

IPICYT

**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

POSGRADO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

**Diseño de un control no lineal para el proceso de
carga de baterías con aplicación en vehículos
eléctricos**

Tesis que presenta

Francisco Iván González Espejo

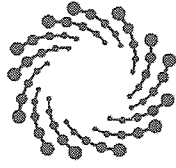
Para obtener el grado de

Maestro en Control y Sistemas Dinámicos

Director de la Tesis:

Dr. Diego Langarica Córdoba

San Luis Potosí, S.L.P., 30 de Enero del 2019



IPICYT

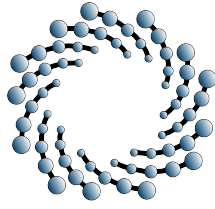
Constancia de aprobación de la tesis

La tesis ***“Diseño de un control no lineal para el proceso de carga de baterías con aplicación en vehículos eléctricos”*** presentada para obtener el Grado de Maestro en Control y Sistemas Dinámicos, fue elaborada por **Francisco Ivan Gonzalez Espejo** y aprobada el **treinta de enero del dos mil diecinueve** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Dr. Diego Langarica Córdoba
Director de la tesis

Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar
Jurado en el Examen

Dr. Hugo Cabrera Ibarra
Jurado en el Examen

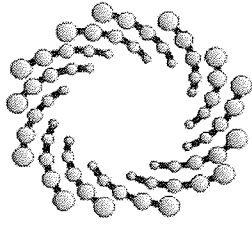


IPICYT

Créditos Institucionales

Esta tesis fue elaborada en la División de Matemáticas aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección del Dr. Diego Langarica Córdoba.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (No. de registro 612804) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.



IPICYT

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 036 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 30 días del mes de enero del año 2019, se reunió a las 16:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar	Presidente	IPICYT
Dr. Diego Langarica Córdoba	Secretario	UASLP
Dr. Hugo Cabrera Ibarra	Sinodal	IPICYT

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

MAESTRO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

sustentó el C.

Francisco Ivan Gonzalez Espejo

sobre la Tesis intitulada:

Diseño de un control no lineal para el proceso de carga de baterías con aplicación en vehículos eléctricos

que se desarrolló bajo la dirección de

Dr. Diego Langarica Córdoba (UASLP)

El Jurado, después de deliberar, determinó

APROBARLO

Dándose por terminado el acto a las 17:30 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 30 días del mes de enero de 2019.


Dr. Horacio Flores Zúñiga
Secretario Académico


Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez
Jefa del Departamento del Posgrado



Este trabajo esta dedicado a mi familia, por brindarme su apoyo constante y llenar mi vida con sus valiosos consejos.

Agradecimientos

En estas líneas quiero agradecer a todas las personas que hicieron posible este trabajo de investigación y también a aquellas personas que estuvieron conmigo en los buenos y malos momentos. Primeramente a mis padres, Francisco y Elia por todo su amor, paciencia y buenos valores, porque incontables veces me han brindado su apoyo incondicional y han sido un pilar fundamental a lo largo de mi vida. A mi hermano, Omar, por creer en mí, aconsejarme y motivarme a que diera este paso para hacer el posgrado, eres un gran ejemplo para mí, bro!.

A mis compañeros de generación por ser parte de este proceso y de manera especial a mis amigos Eli, Richi, Carlos, Nazul y Tony por su apoyo moral y solidaridad que me mostraron cuando era difícil entender algún tema y por los momentos divertidos en los que convivimos.

También, quiero agradecer con mucho cariño a Ari, una gran amiga a quien estimo y aprecio mucho, quien me ha brindado un apoyo constante y me ha acompañado durante momentos difíciles de este proceso, gracias por transmitirme esa motivación para seguir sin dudar de mi capacidad y esa perseverancia que bien te caracteriza.

A los profesores de la división, por compartir amable y pacientemente sus conocimientos y sabiduría conmigo y compañeros de generación y de manera especial a mi comité tutorial y jurado, el Dr. Leyva, Dr. Hugo, Dr. Melchor y Dr. Zavala porque a través de sus valiosas observaciones hicieron posible realizar un mejor trabajo de tesis.

Así mismo, quiero expresar mi más grande y sincero agradecimiento a mi director de tesis, el Dr. Diego Langarica Córdoba, por darme la oportunidad y confianza de llevar a cabo este trabajo de investigación, por su paciencia, apoyo, disponibilidad y entusiasmo con el que compartió sus enseñanzas y porque gracias a sus consejos y correcciones hoy puedo culminar este trabajo.

Y por supuesto al IPICyT por abrirme las puertas, a la división de Matemáticas Aplicadas por confiar en mí y dejarme formar parte del posgrado y al Conacyt por el apoyo económico que me ofrecieron durante el desarrollo de este trabajo.

Resumen

Este trabajo de tesis presenta el diseño de un esquema de control para un sistema de carga de baterías de un vehículo eléctrico. El propósito de este trabajo es demostrar que es posible aplicar la teoría de control no lineal para diseñar un controlador basado en pasividad que pueda modificar, a través de los dispositivos de conmutación, la energía almacenada y las características de amortiguamiento del circuito, sin despreciar las no linealidades del sistema y así, lograr una apropiada regulación y seguimiento de las trayectorias deseadas, resultando en la carga adecuada de las baterías de acuerdo a un algoritmo de carga específico. Para el desarrollo de esta investigación, se considera un sistema de carga monofásico, unidireccional y no aislado, el cual consiste de tres etapas: un convertidor de corriente alterna a corriente directa, un convertidor corriente directa a corriente directa y el banco de baterías. La primera etapa está basada en rectificador-elevador monofásico con corrección de factor de potencia conectado a la red eléctrica, mientras que la segunda etapa está compuesta por un convertidor reductor conectado a la última etapa, es decir, las baterías. Así también, se obtiene modelos matemáticos del sistema de carga completo, mediante dos enfoques: uno a partir del análisis tradicional de circuitos (leyes de Kirchhoff) y el otro en base a las ecuaciones de Euler-Lagrange, conveniente para aplicar la metodología de control basado en pasividad. Se destaca que estos dos enfoques de modelado resultan ser consistentes entre sí. Las pruebas de simulación realizadas en este trabajo consisten en validar que los objetivos de control son logrados, esto es, corrección de factor de potencia y la regulación de la corriente y voltaje de las baterías durante el proceso de carga de acuerdo al algoritmo corriente constante - voltaje constante. En dichas pruebas se consideran tanto la ausencia como la presencia de incertidumbre paramétrica en la resistencia parásita de los elementos inductivos del sistema. Por lo tanto, se diseña un observador no lineal de perturbaciones, con el fin de estimar la perturbación e incluir dichas estimaciones al esquema de control y así poder hacer frente a este problema.

Palabras clave: *Vehículo eléctrico, sistema de carga de baterías, control basado en pasividad, corrección de factor de potencia, baterías, sistema Euler-Lagrange, algoritmo de carga.*

Abstract

This thesis work presents the design of a control scheme for a battery charger system of an electric vehicle. The aim of this work is to demonstrate that it is possible to apply the non-linear control theory to design a passivity based controller that can be modified, through the switching devices, the storage energy and the damping features of the circuit, despite the non-linearities of the system and so, achieve an appropriate regulation and tracking of desired trajectories, resulting in an adequate battery charging process according to a specific charging algorithm. The present research considers a single-phase, unidirectional and non-isolated charger system, which consists of three stages: a AC/DC converter, a DC/DC converter and the battery bank. The first stage is based on a bridgeless single-phase with power factor correction rectifier connected to the grid while the second stage is composed by a buck converter connected to the last one stage, this is, the battery bank. Additionally, through two approaches, mathematical models are obtained for the charger system: the traditional analysis (Kirchhoff laws) and the Euler-Lagrange formulation, which is convenient for passivity based control method. As a remark, both approaches are consistent among them. The performed simulation scenarios aim to validate that the control objectives are fulfilled, this is: to achieve the power factor correction and regulation of battery current or voltage during the charging process according to the constant current-constant voltage algorithm, as well. These scenarios consider both, the absence and presence of parametric uncertainty in parasitic resistance and in inductances of the circuit. In this sense, a nonlinear disturbance observer is synthesized in order to estimate the disturbances and then feedback this estimation to the control scheme, to finally cope with this problem.

Key words: *Electric vehicle, battery charger system, passivity based control, power factor correction, batteries, Euler-Lagrange systems, charging algorithm.*

Contenido

Resumen	v
Abstract	vi
Contenido	vii
Lista de tablas	ix
Lista de figuras	x
Lista de abreviaturas y variables	xii
1 Introducción	1
1.1 Marco referencial	2
1.1.1 Clasificación de los VEs	4
1.1.2 Estándares actuales para la carga de VEs	6
1.1.3 Baterías y métodos de carga	7
1.1.4 Factor de potencia	8
1.1.5 Sistemas de carga de baterías de VEs	10
1.1.6 Algoritmos de carga	11
1.2 Antecedentes	15
1.3 Planteamiento del problema	16
1.4 Justificación	18
1.5 Objetivos de investigación	19
1.6 Aportaciones	19
1.7 Organización de la tesis	20
2 Preliminares	22
2.1 Definiciones de estabilidad	23
2.2 Método directo de Lyapunov	24
2.3 Disipatividad	25
2.4 Pasividad	26

2.5	Sistemas Euler-Lagrange	28
2.5.1	Ecuaciones Euler-Langrange	28
2.5.2	Variables generalizadas	28
3	Modelado dinámico del sistema	32
3.1	Análisis de la topología del SCB	33
3.2	Convertidor CA/CD	33
3.2.1	Principio de operación	35
3.2.2	Modelo en ecuaciones diferenciales	36
3.2.3	Régimen permanente del voltaje de salida, V_{C1}	40
3.2.4	Consideraciones de diseño	43
3.3	Convertidor CD/CD	45
3.3.1	Principio de operación	46
3.3.2	Modelo en ecuaciones diferenciales	46
3.3.3	Consideraciones de diseño	49
3.4	Modelado de baterías	54
3.5	Acoplamiento de etapas	55
3.5.1	Modelo en ecuaciones diferenciales	56
4	Modelo derivado del enfoque Euler-Lagrange	58
4.1	Modelado E-L de convertidores electrónicos de potencia	59
4.2	Formulación E-L del convertidor CA/CD	61
4.3	Formulación E-L del convertidor CD/CD	67
4.4	Formulación E-L del modelo de la batería	71
4.5	Acoplamiento de etapas	73
5	Control basado en pasividad	77
5.1	Objetivos de control	78
5.2	Diseño del PBC	78
5.3	Diseño del PBC con la inclusión del NDO	86
5.3.1	Diseño del NDO	92
6	Resultados de simulación	98
6.1	Simulación del PBC nominal, sin perturbaciones al SCB	99
6.2	Simulación del PBC nominal, con perturbaciones al SCB	102
6.3	Simulación del PBC con NDO para el SCB con perturbaciones	105
7	Conclusiones y trabajo futuro	111
	Bibliografía	114

Lista de tablas

1.1	Organizaciones y estándares relevantes asociados a los VEs enchufables [1].	6
1.2	Características del VE “Zilent” y las baterías.	17
2.1	Definición de las variables generalizadas.	29
3.1	Modos de operación y estados de los interruptores del rectificador - elevador monofásico con CFP.	35
3.2	Ajuste de voltaje de cargadores para batería ácido-plomo de ciclo profundo LTH L-31T/S-190M.	43
3.3	Especificaciones de diseño del convertidor CA/CD.	44
3.4	Modos de operación y estados de los interruptores para el convertidor reductor.	46
3.5	Especificaciones de diseño del convertidor CD/CD.	51
4.1	Parámetros E-L para los modos de operación del convertidor CA/CD. .	64
4.2	Parámetros E-L conmutados para los modos de operación del convertidor CA/CD.	65
4.3	Parámetros E-L para modos de operación del convertidor CD/CD. . . .	68
4.4	Parámetros E-L conmutados para modos de operación del convertidor CD/CD.	69
5.1	Dinámica deseada de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC.	83
6.1	Especificaciones de diseño del SCB.	98
6.2	Parámetros de diseño del BB.	98
6.3	Valor de las ganancias de NDO empleadas en las simulaciones.	106

Lista de figuras

1.1	VE Tesla Model S - 100D	2
1.2	VE de W. Ayrton y J. Perry, impulsado por baterías de ácido-plomo.	3
1.3	Definición de varios VEs, [2].	4
1.4	Clasificación de varios VEs, [2].	4
1.5	Comparación de la diversificación de energía entre varios VEs y el VCI.	5
1.6	Corriente de línea distorsionada, generada por carga no lineal.	8
1.7	Proceso de conversión de energía en un SCB convencional.	10
1.8	Perfil de corriente y voltaje del algoritmo CC-VC.	12
1.9	Diagrama de flujo de algoritmo CC-VC.	13
1.10	VE “Zilent” y batería del VE.	17
2.1	Noción de estabilidad en sentido de Lyapunov.	23
2.2	Noción de estabilidad asintótica.	24
2.3	Circuito LRC y diagrama a bloques.	26
2.4	Esquema general de los sistemas E-L	31
3.1	Topología del SCB.	33
3.2	Rectificador - elevador monofásico con CFP y carga puramente resistiva.	34
3.3	Forma de onda del voltaje de entrada, V_{in}	35
3.4	Modos de operación del rectificador - elevador monofásico con CFP.	37
3.5	Bus de CD del convertidor CA/CD	41
3.6	Forma de onda de la corriente del capacitor C_1	41
3.7	Esquema de conexión de 10 baterías de 12 V en serie: Sistema de 120 V.	43
3.8	Circuito del convertidor reductor con carga puramente resistiva.	45
3.9	Operación del convertidor reductor con $u_2 = 1$	46
3.10	Operación del convertidor reductor con $u_2 = 0$	47
3.11	Formas de onda para la operación en MCC del convertidor reductor. [3]	50
3.12	Operación del convertidor reductor en MDC.	51
3.13	Formas de onda para la operación en MDC del convertidor reductor.	51
3.14	Formas de onda en el límite de operación MCC-MDC del convertidor reductor.	52

