{aligned} \det \begin{vmatrix} \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle \\ \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle & \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle \end{vmatrix} \\ = \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle - \langle \nabla \vec{m}^{(2)}, \nabla \vec{m}^{(1)} \rangle \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle \\ = \|\nabla \vec{m}^{(1)}\|^2 \|\nabla \vec{m}^{(2)}\|^2 - \langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \rangle^2 \\ = (\nabla_x^2 \vec{m}^{(1)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(1)} + \nabla_z^2 \vec{m}^{(1)}) (\nabla_x^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_z^2 \vec{m}^{(2)}) \\ - \left((\nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} - \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)}) \right. \\ \left. + (\nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} - \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)}) \right. \\ \left. + (\nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)}) \right) \left((\nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} \right. \\ \left. - \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)}) + (\nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} - \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)}) \right. \\ \left. + (\nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)}) \right) \\ = \nabla_x^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_y^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_x^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_z^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_x^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_z^2 \vec{m}^{(2)} + \\ \nabla_z^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_x^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_z^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_y^2 \vec{m}^{(2)} - 2 \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \\ 2 \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} - 2 \nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)}. \end{aligned}$$

Por otro lado, como se mostró en la Ec. 60, la función de gradientes cruzados puede expresarse en forma de vector:

$$\nabla \vec{m}^{(1)} \times \nabla \vec{m}^{(2)} = \left(\nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} - \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \right) \hat{i} + \left(\nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} - \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} \right) \hat{j} + \left(\nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)} \right) \hat{k}.$$

Por lo que la norma L_2 del vector gradientes cruzados al cuadrado queda expresada como:

$$\begin{aligned} & \left\| \nabla \vec{m}^{(1)} \times \nabla \vec{m}^{(2)} \right\|_{L_2}^2 \\ &= \left(\nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} - \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \right)^2 + \left(\nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} - \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} \right)^2 + \left(\nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)} \right)^2, \\ &= \nabla_x^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_y^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_x^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_z^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_x^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_y^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_z^2 \vec{m}^{(2)} + \\ & \quad \nabla_z^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_x^2 \vec{m}^{(2)} + \nabla_z^2 \vec{m}^{(1)} \nabla_y^2 \vec{m}^{(2)} - 2 \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} - \\ & \quad 2 \nabla_x \vec{m}^{(1)} \nabla_x \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)} - 2 \nabla_y \vec{m}^{(1)} \nabla_y \vec{m}^{(2)} \nabla_z \vec{m}^{(1)} \nabla_z \vec{m}^{(2)}, \end{aligned}$$

De esta forma se demuestra que ambos términos son equivalentes, es decir,

$$\left\| \nabla \vec{m}^{(1)} \right\|^2 \left\| \nabla \vec{m}^{(2)} \right\|^2 - \left\langle \nabla \vec{m}^{(1)}, \nabla \vec{m}^{(2)} \right\rangle^2 = \left\| \nabla \vec{m}^{(1)} \times \nabla \vec{m}^{(2)} \right\|_{L_2}^2.$$

Anexo D. Desarrollo del método iterativo por Gradientes Conjugados

Siguiendo el desarrollo de (Zhdanov, 2015) para el método de inversión no lineal por mínimos cuadrados a través de gradientes conjugados.

Para obtener un valor k_n se puede utilizar el mínimo del siguiente funcional:

$$P(\vec{m}_{n+1}) = P(\vec{m}_n + \delta \vec{m}_n) = P(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) = \Phi(k_n).$$

Se plantea el funcional $\Phi(k_n)$ a partir de Ec. 68 en notación de productos internos:

$$\begin{aligned} \Phi(k_n) = & \lambda \langle W_d A(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - W_d \vec{d}, W_d A(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - W_d \vec{d} \rangle + \alpha \langle L(\vec{m}_n - \\ & k_n I(\vec{m}_n)), L(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \beta \langle W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - \\ & W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}), W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) \rangle + \gamma \langle M(\vec{m}_n - \\ & k_n I(\vec{m}_n)), M(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \eta \langle N(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)), N(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \\ & \mu \det \left(\nabla \left(L \vec{m}_{n_1}, -k_{n_1} I(\vec{m}_{n_1}) \right), \nabla \left(L \vec{m}_{n_2}, -k_{n_2} I(\vec{m}_{n_2}) \right) \right). \end{aligned}$$

Se minimiza este nuevo funcional para definir el tamaño de paso optimo a cada iteración. Usando cálculo de variaciones se calcula la derivada de Gateaux y se iguala a cero:

$$\begin{aligned} \delta \Phi(k_n) = & \lambda \langle -2W_d A \delta k_n I(\vec{m}_n), W_d A(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - W_d \vec{d} \rangle + \alpha \langle -2L \delta k_n I(\vec{m}_n), L(\vec{m}_n - \\ & k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \beta \left\langle -2W_m W_{m_{apr}} \delta k_n I(\vec{m}_n), W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) - W_m W_{m_{apr}}(\vec{m}_{apr}) \right\rangle + \\ & \gamma \langle -2M \delta k_n I(\vec{m}_n), M(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \eta \langle -2N \delta k_n I(\vec{m}_n), N(\vec{m}_n - k_n I(\vec{m}_n)) \rangle + \\ & \mu \langle 2 \delta k_n I(\vec{m}_n), R_{SC} \rangle = 0. \end{aligned}$$

Al trabajar con operadores lineales es posible desarrollar las expresiones de tipo $X(m_n - k_n I(m_n)) = X(m_n) - k_n X I(m_n)$, propiedad de linealidad que no se sostienen en caso de ser operadores no lineales, sin embargo, suponiendo que $k_n I(m)$ es lo suficientemente pequeño (parte del planteamiento de la búsqueda de línea) entonces se pueden emplear la propiedad de linealidad del producto interno $X(m_n - k_n I(m_n)) \approx X(m_n) - k_n X I(m_n)$:

$$\begin{aligned} \delta\Phi(k_n) = & -2\delta k_n \left[\langle W_d A I(\vec{m}_n), \lambda W_d (A(\vec{m}_n) - \vec{d}) \rangle - k_n \langle W_d A I(\vec{m}_n), \lambda W_d A I(\vec{m}_n) \rangle + \right. \\ & \langle L I(\vec{m}_n), \alpha L(\vec{m}_n) \rangle - k_n \langle L I(\vec{m}_n), \alpha L I(\vec{m}_n) \rangle + \langle W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n), \beta W_m W_{m_{apr}} (\vec{m}_n - \vec{m}_{apr}) \rangle - \\ & k_n \langle W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n), \beta W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n) \rangle + \langle M I(\vec{m}_n), \gamma M(\vec{m}_n) \rangle - k_n \langle M I(\vec{m}_n), \gamma M I(\vec{m}_n) \rangle + \\ & \left. \langle N I(\vec{m}_n), \eta N(\vec{m}_n) \rangle - k_n \langle N I(\vec{m}_n), \eta N I(\vec{m}_n) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \mu R_{SC} \rangle \right] = 0, \end{aligned}$$

despejando los elementos que involucran a k_n al otro lado de la igualdad:

$$\begin{aligned} \delta\Phi(k_n) = & -2\delta k_n \left[\langle W_d A I(\vec{m}_n), \lambda W_d (A(\vec{m}_n) - \vec{d}) \rangle + \langle L I(\vec{m}_n), \alpha L(\vec{m}_n) \rangle + \right. \\ & \langle W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n), \beta W_m W_{m_{apr}} (\vec{m}_n - \vec{m}_{apr}) \rangle + \langle M I(\vec{m}_n), \gamma M(\vec{m}_n) \rangle + \langle N I(\vec{m}_n), \eta N(\vec{m}_n) \rangle + \\ & \left. \langle I(\vec{m}_n), \mu R_{SC} \rangle \right] = -2\delta k_n(k_n) \left[\langle W_d A I(\vec{m}_n), \lambda W_d A I(\vec{m}_n) \rangle + \langle L I(\vec{m}_n), \alpha L I(\vec{m}_n) \rangle + \right. \\ & \left. \langle W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n), \beta W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n) \rangle + \langle M I(\vec{m}_n), \gamma M I(\vec{m}_n) \rangle + \langle N I(\vec{m}_n), \eta N I(\vec{m}_n) \rangle \right]. \end{aligned}$$