3.15	Circuito eléctrico de una batería.	54
3.16	Acoplamiento de las tres etapas.	55
3.17	Consideración de acoplamiento de la topología del SCB.	56
5.1	Esquema de variables de estado deseados	91
5.2	Condición para el cambio de etapa CC a VC	91
5.3	Esquema de derivadas de estados deseados	92
5.4	Esquema general del sistema en lazo cerrado, SCB+PBC+NDO	97
6.1	Algoritmo de carga CC-VC, condiciones nominales.	100
6.2	Señales de control de SCB, condiciones nominales.	101
6.3	Variables de estado y estados deseados del SCB, condiciones nominales.	101
6.4	Algoritmo de carga CC-VC, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	103
6.5	Señales de control, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	104
6.6	Variables de estado y estados deseados del SCB, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	104
6.7	Señales de error en régimen permanente, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	105
6.8	Algoritmo de carga CC-VC, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	107
6.9	Señales de control, con PBC +NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	108
6.10	Variables de estado y estados deseados del SCB, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	108
6.11	Señales de error en estado estacionario, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	109
6.12	Estimación de perturbaciones, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$	109

Lista de abreviaturas y variables

Abreviaturas

CO ₂	Dióxido de carbono.
GEI	Gases de efecto invernadero.
VE	Vehículo eléctrico.
BB	Banco de baterías.
INECC	Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático.
CD	Corriente directa.
CA	Corriente alterna.
UC	Ultra-capacitor.
UF	Ultra-volante de inercia (<i>Ultra-Flywheel</i>).
VCI	Vehículo con motor de combustión interna.
VEH	Vehículo eléctrico híbrido.
VEP	Vehículo eléctrico puro.
VEB	Vehículo eléctrico de baterías.
VECC	Vehículo eléctrico con celda de combustible.
VEUC	Vehículo eléctrico con ultra-capacitor.
VEUF	Vehículo eléctrico con ultra-volante de inercia.
PVEH	Vehículo eléctrico híbrido enchufable (<i>Plug-in</i>).
RVE	Vehículo eléctrico de autonomía extendida (<i>Range-extender</i>).
CO	Monóxido de carbono.
CH	Hidrocarburos.
NO _x	Óxidos de nitrógeno.
SO _x	Óxidos de azufre.
PM _x	Partículas de materia.
NiMH	Níquel-Hidruro Metálico.
NiCd	Níquel-Cadmio.
SAE	Society for Automobile Engineers .
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers.
NEC	National Electric Code.
NFPA	National Fire Protection Association.
UL	Underwriters Laboratories Inc.
DIN	Deutsches Institut fuer Normung.

IEC	International Electromechanical Commission.
JEVS	Japan Electric Vehicle Association.
V	Voltio.
A	Amperio.
W	Watt.
Ah	Ampere-hora.
t	Tiempo.
t_0	Tiempo inicial.
Hz	Hertz.
H	Henrios.
F	Faradios.
rms	Valor eficaz.
FP	Factor de potencia.
CFP	Corrección de factor de potencia.
L	Inductor.
C	Capacitor.
SCB	Sistema de carga de baterías.
G2V	De la red al vehículo (Grid to vehicle).
V2G	Del vehículo a la red (Vehicle to grid).
On-board	Integrado al VE.
Off-board	Fuera del VE.
BB	Banco de baterías
VC	Voltaje constante.
CC	Corriente constante.
CC-VC	Corriente constante - voltaje constante.
MSCC	Corriente constante a múltiples fases.
TSCC-VC	Corriente constante - voltaje constante de tres etapas.
VC-PC	Carga pulsante a voltaje constante.
CC-PC	Carga pulsante a corriente constante.
SoC	Estado de la carga.
E-L	Euler-Lagrange.
PI	Proporcional e integral.
PBC	Control basado en pasividad.
NDO	Observador no lineal de perturbaciones.
IDA	Asignación de interconexión y amortiguamiento.
IGBT	Transistor bipolar de puerta aislada.
MOSFET	Transistor de efecto de campo metal - óxido - semiconductor.
EMI	Interferencia electromagnética.
LVK	Ley de voltaje de Kirchhoff.
LCK	Ley de corriente de Kirchhoff.
PWM	Modulación del ancho de pulso.
MCC	Modo continuo de conducción.
MDC	Modo discontinuo de conducción.
E-L	Euler-Lagrange.

Variables

V_{cd}	Voltaje de corriente directa.
V_{in}	Voltaje de corriente alterna (de entrada o línea).
I_{in}	Corriente de entrada o línea.
$(\cdot)_p$	Valor pico.
i_{bat}^*	Corriente de referencia en modo CC.
v_{bat}^*	Voltaje de referencia en modo VC.
i_{min}	Corriente mínima en modo CC.
v_{oc}	Voltaje inicial del BB a circuito abierto.
v_{bat}	Voltaje del BB.
i_{bat}	Corriente del BB.
$f(\cdot), h(\cdot)$	Campos vectoriales.
\mathbb{R}	Conjunto de números reales.
$\dot{\langle \cdot \rangle}$	Representa $\frac{d\langle \cdot \rangle}{dt}$.
\mathbb{R}_+	Conjunto de números reales positivos.
$\ddot{\langle \cdot \rangle}$	Representa $\frac{d^2\langle \cdot \rangle}{dt^2}$.
$V(\cdot)$	Función de Lyapunov.
$\bar{\langle \cdot \rangle}$	Representa el punto de equilibrio.
v_{C1}^*	Voltaje de referencia en capacitor C_1 o bus de CD.
\mathcal{K}	Valor cuadrático del voltaje deseado en el bus de CD.
V_d	Voltaje deseado en el capacitor C_1 o bus de CD.
P_{bat}	Potencia máxima de salida del SCB.
t_{on}	Tiempo que el interruptor permanece cerrado.
t_{off}	Tiempo que el interruptor permanece abierto.
T_s	Periodo de conmutación.
I_2	Límite superior del rizo ΔI_{L2} .
I_1	Límite inferior del rizo ΔI_{L2} .
C_{min}	Capacitancia mínima.
$\ \cdot \ $	Norma euclidiana.
q	Coordenadas generalizadas (carga eléctrica).
\dot{q}	Velocidades generalizadas (corriente eléctrica).
\mathcal{V}	Energía potencial ó de campo eléctrico.
\mathcal{T}	Energía cinética ó magnética.
\mathcal{Q}	Fuerza generalizada (fuente de voltaje).
$\mathcal{F}(\dot{q})$	Función de disipación de Rayleigh.
$\mathcal{L}(q, \dot{q})$	función Lagrangiana.
\mathcal{D}	Matriz de inercias generalizadas.
\mathcal{J}	Matriz de interconexión.
\mathcal{R}	Matriz de disipación.
\mathcal{E}	Vector de fuentes de alimentación.
i_{L1}^*	Referencia de la corriente de entrada i_{L1} .
\mathcal{E}_d	Dinámica deseada.

\mathcal{R}_i	Matriz de inyección de amortiguamiento.
Ψ	Dinámica del error.
$\dot{x}_{2d}, \dot{x}_{4d}$	Dinámicas auxiliares del controlador.
r_i	Ganancias del PBC, con $i = 1, 2, 3, 4$.
f	Frecuencia en Hz del filtro de variable de estado.
x_{3d}^f	Corriente de L_2 deseada-filtrada.
k_p	Ganancia proporcional del control PI para el cálculo de I_d .
k_i	Ganancia integral del control PI para el cálculo de I_d .
e	Error de voltaje del bus de CD.
x^*	Vector de referencias de los estados del SCB.
δ	Vector de perturbaciones.
$\hat{\delta}$	Vector de estimación de perturbaciones.
Λ	Matriz de ganancias del NDO.
e_1	Error del observador.
λ_i	Ganancias del NDO, con $i = 1, 2, 3, 4$.
z	Vector de variables auxiliares del NDO.
\mathcal{M}	Vector auxiliar de NDO.

Capítulo 1

Introducción

El efecto invernadero es un fenómeno natural que permite a nuestro planeta mantener las condiciones necesarias para albergar vida. La atmósfera captura algunos de los rayos del sol en la corteza terrestre, manteniéndolos dentro para conseguir una temperatura media de 15 °C. Si la atmósfera no atrapara ninguno de estos rayos que rebotan en la superficie, la temperatura media de la Tierra sería de -18 °C. La atmósfera está compuesta por diversos gases naturales, siendo el nitrógeno, el oxígeno y el argón los que constituyen el 99,93% del total. Sin embargo, son otros gases como el vapor de agua, el dióxido de carbono (CO₂), el metano, el óxido de nitrógeno y ozono los que tienen una mayor incidencia en el efecto invernadero.

En la proporción adecuada, estos gases cumplen su cometido, pero al aumentar su concentración por obra del hombre, la atmósfera retiene más calor del necesario, provocando el aumento de las temperaturas, el deshielo de los polos, la desertificación, incendios forestales, tormentas e inundaciones. Existen tres principales razones que causan el aumento de los gases de efecto invernadero (GEI): quema de combustibles fósiles (petróleo, carbón y gas natural), deforestación de bosques y destrucción de ecosistemas marinos, que absorben el CO₂, y el aumento de una población que cada vez consume más recursos naturales [4].

Según datos del Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático (INECC), México emitió 683 millones de toneladas de CO₂ en el año 2015, que corresponde al 71% de las emisiones de GEI. Por otra parte, del total de emisiones, 64% correspondieron al consumo de combustibles fósiles; 10% por sistemas de producción pecuaria; 8% provienen de los procesos industriales; 7% se emitieron por el manejo de residuos; 6% por las emisiones fugitivas por extracción de petróleo, gas y minería y 5% se generaron por actividades agrícolas [5]. Debido a que el sector del transporte es uno de los principales consumidores de combustibles fósiles en el mundo y con el creciente avance de las tecnologías de almacenamiento de energía y de la electrónica de potencia, el vehículo eléctrico (VE) ha surgido como un medio de transporte alternativo al uso del vehículo con motor de combustión interna (VCI), haciéndolo cada vez más atractivo para los

fabricantes de automóviles, gobiernos y consumidores, siendo así considerado como, un medio de transporte de cero emisiones de GEI. Por ejemplo, el caso de la compañía Tesla Motors, la cual ha desarrollado el VE “Model S”, el cual es capaz de cubrir una distancia de 539 km con una carga completa del banco de baterías (BB) [6].



Figura 1.1: VE Tesla Model S - 100D

Los VEs presentan ciertas ventajas en comparación con otros medios de transporte, como por ejemplo, eficiencia energética elevada, independencia en el uso de combustibles fósiles y cero emisión de GEI; sin embargo, aspectos como un costo inicial muy elevado, una autonomía de conducción relativamente reducida, un elevado tiempo de carga de las baterías y un tiempo de vida útil altamente dependiente de las condiciones de carga/descarga, han ido restringiendo a este medio de transporte de su uso.

1.1 Marco referencial

Aunque pareciera que el VE es una tecnología relativamente nueva, existen reportes sobre su invención en el año 1834 por Thomas Davenport en Estados Unidos; sin embargo, no fue hasta el año 1881 en Francia, donde Gustave Trouvé construyó el primer VE (un triciclo) impulsado por una batería secundaria de Platé (inicios de la batería ácido-plomo).

En 1882, en Inglaterra, los profesores William Ayrton y John Perry dieron a conocer el diseño de un triciclo eléctrico, como se muestra en la Figura 1.2, que usaba diez baterías ácido-plomo (tipo Platé) con capacidad de 1.5 kWh a 20 V para un motor de corriente directa (CD) de 0.5 hp montado de bajo del asiento del conductor. El control de velocidad se lograba mediante un interruptor el cual realizaba la conexión parcial de una batería tras otra con el fin de mantener una conexión en serie, y según lo reportado, el VE alcanzó a realizar recorridos de entre 16 y 40 km dependiendo del terreno de prueba [7].

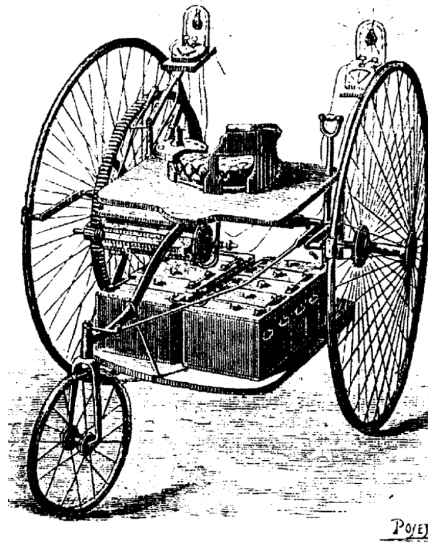


Figura 1.2: VE de W. Ayrton y J. Perry, impulsado por baterías de ácido-plomo.

En 1898, el alemán, Ferdinand Porsche construyó su primer vehículo, el “Lohner Electric Chaise”, sin embargo el segundo vehículo construido por Porsche fue un híbrido, el cual usaba un motor de combustión que hacía girar a un generador eléctrico el cual proveía de energía a los motores localizados en los ejes de las llantas, el cual lograba viajar alrededor de 64 km.