Ahora, utilizando operadores adjuntos para reducir la expresión:

$$\begin{aligned} \delta\Phi(k_n) = & -2\delta k_n \left[\langle I(\vec{m}_n), \lambda A^T W_d^2 (A(\vec{m}_n) - \vec{d}) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \alpha L^T L(\vec{m}_n) \rangle + \right. \\ & \langle I(\vec{m}_n), \beta W_{m_{apr}}^T W_m^2 W_{m_{apr}} (\vec{m}_n - \vec{m}_{apr}) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \gamma M^T M(\vec{m}_n) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \eta N^T N(\vec{m}_n) \rangle + \\ & \left. \langle I(\vec{m}_n), \mu R_{SC} \rangle \right] = -2\delta k_n(k_n) \left[\langle I(\vec{m}_n), \lambda A^T W_d^2 A I(\vec{m}_n) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \alpha L^T L I(\vec{m}_n) \rangle + \right. \\ & \left. \langle I(\vec{m}_n), \beta W_{m_{apr}}^T W_m^2 W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \gamma M^T M I(\vec{m}_n) \rangle + \langle I(\vec{m}_n), \eta N^T N I(\vec{m}_n) \rangle \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\Phi(k_n) = & -2\delta k_n \left[\langle I(\vec{m}_n), \lambda A^T W_d^2 (A(\vec{m}_n) - \vec{d}) + \alpha L^T L(\vec{m}_n) + \beta W_{m_{apr}}^T W_m^2 W_{m_{apr}} (\vec{m}_n - \right. \\ & \left. \vec{m}_{apr}) + \gamma M^T M(\vec{m}_n) + \eta N^T N(\vec{m}_n) + \mu R_{SC} \rangle \right] = -2\delta k_n(k_n) \left[\langle I(\vec{m}_n), \left(\lambda A^T W_d^2 A + \alpha L^T L + \right. \right. \\ & \left. \left. \beta W_{m_{apr}}^T W_m^2 W_{m_{apr}} + \gamma M^T M + \eta N^T N \right) I(\vec{m}_n) \rangle \right], \end{aligned}$$

sustituyendo las Ec. 68 y Ec. 80 en la expresión anterior:

$$-2\delta k_n [\langle I(\vec{m}_n), I(\vec{m}_n) \rangle] = -2\delta k_n(k_n) [\langle I(\vec{m}_n), (I_a) I(\vec{m}_n) \rangle],$$

despejando a k_n :

$$k_n = \frac{\langle I(\vec{m}_n), I(\vec{m}_n) \rangle}{\langle I(\vec{m}_n), (I_a) I(\vec{m}_n) \rangle}.$$

Por otro lado, se puede expresar al numerando del cociente k_n de otra manera regresando unos pasos:

$$\langle I(\vec{m}_n), (I_a)I(\vec{m}_n) \rangle = \left\langle I(\vec{m}_n), \left(\lambda A^T W_d^2 A + \alpha L^T L + \beta W_{m_{apr}}^T W_m^2 W_{m_{apr}} + \gamma M^T M + \eta N^T N \right) I(\vec{m}_n) \right\rangle,$$

$$\langle I(\vec{m}_n), (I_a)I(\vec{m}_n) \rangle = \lambda \langle W_d A I(\vec{m}_n), W_d A I(\vec{m}_n) \rangle + \alpha \langle L I(\vec{m}_n), L I(\vec{m}_n) \rangle + \beta \langle W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n), W_m W_{m_{apr}} I(\vec{m}_n) \rangle + \gamma \langle M I(\vec{m}_n), M I(\vec{m}_n) \rangle + \eta \langle N I(\vec{m}_n), N I(\vec{m}_n) \rangle,$$

$$\langle I(\vec{m}_n), (I_a)I(\vec{m}_n) \rangle = \|W_d A I(\vec{m}_n)\|^2 + \alpha \|L I(\vec{m}_n)\|^2 + \beta \|W_m I(\vec{m}_n)\|^2 + \gamma \|M I(\vec{m}_n)\|^2 + \eta \|N I(\vec{m}_n)\|^2.$$

De forma que el cociente k_n se puede reescribir de la siguiente forma, lo cual puede ser menos conveniente para hacer cálculos, pero más claro visualmente:

$$k_n = \frac{\|I(\vec{m}_n)\|^2}{\|W_d A I(\vec{m}_n)\|^2 + \alpha \|L I(\vec{m}_n)\|^2 + \beta \|W_m I(\vec{m}_n)\|^2 + \gamma \|M I(\vec{m}_n)\|^2 + \eta \|N I(\vec{m}_n)\|^2}.$$