En 1905, Henri Pier, introdujo un vehículo eléctrico híbrido (VEH) en paralelo, el cual acoplaba un motor de gasolina con un motor eléctrico, de tal forma que cuando el vehículo estaba desplazándose, el motor eléctrico funcionaba como un generador eléctrico que a su vez cargaba las baterías, por otra parte cuando el vehículo estaba subiendo una pendiente, el motor eléctrico respaldaba al motor de combustión, aumentando la potencia del vehículo.

Durante la última década del siglo XIX, un número importante de compañías empezaron a producir VEs en América, Gran Bretaña y Francia, sin embargo, debido a sus limitaciones asociadas a las baterías, los costos tan elevados y el surgimiento del VCI, entonces los VEs detuvieron eventualmente su producción y desarrollo para el año 1930.

En el año 1970, debido al comienzo de la crisis energética y debido a la preocupación existente sobre el calentamiento global, los VEs resurgen nuevamente, sin embargo, con los avances del VEH, el VE poco a poco empezó a perder terreno, por lo que la producción y desarrollo del VEH aumentó considerablemente a finales del 1990 [2]. Aunque los VEH reducen las emisiones de gases a la atmósfera, no pueden ser considerados como vehículos libres de emisiones. Además, la necesidad adicional de motores, sistemas de almacenamiento de energía y convertidores de potencia resultan en el incremento del costo del sistema en general.

1.1.1 Clasificación de los VEs

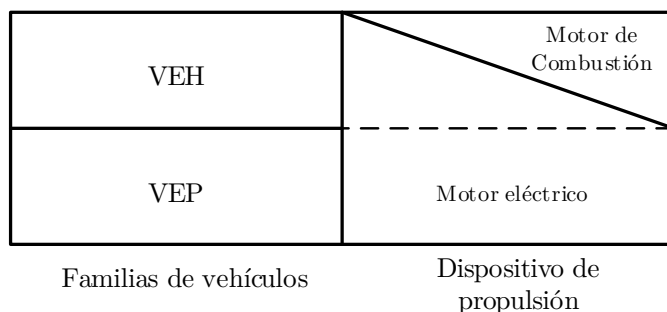


Figura 1.3: Definición de varios VEs, [2].

En años recientes, ha habido una tendencia de clasificar a los VEs de acuerdo al *mecanismo de propulsión, la energía que portan y la fuente de energía* que utilizan. En la Figura 1.3, se muestra la primera clasificación de los VEs en las familias: vehículos eléctricos puros (VEPs) y VEHs, basada en el dispositivo de propulsión, donde el VEP solo adopta al motor eléctrico y el VEH adopta el motor eléctrico y de combustión para propulsión híbrida. En el caso de la energía que portan y la fuente de energía, la familia de VEP puede ser dividida en: VE de baterías (VEB), VE con celda de combustible (VECC) y tomando en cuenta las últimas novedades tecnológicas en cuanto a fuentes de energía, se tienen el VE con ultra-capacitor (VEUC) y el VE con ultra-volante de inercia (VEUF).

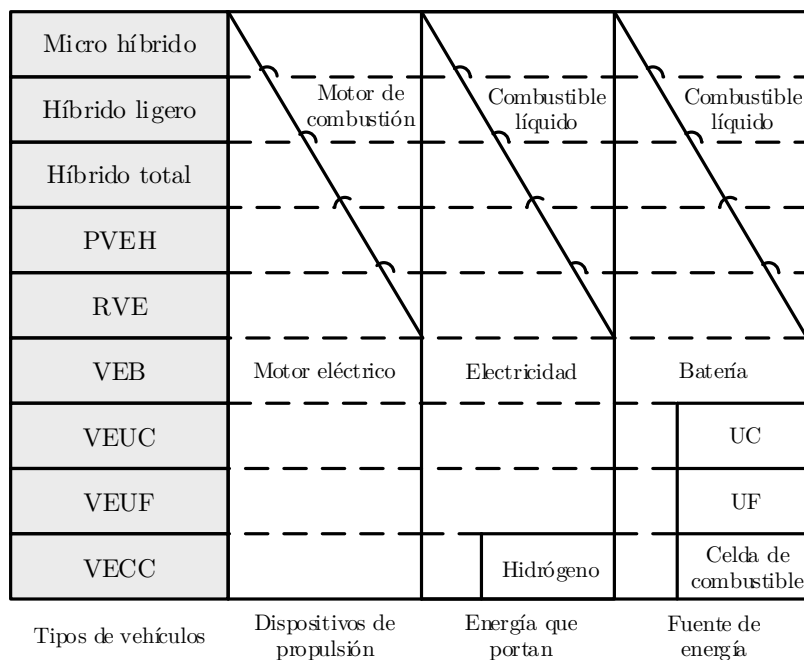


Figura 1.4: Clasificación de varios VEs, [2].

Por otro lado, los basados en la hibridación entre el motor eléctrico y el de combustión, pueden dividir a la familia de VEH en cinco miembros: vehículo micro-híbrido, vehículo híbrido ligero, vehículo híbrido total, VEH enchufable (*Plug-in HEV*, PVEH) y el VE de autonomía extendida (*Range-extender EV*, RVE).

Los híbridos micro, ligero y total son denominados VEH convencionales debido a que se reabastecen de combustible líquido en gasolineras, mientras que los PVEH y RVE se denominan híbridos enchufables debido a que pueden ser recargados con energía eléctrica mediante puertos de carga o reabastecidos con combustible líquido, esta clasificación se muestra en la Figura 1.4.

Los VCIs han adoptado varios combustibles líquidos o gaseosos como la energía portadora la cual es principalmente derivada del petróleo y el gas natural. A diferencia de los VCIs, los VEPs tienen la ventaja de adoptar electricidad o hidrógeno como energía portadora, la cual puede ser derivada de casi cualquier recurso energético. En la Figura 1.5 se muestra el flujo de la energía de varios recursos energéticos incluido el petróleo, el gas natural, biomasa, carbón, nuclear, hidráulica, eólica, solar, oceánica, geotérmica a varios tipos de vehículos, incluyendo el VCI, los VEH convencionales, los VEH enchufables, VEB, VEUC, VEUF y VECC.

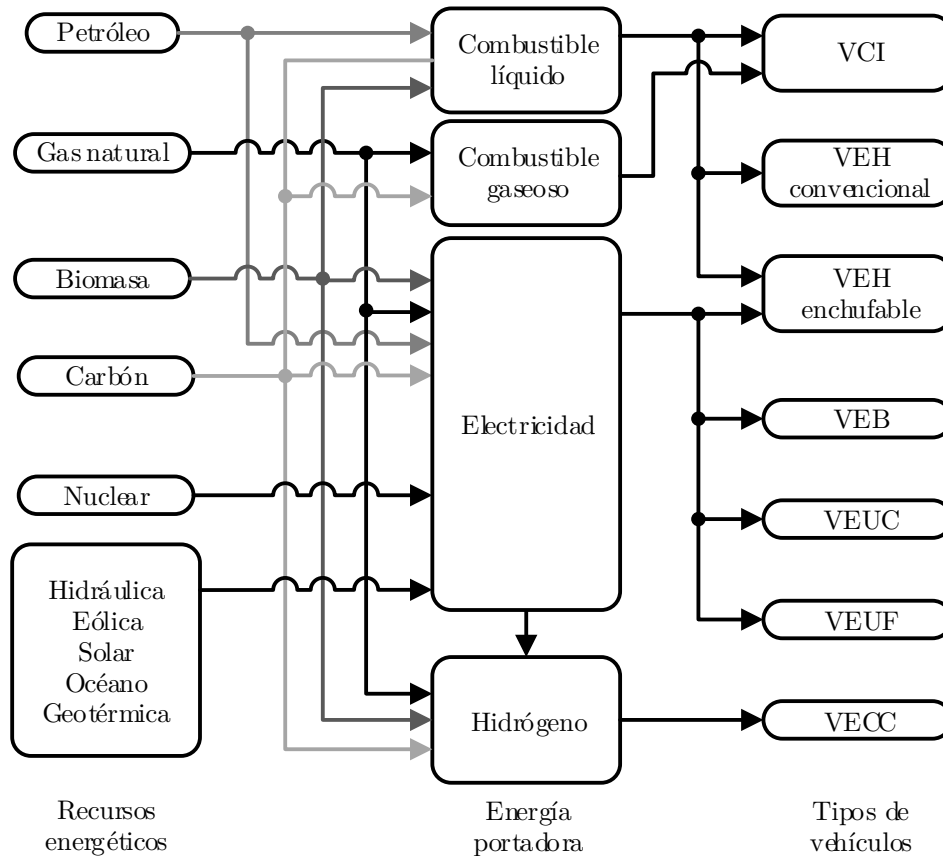


Figura 1.5: Comparación de la diversificación de energía entre varios VEs y el VCI.

1.1.2 Estándares actuales para la carga de VEs

Organización	Estándar relevante	Definición del estándar
Society for Automobile Engineers (SAE)	J1772	Conector conductivo
	J1773	Carga acoplada inductivamente
	J2847, J2836, J2931	Comunicaciones
	J2864	Calidad de la energía
	J2293	Sistemas de transferencia de energía
	J2344, J1766, J2578	Consideraciones de seguridad
Institute of Electrical and Electronic Engineers (IEEE)	1547	Conexiones vinculadas a la red
	P1809	Infraestructura de transporte eléctrico
	P2100	Sistemas de carga y de potencia inalámbricos
	P2030	Tecnologías de redes inteligentes
National Electric Code (NEC)	625	Seguridad y sistemas de carga del VE
	626	Características del espacio de estacionamiento del VE
National Fire Protection Association (NFPA)	70	Código eléctrico nacional
	70B	Mantenimiento de equipo eléctrico
	70E	Residuos eléctricos
Underwriters Laboratories Inc (UL)	2231	Seguridad en circuitos de alimentación del VE
	2251	Conectores, receptáculos y acoplamientos para VE
	2202	Equipamiento del sistema de carga
	2594	Equipamiento de la fuente del VE
Deutsches Institut fuer Normung (DIN)	43538	Especificaciones del sistema de baterías
	EN 50620	Requerimientos de los cables del VE
	VDE 0510-10	Requerimientos de seguridad para las baterías
International electromechanical Commission (IEC)	TC 21	Baterías y celdas
	TC 64	Protección e instalación eléctrica
	TC 69	Camionetas industriales eléctricas y VE
	TC 22/SC 3	Equipamiento electrónico y eléctrico
	61851-2-3	Sistemas de carga conductivos de los VEs
Japan Electric Vehicle Association (JEVS)	C601	Receptáculos y conectores para la carga del VE
	D001-002	Características de la batería
	D701-709	Procedimientos para la prueba de baterías
	G101-105	Sistemas de carga rápidos
	G106-109	Sistemas de carga inductivos

Tabla 1.1: Organizaciones y estándares relevantes asociados a los VEs enchufables [1].

Actualmente, los organismos influyentes en las tecnologías de carga de los VEs enchufables y su clasificación, han desarrollado una serie de normas, las cuales rigen las capacidades o características de carga, los tipos de conexión, protocolos de comunicación, rangos de voltaje y requerimientos de seguridad. En la Tabla 1.1, se describe de manera resumida las legislaciones actuales.

1.1.3 Baterías y métodos de carga

Como se observa en la Figura 1.4, el almacenamiento de energía en un BB es de vital importancia en los VEs. En el caso de los VEPs la batería constituye aproximadamente un tercio del precio de venta. Y existen distintos tipos de baterías en dependencia del material usado para la generación de energía eléctrica [8]:

- **Ácido-plomo:** Este sistema consiste de un colector hecho de plomo, un electrodo negativo de plomo esponjoso, un electrodo positivo de óxido de plomo y como electrolito de ácido sulfúrico diluido. Esta batería es ampliamente utilizada en muchas aplicaciones debido a su resistencia, bajo costo, seguridad y su alta tolerancia a las altas temperaturas.
- **Basadas en Níquel:** En esta clase de baterías, las más utilizadas en aplicaciones con VEs son las de Níquel-Hidruro metálico (NiMH), en donde el electrodo positivo esta compuesto por hidróxido de níquel y el electrodo negativo de una aleación de vanadio, titanio, níquel y otros metales, mientras que el electrolito es una solución alcalina. Las ventajas de esta batería es que, pueden operar de forma segura a voltajes elevados, presenta tolerancia ante sobrecargas/sobredescargas y trabaja en un amplio rango de temperatura; sin embargo presenta un alto costo.
- **Ion-Litio:** Esta clase de baterías están compuestas por un electrodo positivo de óxido de cobalto, un electrodo negativo de carbono y un electrolito de sal de litio en un solvente orgánico. Las ventajas que presentan son, alta densidad de energía, vida útil, ciclos de carga y fiabilidad con respecto a las tecnologías anteriores; sin embargo no debe operar a altas temperaturas.

Por otra parte, los métodos de carga de los VEs, según el estándar SAE J1772, pueden ser categorizados por niveles; sin embargo, pueden resumirse básicamente por tres niveles, de acuerdo a la terminología utilizada en Estados Unidos [2,9]:

- **Nivel 1:** Es el modo de carga básico, en el cual el VE se conecta a la red eléctrica monofásica de $120/240 V_{rms}$, el proceso es lento y está pensado para la carga en el hogar.
- **Nivel 2:** Este nivel realiza la carga a $240 V_{rms}$ ya sea en una red monofásica o bifásica, este nivel brinda un equilibrio entre tiempo y comodidad, debido a que la carga del VE puede realizarse desde el hogar o mediante estaciones de carga públicas.
- **Corriente Directa:** Estos cargadores también conocido como cargadores rápidos, funcionan a $480 V_{cd}$, este nivel, solo es empleado en lugares públicos, como centros comerciales y operan como estaciones o módulos especiales de carga.

1.1.4 Factor de potencia

Un proceso de carga involucra inherentemente elementos de conmutación (IGBTs o MOSFETs), inductores y capacitores, lo cual resulta en efectos indeseables como la distorsión de la forma de onda de la corriente de entrada, afectando directamente el factor de potencia (FP), el cual es un parámetro muy importante que proporciona una medición acerca de cuan efectiva es la utilización de la potencia real en el sistema y también representa una medida del desfase que existe entre el voltaje y corriente de línea. En aplicaciones industriales se desea que el FP sea lo mas cercano a la unidad, de otra manera Comisión Federal de Electricidad puede aplicar multas por afectar la red comercial con un FP bajo.

Definimos al FP de entrada en las terminales $a - a'$ (véase Figura 1.6(a)) como la relación de la potencia real (promedio) y la potencia aparente medida en las terminales $a - a'$, como se describe en (1.1), [10],

$$\text{FP} = \frac{\text{Potencia Real (Promedio)}}{\text{Potencia Aparente}} \quad (1.1)$$

donde la potencia aparente esta definida como el producto de los valores eficaces (*root mean square*, rms) de $V_{in}(t)$ e $I_{in}(t)$. En circuitos lineales, debido a que la carga consume una corriente y voltaje puramente sinusoidales, el FP solo esta determinado por la diferencia entre las fases $V_{in}(t)$ e $I_{in}(t)$, luego entonces (1.1) se convierte en,

$$\text{FP} = \frac{I_{rms}V_{rms} \cos \theta}{I_{rms}V_{rms}} = \cos \theta \quad (1.2)$$

donde I_{rms} y V_{rms} son los valores *rms* de la corriente y voltaje de línea, respectivamente; y θ es el desfaseamiento entre la corriente y voltaje de línea, por lo tanto, en sistemas lineales el FP es simplemente igual al coseno del ángulo de fase entre la corriente y voltaje de línea, de forma ideal se desea que el FP sea cercano a la unidad.

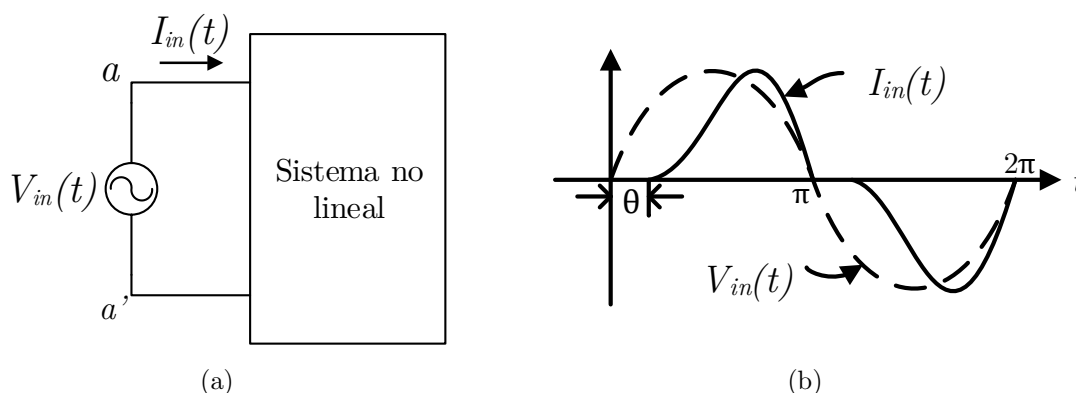


Figura 1.6: Corriente de línea distorsionada, generada por carga no lineal.

Por otro lado, en circuitos electrónicos de potencia, la representación del ángulo de fase es no válida debido a los elementos de conmutación. En la Figura 1.6(b), se

muestra que las cargas no lineales típicas distorsionan la corriente de línea. En circuitos no lineales, el cálculo del FP es mucho más complicado; sin embargo, el FP puede ser expresado como,

$$\text{FP} = \frac{I_{rms1}}{I_{rms}} \cos \theta_1 \quad (1.3)$$

donde, θ_1 es el ángulo de fase entre el voltaje $V_{in}(t)$ y la componente fundamental de $I_{in}(t)$ e I_{rms1} es el valor *rms* de la componente fundamental de la corriente de línea. Luego entonces, la corrección del FP (CFP), es necesaria para que el sistema contamine lo menos posible la red eléctrica.

Corrección del factor de potencia

Para una CFP ideal, es decir, $\text{FP} = 1$, se asume que,

$$V_{in}(t) = V_p \sin(\omega t) \quad \text{e} \quad I_{in}(t) = I_p \sin(\omega t)$$

donde V_p y I_p son las amplitudes del voltaje y corriente de entrada, respectivamente, y ω es la frecuencia angular de línea. La potencia de entrada instantánea está dada como,

$$P_{in}(t) = V_{in}(t)I_{in}(t) = V_p I_p \sin^2(\omega t) = p_{in}(1 - \cos(2\omega t)) \quad (1.4)$$

donde, $p_{in} = 1/2V_p I_p$ es la potencia real de entrada (promedio).

Como se puede observar en (1.4), la potencia de entrada instantánea contiene, no solo la componente en CD de la potencia real p_{in} , si no también una componente con una frecuencia 2ω , por lo tanto, el principio de operación de un circuito de CPF es procesar la potencia de entrada de tal manera que la energía de entrada excesiva sea almacenada cuando $P_{in} > p_{in}$ y sea liberada cuando $P_{in} < p_{in}$, [10]. En la mayoría de los circuitos con CFP, se emplea un inductor de entrada para tener presente a la corriente de línea. Para un FP unitario, la corriente del inductor debe estar en fase con una sinusoidal pura y a su vez en fase con el voltaje de línea. Existen dos maneras de corregir el FP en un circuito eléctrico, estas pueden ser:

- **Corrección activa:** Este método de CFP emplea un convertidor conmutado (reductor, elevador, reductor/elevador, Cuk, Sepic, Zeta o alguna variante) entre el voltaje de entrada y el capacitor de salida. Técnicas de conmutación a altas frecuencias son usadas para moldear la forma de onda de la corriente de entrada de manera exitosa.
- **Corrección pasiva:** Son los más utilizados por su alta confiabilidad y capacidad de manejar grandes cantidades de energía, emplean un filtro de armónicos LC, es decir, un arreglo eléctrico inductor-capacitor, el cual es sintonizado para desviar

corrientes armónicas y así pueda mantener un FP más alto; sin embargo, el diseño del filtro CFP es complicado por la incertidumbre de la impedancia del sistema y los armónicos de la fuente. Además, este método, implica el uso de muchos componentes caros y de gran tamaño.

1.1.5 Sistemas de carga de baterías de VEs

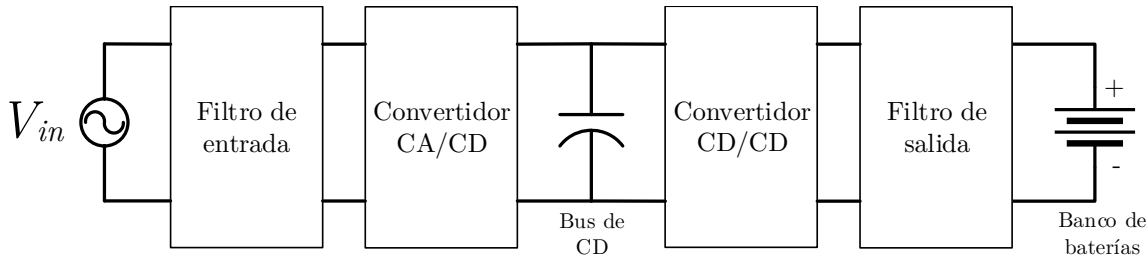


Figura 1.7: Proceso de conversión de energía en un SCB convencional.

Las baterías de un VE son cargadas a través de un cargador ó mas propiamente llamado, un sistema de carga de baterías (SCB), el cual esta constituido por distintas etapas que al trabajar en conjunto tienen la capacidad de convertir y adecuar la energía para tener un proceso de carga eficiente. El proceso de carga de baterías de un VE es un parte crítica en su ciclo de energía, porque además de realizar la carga del BB de una forma apropiada y eficiente, llega a ser determinante para determinar que tan práctico es un VE como un medio de transporte de uso regular con respecto a otro, por lo que el diseño de SCB, se ha convertido en un caso de estudio e investigación en la actualidad.

En la Figura 1.7, se muestra el esquema de SCB convencional, en el cual, el BB es cargado usando la energía de la red de suministro eléctrico. En general, los SCB pueden ser clasificados bajo distintos criterios, a continuación se presentan algunos de ellos [9, 11]:

- **Aislamiento galvánico:** Si cuentan o no con aislamiento eléctrico, mientras los aislados son recomendados por cuestiones de seguridad, generalmente resultan en cargadores pesados y grandes, lo cual requiere el uso de un controlador mas complejo.
- **Unidireccionales o bidireccionales:** Los cargadores bidireccionales son capaces de transferir energía de la red eléctrica al VE y viceversa (*Grid To Vehicle/Vehicle To Grid*, G2V/V2G), mientras que los unidireccionales solo demandan energía de la red eléctrica (G2V).
- **Ubicación del cargador:** Integrado al VE (On-board) o fuera del mismo (Off-board).

- **Algoritmo de carga:** Se refiere a la forma de cargar el BB, es decir, a voltaje constante (VC), corriente constante (CC), corriente constante - voltaje constante (CC-VC), corriente constante a múltiples etapas, carga pulsante, etcétera.
- **Tipo de acoplamiento:** El acoplamiento puede ser clasificado de dos formas:
 - *Los conductivos*, son sistemas que transfieren energía eléctrica a través del contacto directo entre el puerto de carga del VE y la red eléctrica.
 - *Los inductivos*, son sistemas que usan un método de transferencia de energía por campo magnético, es decir, sin que exista una conexión física entre el módulo de carga y el VE.

1.1.6 Algoritmos de carga

Los algoritmos de carga son el núcleo de un cargador de baterías. Estos definen el perfil de carga de la batería en términos de corriente o voltaje. Se han desarrollado muchos algoritmos de carga y han sido adaptados tanto a distintos tipos de baterías como a los requerimientos de la aplicación. A continuación se presentan, de manera resumida algunos de los algoritmos más relevantes en los procesos de carga de baterías [2].

- **Carga a corriente constante (CC)**

La carga a CC es un algoritmo de carga simple. Es comúnmente utilizado para cargar baterías NiCd/NiMH. Durante el proceso de carga, una corriente de carga regulada es usada para cargar las baterías. El periodo de carga a corriente constante finaliza cuando el voltaje de la batería comienza a decrecer.

Algunas ventajas de la carga de baterías a CC son:

- La regulación de CC es relativamente económica y fácil de implementar.
- Es posible lograr una carga rápida con CC, siempre y cuando no se rebase el límite máximo de corriente dado por el fabricante de la batería.

Las desventajas primarias son las siguientes:

- La carga a CC sin la regulación del voltaje puede producir sobrecarga y resultar en la reducción del tiempo de vida de las baterías.
- El periodo final de la carga a CC, termina con una corriente menor que la inicial, con el fin de que la carga sea aceptada por la batería.

- **Carga a voltaje constante (VC)**

La carga a VC es otro algoritmo de carga simple. Es el método más común para la carga de las baterías ácido-plomo. Durante el proceso de carga, una batería es cargada con un voltaje regulado, la corriente de carga decrece gradualmente

debido a la baja aceptación de carga de la batería con la recarga progresiva. La carga finaliza cuando se observa que la corriente se mantiene sin cambios.

Las principales ventajas de la carga a VC son:

- La regulación de VC es relativamente económico y fácil para ser implementado.
- Los límites de la corriente y el voltaje pueden variar en dependencia de la necesidad de un proceso de carga lento o rápido.

Por otro lado, algunas desventajas son:

- Tiempo de carga elevado.
- El conteo de Ah debe ser medido mediante la integración de la corriente de carga debido a los cambios en la corriente durante el proceso.

• **Carga a corriente constante-voltaje constante (CC-VC)**

La carga a CC-VC es un algoritmo híbrido de carga, con algunos de los buenos aspecto de ambos. El proceso comienza con una etapa inicial de carga en modo CC y finaliza con un voltaje regulado en el modo de VC lo cual limita la sobrecarga. Es el algoritmo de carga más popular para las baterías ácido-plomo y ion-Litio.

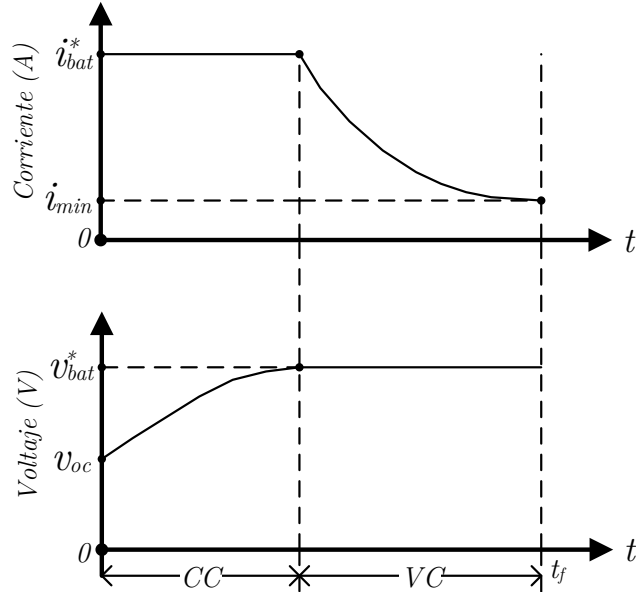


Figura 1.8: Perfil de corriente y voltaje del algoritmo CC-VC.

En el algoritmo CC-VC, primero una corriente constante regulada i_{bat}^* , es aplicada para cargar las baterías hasta que el voltaje de las baterías aumente a un valor preestablecido v_{bat}^* . Entonces, el voltaje es regulado para continuar la carga y la

corriente decrecerá. El proceso de carga se detiene cuando la corriente de carga alcanza un valor predefinido i_{min} , como se muestra en la Figura 1.8.

En la Figura 1.9, se muestra, de manera general, un diagrama de flujo sobre el proceso de carga de baterías ácido plomo a través del algoritmo CC-VC.

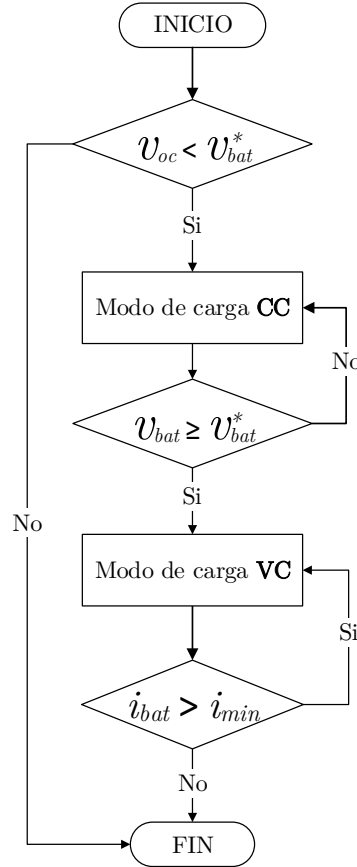


Figura 1.9: Diagrama de flujo de algoritmo CC-VC.

- **Carga a corriente constante a múltiples fases**

El algoritmo de carga de corriente constante a múltiples fases (*Multiple-Step Constant Current*, MSCC), ha sido explorado para cargar baterías ácido-plomo, NiMH y ion-Litio. La idea principal del algoritmo es usar una corriente de carga reducida a distintas amplitudes en múltiples etapas durante el proceso de carga para minimizar la posibilidad de sobrecarga y mejorar la eficiencia de la carga.

- **Carga a corriente constante-voltaje constante en tres pasos**

El algoritmo de carga a corriente constante-voltaje constante de tres etapas (*Three Step CC-CV*, TSCC-VC), combina una elevada CC y el algoritmo de carga CC-VC durante el proceso de carga. En la primera etapa de CC, la batería es cargada con una corriente regulada hasta que el voltaje alcance un valor preestablecido, en la segunda etapa, de CC, la batería es cargada con una corriente regulada a otro valor, mucho menor que el de la primera etapa y el proceso continua hasta

que el voltaje de la batería alcanza otro valor de voltaje preestablecido. En la última etapa, de VC, la batería es cargada a un valor de voltaje regulado durante un periodo de tiempo corto.

- **Carga pulsante**

La carga pulsante ha sido considerada uno de los mejores algoritmos de carga para las baterías ácido-plomo, NiCd/NiMH y ion-Litio. Varios algoritmos de carga pulsante han sido desarrollados y pueden ser clasificados en dos grupos, nombrados como carga pulsante de voltaje constante (*CV- Pulse charging*, VC-PC) y carga pulsante de corriente constante (*CC-Pulse charging*, CC-PC). En el caso del VC-PC, se busca mantener un amplitud constante del pulso de voltaje durante el proceso de carga completo mientras se varía la frecuencia o el ciclo de trabajo del pulso. Por otro lado, en el caso de CC-PC se busca mantener constante la amplitud del pulso de corriente durante todo el proceso asegurando que el voltaje de batería es siempre menor que el valor de voltaje preestablecido.

A continuación se definen algunos términos empleados en el desempeño del proceso de carga y caracterización [2, 12]:

Términos básicos

- **Capacidad nominal en Ampere-hora:** La capacidad nominal Q_0 , es el valor de la carga total en Ampere-hora (Ah) que puede ser descargada de una batería completamente cargada y es un régimen especificado por el fabricante. Una batería, inicialmente cargada al 100% es descargada, a una corriente constante, hasta que la energía de la misma se reduce hasta el 20% del valor inicial. El valor de esa corriente de descarga, multiplicado por la duración de la prueba, es el valor en Ah de esa batería.

Por ejemplo, si una batería tiene una capacidad de $Q_0 = 200$ Ah, para un tiempo de descarga de 20 hrs, el valor de la corriente durante la prueba es de 10 A. Existe la creencia errónea de extender el concepto anterior para corrientes de descarga que exceden el máximo determinado por el método de prueba, es decir, la batería del ejemplo no puede entregar 200 A durante una hora, ya que el proceso electroquímico no puede ser acelerado sin que la batería incremente su resistencia interna en forma sustancial. En cambio, si la corriente de descarga es menor que la especificada, la relación Ah es válida, es decir, una batería de 200 Ah, puede sostener 5 A de descarga por 40 hrs.

- **Corriente como valor fraccional:** Los fabricantes de baterías expresan el valor de la corriente de carga (o descarga) como un valor fraccional de su capacidad en Ah. En el ejemplo anterior, $Q_0/20$ representa 10 A y $Q_0/40$ representa un valor de 5 A.

- **Proceso de carga:** Es conveniente cargar una batería con un nivel de corriente que no exceda el máximo dado por el fabricante. El tiempo de carga, multiplicado por la corriente de carga debe ser un 15% mayor al número de Ah de la batería, para compensar las pérdidas durante el proceso de carga.
- **Estado de la carga:** El estado de la carga (*State of charge*, SoC) es un parámetro que nos dice en que nivel de carga se encuentra la batería, puede ser expresado como,

$$SoC(t) = SoC(t_0) - \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (1.5)$$

donde $SoC(t_0)$ es el estado inicial del SoC, $i(t)$ es la corriente, la cual es negativa en durante la carga o positiva durante la descarga. En la práctica, es complicado obtener una medición del SoC, ya que el valor de voltaje a circuito abierto de una batería no representa una buena indicación. La medición de densidad de electrolito representa una medición mas fiable, sin embargo, no es nada práctico realizarlo durante el proceso de carga. Una medición importante es voltaje de “final de descarga”, este valor está dado por el fabricante, generalmente es cercano a los 10.5 V, para el caso de una batería ácido-plomo de 12 V nominales.

1.2 Antecedentes

A continuación se presentan algunos antecedentes encontrados en la literatura relevantes para esta investigación de maestría. En [9], se expone una revisión de diversas topologías de SCB para VE, donde la fuente de alimentación podría provenir de energía renovable o la red eléctrica. Se enfoca en mostrar que el SCB esta integrado por dos etapas y a través de la comparación es posible determinar la topología mas conveniente para cada etapa, según los requerimientos.

En [13–15], se plantea el análisis de la topología de un convertidor CA/CD, también conocido como rectificador-elevador monofásico con CFP, se abordan aspectos como principio de funcionamiento, modelado y diseño de los elementos. En el caso particular de [14], se aborda el diseño de un controlador de doble lazo, compuestos de controladores lineales proporcional integral (PI) para el mejoramiento del FP.

En [16, 17], se aborda el modelado de convertidores CD-CD, bajo el enfoque de sistemas Euler-Lagrange (E-L) y se diseñan controladores retroalimentados dinámicos basados en pasividad, en donde se analiza la estabilidad de la dinámica de los controladores para la regulación directa e indirecta del voltaje de salida.

En [18], se desarrolla el diseño de un esquema de control no lineal retroalimentado, motivado por la técnica de diseño basada en pasividad para un rectificador con CFP, cuyo puente rectificador está constituido por transistores. Además, mediante un análisis

de balance de energía entrada-salida se determina la amplitud de corriente necesaria para lograr un FP unitario.

En [19], se propone un controlador basado en pasividad (*Passivity Based Control*, PBC) “mejorado” para el control de voltaje de un sistema inversor. La técnica consiste en diseñar un esquema de control nominal, para después agregar un lazo de retroalimentación de voltaje en el control. En [20], se realiza un estudio comparativo de distintos controladores para el rectificador elevador de puente completo, para el caso de parámetros conocidos y desconocidos.

La estimación de incertidumbre en los parámetros del sistema, se estudia en [21, 22], en donde se lleva a cabo el desarrollo del diseño de observadores no lineales de perturbación (*Non-linear disturbance observer*, NDO), en el caso de [21] se estima la fricción entre componentes de un sistemas mecánicos y en [22], se desarrollo un esquema de PBC, el cual incluye un NDO, para hacer frente a las incertidumbre paramétricas.

En [23, 24], se realiza el estudio sobre una estrategia de control no lineal modificada, usando la técnica de PBC conocida como asignación de interconexión y amortiguamiento (*Interconnection and Damping Assignment*, IDA). Los SCB son representados por modelos Hamiltonianos, los cuales estructuran al sistema definiendo la energía total del sistema y una estructura resistiva, siendo así, adecuados para el PBC.

En [25], se propone un esquema de control para un cargador de baterías integrado en dos partes, la primera para corregir el factor de potencia y una segunda etapa para regular el voltaje de salida del cargador. Dicho esquema está basado en controles PI más un lazo de prealimentación.

1.3 Planteamiento del problema

El Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, tiene bajo su resguardo un VE de la marca “Zilent” (véase la Figura 1.10(a)), el cual cuenta con las autorizaciones pertinentes para poder realizar labor de investigación en el mismo, desafortunadamente, su sistema de carga está actualmente dañado, por lo que la realización de este trabajo está en parte motivada por la necesidad de diseñar un sistema de carga para el banco de baterías del VE, de acuerdo las características técnicas del VE y de las baterías (véase Figura 1.10(b)), mostradas en la Tabla 1.2. Durante el proceso de carga de un banco de baterías, resulta imprescindible el uso de convertidores electrónicos de potencia; sin embargo, debido a los dispositivos de conmutación presentes en los convertidores, este proceso involucra de forma intrínseca un comportamiento no lineal del sistema, generando la distorsión de la corriente de línea y contribuyendo al desfaseamiento entre las formas de onda del voltaje y corriente de línea, es decir, generando un bajo FP.



(a)



(b)

Figura 1.10: VE “Zilent” y batería del VE.

Características generales	
Marca	Zilent
Modelo	Dream
Estructura del auto	5 puertas, con dimensiones 3.35×1.45×1.5 m.
Peso	900 kg.
Capacidad en pasajeros	4
Velocidad máxima	80km/h
Motor eléctrico	120V 8.5 a.c
Controlador	120V
Autonomía	60 km a 120 km
Tiempo de carga	8-10 horas
Llanta	165/70r13
Tipo de freno	Discos delanteros/tambor trasero
Características del banco de baterías	
Marca	LTH
Modelo	L-31T/S-190M
Tipo de baterías	Ácido-plomo de ciclo profundo
Voltaje	12V
Polaridad	(+) / (-)
Dimensiones	330×172×239 mm.
Número de baterías	10
Peso	27.7 kg.
Capacidad	99 Ah @10hrs.

Tabla 1.2: Características del VE “Zilent” y las baterías.

En ese sentido, se requiere el diseño de un controlador que explote las no linealidades de un sistema de carga propuesto, mediante el cual se regule el voltaje ó corriente entregada al BB de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC y asegure un FP unitario, con el fin de preservar el tiempo de vida útil y la confiabilidad del sistema.

1.4 Justificación

La contaminación atmosférica es un problema que ha afectado gravemente a nuestro planeta y algunas de las consecuencias han sido el aumento considerable de la temperatura, el deshielo de los polos, la desertificación, los incendios forestales, las tormentas y las inundaciones, lo cual ha perjudicado a miles de personas en todo el mundo y de continuar con el daño a la atmósfera, las consecuencias serán cada vez mas catastróficas. La quema de combustibles fósiles es una de las causas principales que contribuyen al aumento de GEI, por lo que medios de transporte como el VE son una alternativa al uso de los VCI.

Es claro que los VEs utilizan energía eléctrica para alimentar un motor eléctrico, por lo tanto, resulta fundamental el control de la carga de baterías, con el fin de llevar a cabo un proceso de carga eficiente y así poder preservar por mas tiempo la vida útil de las baterías. En ese sentido, el diseño de sistemas de carga, se ha convertido en un caso de investigación en la actualidad. Los sistemas de carga de baterías, son sistemas que integran convertidores electrónicos de potencias en su topología y debido a los dispositivos de conmutación, presentan un comportamiento no lineal y además, propiedades de disipación de energía.

El SCB como cualquier sistema físico, es susceptible a perturbaciones, como variaciones o incertidumbres paramétricas, por ejemplo los elementos inductivos y capacitivos pueden presentar variación en su resistencia interna durante la operación. En estos casos las técnicas de control que no toman en consideración esto, dejan de funcionar adecuadamente y ponen en riesgo la estabilidad del sistema. En ese sentido, este trabajo de tesis, emplea la técnica de PBC, la cual explota las no linealidades del sistema.

El desarrollo del esquema de control está constituido por dos etapas, conocidas como, moldeo de energía e inyección de amortiguamiento. Con el moldeo de energía se impone un comportamiento en lazo cerrado a través de una función de almacenamiento de energía deseada y con la inyección de amortiguamiento, se modifica la disipación de la energía del sistema, asegurando estabilidad asintótica de las trayectorias del sistema en lazo cerrado. Por otro lado, para hacer frente a las incertidumbres paramétricas, se emplea adicionalmente un NDO, con el cual se estiman las perturbaciones y se retroalimentan al controlador para que estas sean contempladas.

1.5 Objetivos de investigación

Objetivo general

Diseñar una estrategia de control no lineal que logre la carga de un banco de baterías a través de un sistema de carga monofásico, unidireccional y no aislado, capaz de regular el voltaje y corriente entregada a las baterías de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC, garantizando un FP unitario.

Objetivos particulares

Los objetivos particulares que guían el desarrollo de este trabajo de tesis son los siguiente:

- Analizar el funcionamiento de rectificadores CA/CD con CFP y de los convertidores CD/CD.
- Seleccionar una configuración del SCB de acuerdo a los requerimientos de las baterías del VE.
- Obtener el modelo matemático que describa el comportamiento del SCB completo, a través del enfoque de sistemas E-L.
- Estudiar y diseñar un esquema PBC, para lograr el algoritmo de carga CC-VC, garantizando un FP unitario.
- Obtener resultados de simulación del sistema en lazo cerrado.

1.6 Aportaciones

Las especificaciones de las baterías con las que cuenta el VE, son un factor fundamental para determinar las etapas de conversión de energía con las que debe de contar el sistema. En este trabajo de tesis, se considera una fuente de alimentación de voltaje de CA monofásica de $120 V_{rms}$ ($169.7 V_p$) y el voltaje de salida es establecido en $148 V_{cd}$ (explicado en Capítulo 3). En ese sentido, una etapa de reducción de voltaje es necesaria, sin embargo, la razón de conversión de energía no es adecuada para el ciclo de trabajo del convertidor reductor, por lo tanto un rectificador-elevador de voltaje es agregado como primera etapa cuya salida es de $300 V_{cd}$ y de esta manera es posible tener una razón de conversión de energía aproximada de 2:1, lo cual se traduce en señales de ciclo de trabajo no saturadas y mejor operación de los convertidores.

En ese sentido la aportación principal de este trabajo de tesis radica en el diseño de un control no lineal del proceso de carga de un BB, el cual explota las no linealidades del SCB integrado por dos convertidor electrónicos de potencia. La topología del SCB usada en este trabajo, ha sido estudiada en [25], en dicho estudio, la estrategia de control se lleva a cabo mediante lazos PI con adición de prealimentadores, con los cuales logran de forma independiente corregir el FP y por otro lado cargar las baterías con un algoritmo CC-VC.

En contraste con [25], la estrategia de control presentada en este trabajo es obtenida a través de la técnica de PBC, la cual aprovecha las características no lineales del sistema y propiedades de energía, más aún, dicho controlador aplicado a esta topología (en su conjunto) no ha sido estudiada anteriormente ó reportada en la literatura, por lo cual se destaca como una aportación.

En particular, las aportaciones de esta tesis se resumen en lo siguiente:

- Se reporta el análisis y modelado, en su forma tradicional (leyes de Kirchhoff) y en la formulación E-L, de cada una de las etapas del sistema de carga, lo que permite al lector seguir paso a paso el desarrollo.
- Se presenta el desarrollo de la estrategia de control no lineal empleando una técnica de control basada en pasividad.
- Se establecen consideraciones necesarias, para lograr el seguimiento y regulación de las variables de estado y así, lograr CFP y el perfil de carga CC-VC.

1.7 Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis está estructurado como sigue:

En el capítulo 2 se presentan preliminares matemáticos sobre estabilidad y conceptos de sistemas E-L usados a lo largo del trabajo de tesis.

En el capítulo 3 se plantea el análisis y modelado del sistema de carga de baterías. Este capítulo esta compuesto de manera general por cinco secciones. En la primera sección se aborda el análisis del sistema de carga propuesto, en la segunda, tercera y cuarta sección se obtienen los modelos conmutados y promediados a través de las leyes de Kirchhoff de los convertidores que integran el sistema de carga y de la batería; y finalmente, en la sección cinco, se aborda el análisis para poder acoplar las etapas que integran el sistema.

En el capítulo 4 se plantean el modelado del sistema de carga propuesto a través del enfoque E-L, con el fin de mostrar que el sistema cuenta con las propiedades

necesarias para el desarrollo de un controlador basado en pasividad y además, resalta la congruencia que existe entre ambos enfoques de modelado (leyes de Kirchhoff y enfoque E-L).

En el capítulo 5 se plantea el desarrollo del esquema de control. En este capítulo se divide en tres partes principalmente, en la primera parte se definen los objetivos de control que se deben alcanzar. En la segunda parte, se desarrolla un esquema de PBC nominal y en la tercera parte, se presenta el desarrollo de un PBC con la inclusión de un observador no lineal de perturbaciones, con el fin de hacer frente a las incertidumbres paramétricas de los componentes del sistema de carga.

En el capítulo 6 se presentan los resultados de simulación numérica del sistema en lazo cerrado en el ambiente de *MATLAB*. Se emplean los esquemas de control nominal y el control con la inclusión del observador, por lo tanto, se presentan tres escenarios de simulación, en el primero, se considera un sistema de carga en condiciones ideales, en el segundo un sistema con incertidumbres paramétricas (específicamente en los elementos inductivos) y en el tercero un sistema en el que se incluye el observador para hacer frente a las incertidumbres paramétricas.

Finalmente, en el capítulo 7 se derivan las conclusiones del trabajo realizado y se discute en algunas líneas sobre posible trabajo futuro.

Capítulo 2

Preliminares

En este capítulo, se da una breve explicación sobre algunos conceptos de estabilidad que serán usados a lo largo de este trabajo; se recomienda al lector consultar [26] para los detalles de demostración a los teoremas y definiciones.

Considere un sistema dinámico, el cual satisface lo siguiente,

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (2.1)$$

Se asume que $f(t, x)$ satisface las condiciones de existencia y unicidad de solución al problema del valor inicial, es decir, $f(t, x)$ satisface la condición de Lipschitz.

Teorema 2.1. (*Existencia y unicidad local*) [26]

Sea $f(t, x)$ una función continua por partes en t y que satisface la condición de Lipschitz

$$\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L\|x - y\| \quad (2.2)$$

$\forall x, y \in B = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - x_0\| \leq r\}, \forall t \in [t_0, t_1]$. Entonces, existe algún $a > 0$ tal que la ecuación de estado $\dot{x} = f(t, x)$ con $x(t_0) = x_0$ tiene una única solución sobre $[t_0, t_0 + a]$. La existencia y unicidad es global cuando (2.2) se satisface para todo $x, y \in \mathbb{R}^n$ y $\forall t \in [t_0, t_1]$.

Una función que satisface el teorema 2.1 se dice que es Lipschitz en x y la constante L es llamada *constante de Lipschitz*.

Definición 2.1. Un punto $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ es un punto de equilibrio de (2.1) si,

$$f(t, \bar{x}) \equiv 0 \quad \forall t \geq t_0.$$

2.1 Definiciones de estabilidad

Las nociones de estabilidad se atribuyen al equilibrio de las ecuaciones diferenciales y no a las ecuaciones. Para las siguientes definiciones se asume que el origen en el espacio de estado, $\bar{x} = 0 \in \mathbb{R}^n$, es un equilibrio de (2.1), cabe mencionar que las definiciones pueden ser reformuladas para otro equilibrio distinto del origen mediante un apropiado cambio de coordenadas.

Definición 2.2. (*Estabilidad en sentido de Lyapunov*) [26]

El origen de (2.1) es un equilibrio estable si, para cualquier $\epsilon > 0$, existe $\delta(t_0, \epsilon) > 0$ tal que,

$$\|x(t_0)\| < \delta \implies \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (2.3)$$

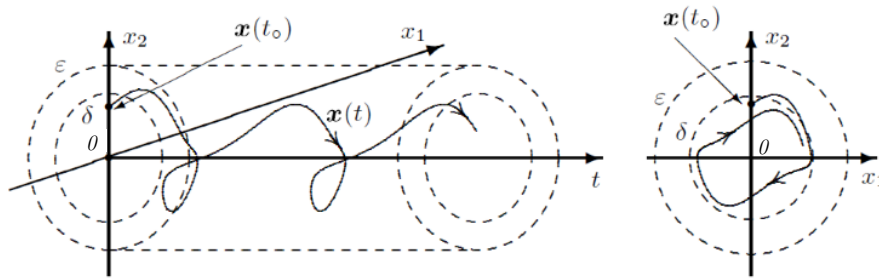


Figura 2.1: Noción de estabilidad en sentido de Lyapunov.

Definición 2.3. (*Estabilidad uniforme*) [26]

El origen es un punto de equilibrio uniformemente estable de (2.1) si para cualquier $\epsilon > 0$, existe $\delta(\epsilon) > 0$, independiente de t_0 , tal que (2.2) se satisface.

Definición 2.4. (*Estabilidad asintótica*) [26]

El origen de (2.1) es un punto de equilibrio asintóticamente estable si:

1. El origen es estable,
2. El origen es atractivo, es decir, existe $\delta'(t_0) > 0$ tal que,

$$\|x(t_0)\| < \delta' \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0. \quad (2.4)$$

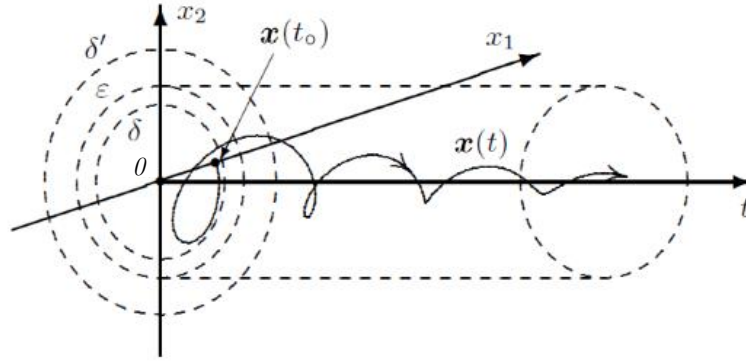


Figura 2.2: Noción de estabilidad asintótica.

Definición 2.5. (*Estabilidad exponencial*) [26]

El origen es un punto de equilibrio exponencialmente estable de (2.1) si existen constantes $\delta', m, \gamma > 0$, independientes de t_0 , tal que,

$$\|x(t)\| < m\|x(t_0)\|e^{-\gamma(t-t_0)}, \quad \forall \|x(t_0)\| \leq \delta' \quad (2.5)$$

y globalmente exponencialmente estable si (2.5) se satisface para cualquier estado inicial $x(t_0)$, donde γ es conocida como tasa de convergencia.

2.2 Método directo de Lyapunov

El método directo de Lyapunov (también conocido como segundo método de Lyapunov) nos permite determinar la estabilidad de un sistema sin la necesidad de conocer explícitamente su solución [27]. El método está expresado en términos de energía, por lo que se puede estudiar la tasa de cambio de la energía del sistema para demostrar estabilidad.

Teorema 2.2. [26]. Sea $\bar{x} = 0$ un punto de equilibrio de (2.1) y sea $D \subset \mathbb{R}^n$ un dominio que contiene a $\bar{x} = 0$. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}_+$ una función continuamente diferenciable tal que,

$$V(0) = 0 \quad y \quad V(x) > 0, \quad \forall x \in D - \{0\} \quad (2.6)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0, \quad \forall x \in D \quad (2.7)$$

entonces, $\bar{x} = 0$ es estable. Mas aún, sí,

$$\dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \in D - \{0\} \quad (2.8)$$

entonces $\bar{x} = 0$ es asintóticamente estable.

- Una función $V(x)$ se dice ser **definida positiva** si satisface que $V(0) = 0$ y $V(x) > 0$ para toda $x \neq 0$ en D .

- Una función $V(x)$ se dice ser **semidefinida positiva** si satisface que $V(0) = 0$ y $V(x) \geq 0$ para toda $x \neq 0$ en D .
- Una función $V(x)$ se dice ser **definida negativa** ó **semidefinida negativa** si $-V(x)$, con $V(x)$ definida positiva ó semidefinida positiva, respectivamente.

Por lo tanto, el teorema 2.2 puede ser reescrito como, *el origen es estable si existe una función definida positiva continuamente diferenciable $V(x)$ tal que $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa y es asintóticamente estable si $\dot{V}(x)$ es definida negativa*. En particular, una función continuamente diferenciable $V(x)$ que satisface ser definida positiva y $\dot{V}(x)$ semidefinida negativa, es llamada *función de Lyapunov*.

2.3 Disipatividad

La disipatividad es una de las propiedades básicas de los sistemas físicos relacionada con el fenómeno intuitivo de pérdida o disipación de energía. Ejemplos típicos de estos sistemas son los circuitos eléctricos, en donde parte de la energía eléctrica es disipada como calor por los resistores ó en el caso de sistemas mecánicos a través de la fricción. La definición matemática de esta propiedad contempla dos funciones: *la tasa de suministro*, es decir, la tasa a la cual la energía fluye dentro del sistema y *la función de almacenamiento*, es decir, la energía que es almacenada por el sistema. Dicho lo anterior, sea $\Sigma : u \rightarrow y$, un sistema no lineal de la siguiente forma:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (2.9)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ son los estados, $u, y \in \mathbb{R}^m$ son las entradas y salidas del sistema, respectivamente y definiendo a $w = w(u, y)$ como la tasa de suministro del sistema, se tiene la siguiente definición [28],

Definición 2.6. (*Sistema disipativo*) [17]

El sistema Σ se dice ser disipativo si existe una función de almacenamiento $\mathcal{H}(x) \geq 0$ tal que satisfaga la siguiente desigualdad disipativa:

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt \quad (2.10)$$

para toda u , para toda $T \geq 0$ y toda $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

La definición 2.10, establece el hecho de que un sistema disipativo no puede almacenar más energía que la que le es suministrada. En este sentido, se puede abordar una clase de sistemas disipativos en los cuales la tasa de suministro es $w = u^\top y$, estos sistemas son conocidos como *sistemas pasivos*.

2.4 Pasividad

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales el intercambio de energía con su entorno juega un papel muy importante. En los sistemas pasivos, no se puede almacenar más energía que la que le es suministrada desde el exterior, siendo esta diferencia, la energía disipada. En otras palabras, estos sistemas cumplen con lo siguiente,

$$\text{Energía almacenada} + \text{Energía disipada} = \text{Energía suministrada}$$

Definición 2.7. (Sistemas pasivos.) [28, pag. 207]

Suponga que el sistema Σ en (2.9) es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^\top y$, y función de almacenamiento \mathcal{H} , tal que $\mathcal{H}(0) = 0$ y $\mathcal{H}(x) \geq 0$, para $x \neq 0$, por lo tanto, sí se satisface que para todo $t \geq 0$:

$$\mathcal{H}(x(t)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^t u^\top(s)y(s)ds \quad (2.11)$$

entonces el sistema es pasivo.

Definición 2.8. [17] El sistema Σ es estrictamente pasivo a la entrada (Input Strictly Passive, ISP) si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^\top y - \delta_i \|u\|^2$, con $\delta_i > 0$. Y finalmente, Σ es estrictamente pasivo a la salida (Output Strictly Passive, OSP) si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^\top y - \delta_o \|y\|^2$, con $\delta_o > 0$.

A continuación, los conceptos anteriores son ilustrados con un sencillo ejemplo:

Ejemplo 2.1. Circuito LRC

Considere el circuito LRC de la Figura 2.3, como un sistema lineal invariante en el tiempo.

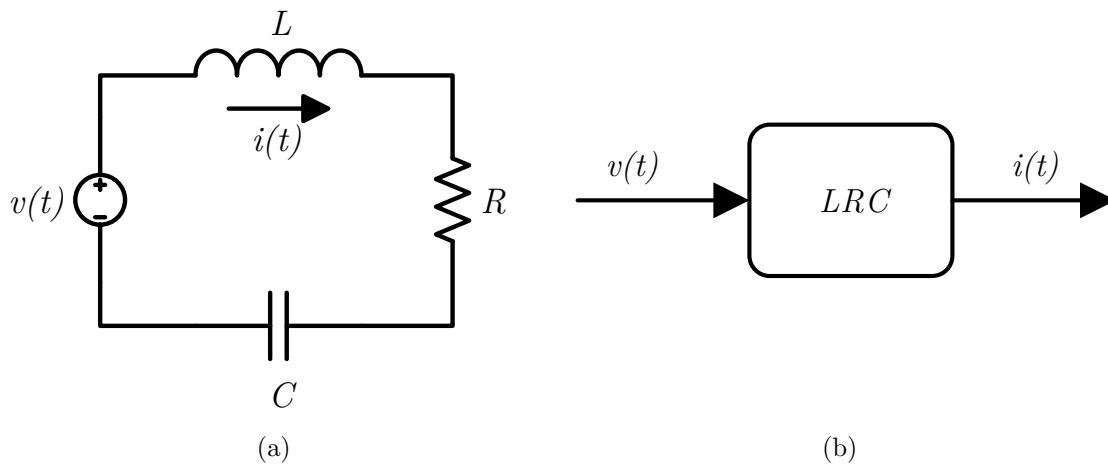


Figura 2.3: Circuito LRC y diagrama a bloques.

El comportamiento dinámico del sistema puede ser fácilmente obtenido aplicando las leyes de Kirchhoff al circuito en la Figura 2.3 (a), como se muestra a continuación,

$$\begin{aligned} -v + v_L + v_R + v_C &= 0 \\ v &= v_L + v_R + v_C \\ v &= L \frac{di}{dt} + iR + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

multiplicando por i , se tiene

$$Li \frac{di}{dt} + i^2 R + \frac{1}{C} i \int_0^t i(\tau) d\tau = iv$$

ó equivalentemente,

$$\begin{aligned} \frac{L}{2} \frac{d}{dt} i^2 + i^2 R + \frac{1}{2C} \frac{d}{dt} \left(\int_0^t i(\tau) d\tau \right)^2 &= iv \\ \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2C} \left(\int_0^t i(\tau) d\tau \right)^2}_{\mathcal{V}} + \underbrace{\frac{L}{2} i^2}_{\mathcal{T}} \right) &= vi - Ri^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde \mathcal{V} y \mathcal{T} son funciones que denotan la energía eléctrica almacenada en el capacitor y la energía magnética en el inductor, respectivamente. Integrando (2.12) de 0 a t ,

$$\underbrace{\frac{1}{2C} \left(\int_0^t i(\tau) d\tau \right)^2}_{\mathcal{V}(t)} - \mathcal{V}(0) + \underbrace{\frac{L}{2} i^2}_{\mathcal{T}(t)} - \mathcal{T}(0) = \int_0^t (v(\tau)i(\tau) - Ri^2(\tau)) d\tau$$

y así, se logra la obtener la ecuación de balance de energía,

$$\underbrace{\mathcal{H}(t) - \mathcal{H}(0)}_{\text{almacenada}} = \underbrace{\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau}_{\text{suministrada}} - \underbrace{\int_0^t Ri^2(\tau) d\tau}_{\text{disipada}}$$

donde la *energía total almacenada* del sistema esta definida como $\mathcal{H} \triangleq \mathcal{V} + \mathcal{T}$. En este ejemplo, la función de tasa de suministro vi es la potencia entregada desde un fuente externa al circuito, mientras que la función \mathcal{H} es la energía total del sistema. Por lo tanto, de acuerdo a la definición 2.10, el circuito LRC es claramente disipativo.

Si en el circuito LRC aceptamos la convención de ver a v como la entrada y a i como la salida, como se ilustra en la Figura 2.3(b), entonces, por el teorema 2.7, se tiene que el sistema $\Sigma : u \rightarrow y$, es pasivo y en particular por la definición 2.8, es *OSP*.

2.5 Sistemas Euler-Lagrange

Un sistema E-L, es un sistema cuyo movimiento esta descrito por *ecuaciones E-L*, la cuales son un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales con una cierta estructura específica y son resultado del método variacional, el cual se basa en el balance de energía del sistema. En términos generales, los modelos de los sistemas E-L son obtenidos mediante la sintetización de una función de energía. Por lo tanto, es de esperarse que estos sistemas cuenten con propiedades de disipación de energía y en particular que definan mapeos pasivos, a partir de los cuales se puedan diseñar controladores [17].

2.5.1 Ecuaciones Euler-Lagrange

Las ecuaciones E-L, son ecuaciones que se encargan de formular el movimiento dinámico de los sistemas físicos y son fundamentales debido a que revelan sin mucho esfuerzo, una estructura ó una factorización de las fuerzas del sistema, lo cual es esencial para aplicar la metodología de PBC en la mayoría de las tareas, incluyendo seguimiento de trayectorias en sistemas mecánicos y regulación ó seguimiento para sistemas eléctricos y electromecánicos.

2.5.2 Variables generalizadas

Los sistemas físicos son generalmente descritos por un conjunto de cantidades llamadas coordenadas. Por ejemplo, una partícula de masa en el espacio, necesita de coordenadas para describir su posición relativa con respecto a un punto de referencia en un sistema coordinado, la cual podría ser un vector tridimensional de cantidades (es decir, x , y y z en un sistema coordinado Cartesiano). Desde un punto de vista dinámico, un sistema físico puede considerarse como un sistema compuesto por muchas partículas interconectadas, provocando restricciones en el comportamiento del sistema y relación entre las coordenadas, las cuales serían independientes de no ser por las interconexiones.

Para un sistemas en equilibrio estático, las coordenadas describen al sistema completamente, pero en el caso de un sistema dinámico, es necesario un conjunto de variables dinámicas, las cuales proporcionan información acerca de como esta cambiando el sistema. Por ejemplo, la primera derivada de las coordenadas pueden ser consideradas como un conjunto extra de variables dinámicas y son conocidas como *variables asociadas*. En resumen, el movimiento dinámico de un sistema físico con n grados de libertad puede ser completamente descrito por un conjunto de coordenadas generalizadas independientes $q_1(t), \dots, q_n(t)$ y un conjunto de n variables dinámicas, dadas ya sea como primera derivada de las coordenadas, $\dot{q}_1(t), \dots, \dot{q}_n(t)$

(velocidades generalizadas) ó como otro conjunto de variables dinámicas $p_1(t), \dots, p_n(t)$ (momento generalizado), describiendo la configuración del sistema como una función del tiempo. Así, los estados de un sistema dinámico puede ser presentado en un espacio $2n$ -dimensional.

En la Tabla 2.1, se presenta la relación entre coordenadas y velocidades con las fuerzas y momentos asociados, para la parte electromagnética y mecánica de los sistemas físicos.

VARIABLES GENERALIZADAS	PARTE ELECTROMAGNÉTICA	PARTE MECÁNICA
Coordenadas generalizadas, q_i	Cargas eléctricas	Desplazamiento mecánico
Velocidades generalizadas, \dot{q}_i	Corrientes eléctricas	Velocidades mecánicas
Fuerzas generalizadas, Q_i	Fuentes de voltaje	Fuerzas mecánicas
Momentos generalizados, p_i, λ_i	Enlaces de flujo	Momento mecánico

Tabla 2.1: Definición de las variables generalizadas.

Una vez se hayan definido las coordenadas generalizadas independientes, el siguiente paso es definir una función de estado que caracterice al sistema. Aunque existen otras funciones de estado que pueden seleccionarse (por ejemplo, el *Hamiltoniano*), en este trabajo de tesis, la función de estado que se seleccionó es el *Lagrangiano*, el cual es denotado como $\mathcal{L}(q, \dot{q})$. Esta elección es motivada principalmente por dos razones: la primera, es el hecho de que las ecuaciones de movimiento resultantes para la parte eléctrica de nuestro sistema serán idénticas a las obtenidas mediante las leyes de Kirchhoff y la segunda, por el formalismo E-L, debido a que revela sin mucho esfuerzo, una estructura ó una factorización de las fuerzas del sistema, el cual es un paso fundamental para sintetizar esquemas de PBC [17].

Así, la dinámica E-L de un sistema con n grados de libertad, se describe como,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q, \quad (2.13)$$

donde, $q \in \mathbb{R}^n$ son las coordenadas generalizadas, $Q \in \mathbb{R}^n$ son las fuerzas externas y $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ el Lagrangiano, definido como,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) \triangleq \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q), \quad (2.14)$$

donde, $\mathcal{T}(q, \dot{q})$ es la función de energía cinética la cual se asume tiene la forma,

$$\mathcal{T}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^\top \mathcal{D}(q) \dot{q}, \quad (2.15)$$

donde $\mathcal{D}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercias generalizadas que satisface $\mathcal{D}(q) = \mathcal{D}^\top(q) > 0$, y $\mathcal{V}(q)$ es la función de energía potencial la cual se asume esta acotada por abajo, es decir, existe $c \in \mathbb{R}$ tal que $\mathcal{V}(q) \geq c$ para todo $q \in \mathbb{R}^n$.

Las fuerzas externas Q , están constituidas por tres clases de fuerzas distintas: señales de control, disipación y perturbaciones, como,

$$Q = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + Q_\zeta + \mathcal{M}u, \quad (2.16)$$

se asume que las señales de control entran de forma lineal a través de $\mathcal{M}u \in \mathbb{R}^n$, donde $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz constante y $u \in \mathbb{R}^n$ es el vector de control. Las fuerza disipativas son expresadas por el término $-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q})$, donde $\mathcal{F}(\dot{q})$ es la función de disipación de Rayleigh la cual satisface lo siguiente,

$$\dot{q}^\top \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0. \quad (2.17)$$

Por ultimo, el efecto de las perturbaciones son modeladas por una señal externa denotada como, Q_ζ . De acuerdo a todo lo mencionado anteriormente, la definición para la ecuación de movimiento E-L, queda definida de la siguiente manera,

Definición 2.9. (*Ecuación E-L y parámetros E-L*) [17]
La ecuación de movimiento de E-L

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) = \mathcal{M}u + Q_\zeta, \quad (2.18)$$

en conjunto con las ecuaciones (2.14), (2.15) y (2.17) definen un sistema E-L, el cual esta caracterizado por sus parámetros E-L:

$$\{\mathcal{T}(q, \dot{q}), \mathcal{V}(q), \mathcal{F}(\dot{q}), \mathcal{M}, Q_\zeta\}$$

En la mayoría de los casos prácticos, se asume a la función de Rayleigh como un una función cuadrática de la forma:

$$\mathcal{F}(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^\top \mathcal{R} \dot{q}, \quad (2.19)$$

con $\mathcal{R} = \mathcal{R}^\top \geq 0$ y diagonal. En el caso mecánico \mathcal{R} representa el coeficiente de fricción viscosa y en caso eléctrico \mathcal{R} representa la matriz de resistencias [17].

Todos los conceptos y propiedades anteriores, se presentan en forma resumida en el esquema de la Figura 2.4, los cuales son los pilares para el diseño de los esquemas PBC.

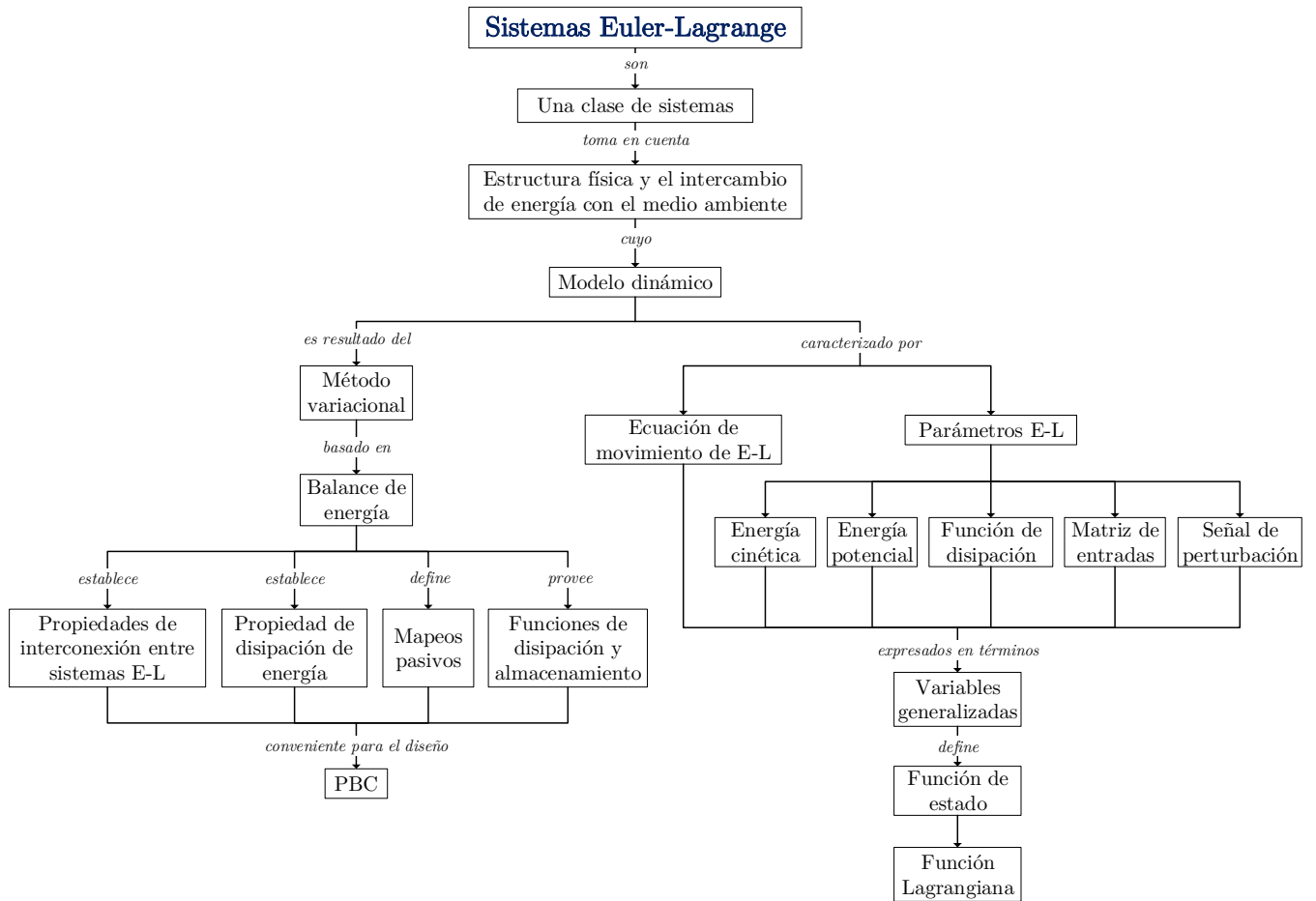


Figura 2.4: Esquema general de los sistemas E-L

Capítulo 3

Modelado dinámico del sistema

La dinámica de un sistema físico puede ser representada a través de un modelo matemático el cual nos permite comprender y predecir a través de simulaciones numéricas, el comportamiento dinámico del sistema ante distintos escenarios (distintas entradas, condiciones iniciales, perturbaciones, acciones de control, entre otras) y de esta manera poder evaluar, realizar ajustes y tomar decisiones pertinentes, sin la necesidad de correr riesgos o generar gastos innecesarios. Un modelo matemático de sistemas físicos generalmente puede ser expresado mediante diferentes enfoques, entre ellos destacan: el modelado a través de *ecuaciones diferenciales* ó por medio de la aplicación del *método variacional* [29]. Las ecuaciones diferenciales, son obtenidas haciendo uso de las leyes de la física y son usadas principalmente en el caso de sistemas compuestos con elementos de la misma naturaleza.

En este capítulo se presenta el desarrollo del modelado matemático para el SCB mediante la aplicación de las leyes de Kirchhoff, el cual es expresado mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales. Se comienza con la descripción general de la topología propuesta, se realiza un análisis de las etapas que integran el SCB, posteriormente se define el modelo matemático de las baterías y finalmente se realiza el análisis del sistema considerando el acoplamiento de todas las etapas logrando así presentar el modelo matemático que representa la dinámica del SCB.

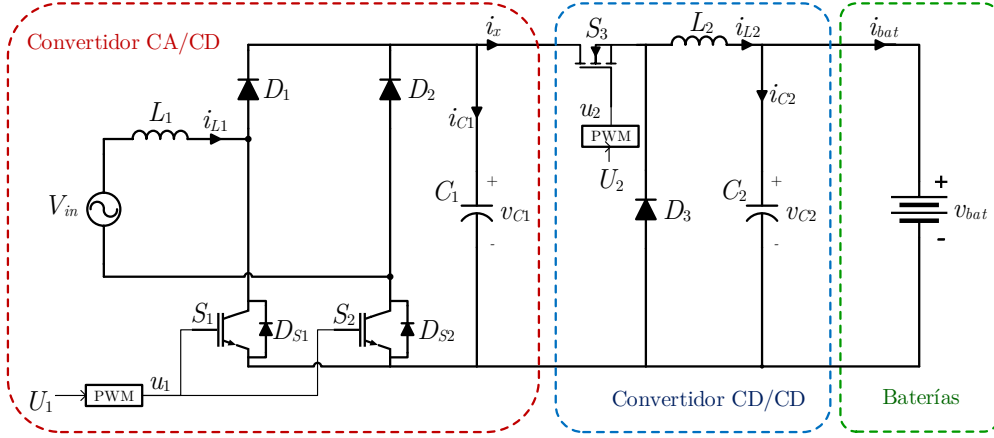


Figura 3.1: Topología del SCB.

3.1 Análisis de la topología del SCB

La topología propuesta SCB puede observarse en la Figura 3.1, la cual está compuesta de tres etapas, un convertidor CA/CD con CFP, un convertidor CD/CD y las baterías. La primera etapa se encarga de regular el voltaje del bus de CD sin distorsionar la corriente con el propósito de alcanzar un FP unitario. En contraste, la segunda etapa es integrada por un convertidor reductor el cual está directamente conectado a las baterías y es la responsable de suministrar el voltaje y corriente en CD que requiere el BB. Por lo tanto, es posible resumir las características de la topología del SCB como un sistema de carga: *unidireccional, monofásico y no aislado*.

A continuación se analiza el funcionamiento de cada una de las etapas, se estudian los modos de conmutación y se obtienen los modelos matemáticos para cada etapa.

3.2 Convertidor CA/CD

Esta etapa también es conocida como rectificador CA/CD y para este caso en particular es conocido como rectificador - elevador monofásico con CFP [30], el cual está compuesto por un voltaje de entrada monofásico de corriente alterna V_{in} , un inductor L_1 , un capacitor C_1 y un semipunto rectificador, que consiste de dos transistores IGBT, S_1 y S_2 , con sus respectivos diodos en anti-paralelo D_{S1} y D_{S2} ; y de dos diodos D_1 y D_2 , como se muestra en la Figura 3.2. De ahora en adelante, nos referiremos a estos dispositivos de conmutación, como interruptores, con el fin de facilitar el análisis.

Esta topología es alimentada por el voltaje de entrada V_{in} , que a su vez se conecta en serie a través del inductor L_1 , el cual permite inducir un comportamiento de elevación de voltaje en el bus de CD, denotado como v_{C1} , en las terminales del capacitor C_1 , dicho capacitor permite disminuir las componentes de alta frecuencia debido a la conmutación

de los interruptores y así tener una componente en CD con oscilaciones de poca amplitud [31], de las cuales se hablará mas adelante.

La función principal de esta etapa es asegurar que la corriente de entrada, i_{L1} , se encuentre en fase con el voltaje de entrada V_{in} , para poder lograr un FP unitario y debido a que el SCB propuesto es no aislado, el acoplamiento con la siguiente etapa se logra a través del bus de CD, por lo cual es importante que el voltaje v_{C1} se mantenga regulado. Esto debe lograrse con solo una señal de control y este hecho implica una estrategia de control compleja [32].

El rectificador - elevador monofásico con CFP es usado en aplicaciones de baja y mediana potencia, sin embargo presenta un comportamiento de fase no mínima con respecto al voltaje de salida, por lo cual es difícil de controlar.

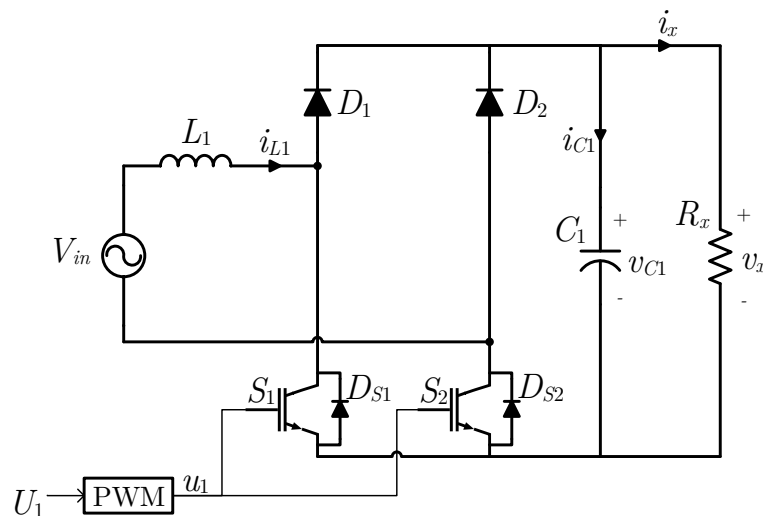


Figura 3.2: Rectificador - elevador monofásico con CFP y carga puramente resistiva.

Las características sobre esta topología se describen a continuación [13]:

- Mejor desempeño en términos de FP y una mejor forma de onda sinusoidal de la corriente de entrada en comparación con el rectificador - elevador convencional.
- En cualquier instante dado, solo dos elementos semiconductores conducen en la trayectoria del flujo de energía, lo que significa menores pérdidas de energía.
- Los rangos de corriente eficaz a través de S_1 y S_2 , son bajos y esto se refleja en un menor calentamiento y estrés del elemento, lo cual ayuda a prolongar el tiempo de vida de los interruptores.
- La ubicación del inductor L_1 , de lado del voltaje V_{in} , contribuye a la reducción de la interferencia electromagnética (*Electromagnetic Interference*, EMI).
- Los interruptores S_1 y S_2 están referenciados a la misma tierra.

Modos de operación		Estados de conmutación			
		S_1/D_{S1}	S_2/D_{S2}	D_1	D_2
$V_{in} > 0$	Modo 1	Off/Off	Off/On	On	Off
	Modo 2	On/Off	On/On	Off	Off
$V_{in} < 0$	Modo 3	Off/On	Off/Off	Off	On
	Modo 4	On/On	On/Off	Off	Off

Tabla 3.1: Modos de operación y estados de los interruptores del rectificador - elevador monofásico con CFP.

3.2.1 Principio de operación

El rectificador - elevador monofásico con CFP presenta cuatro posibles modos de operación determinados por la posición de los interruptores y del voltaje de entrada, por lo que el flujo de energía toma un camino distinto sobre el circuito dependiendo del semiciclo de V_{in} , como se ilustra en la Figura 3.3.

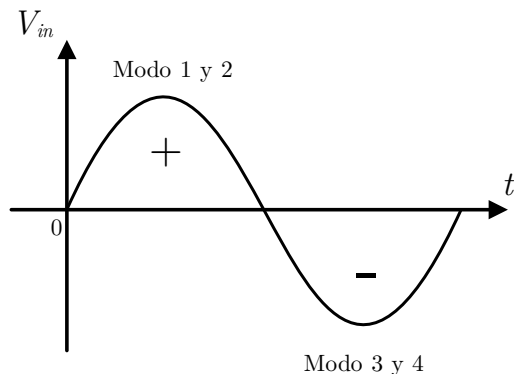


Figura 3.3: Forma de onda del voltaje de entrada, V_{in} .

Cabe destacar que los interruptores trabajan en las regiones de corte y saturación, lo cual exhibe un comportamiento dinámico no lineal y variante en el tiempo en el convertidor [14].

En la Tabla 3.1, se puede apreciar la existencia de los cuatro modos de operación dependientes del semiciclo de V_{in} , en donde los estados de conmutación de los interruptores son: “Off” para el caso en el que el interruptor está abierto u “On” para el caso en el que el interruptor está cerrado. Por ejemplo, en el caso de los modos 2 y 4, es posible ver que los interruptores S_1 y S_2 , están cerrados al mismo tiempo, sin embargo, esto no afecta al circuito debido a que siempre uno de los interruptores estará polarizado de forma inversa en dependencia del semiciclo de V_{in} , evitando así, que el convertidor entre en estado de corto circuito.

Nótese que con la conmutación controlada de S_1 y S_2 durante los semiciclos positivo y negativo de V_{in} , es posible la regulación del voltaje de salida y el seguimiento de la corriente de entrada. Para fines de análisis de este convertidor, se considera una carga puramente resistiva R_x .

3.2.2 Modelo en ecuaciones diferenciales

El modelado matemático de un sistema puede considerarse tan preciso como se deseé, pero entre mayor precisión es requerida, el diseño del control es mas complejo y ademas, el tiempo requerido de simulación incrementa. En el caso del convertidor CA/CD, incrementar la complejidad del modelo matemático podría dificultar el diseño del controlador, en este sentido, el modelo matemático es obtenido bajo la consideración de las siguiente suposiciones [14, 25]:

- Los elementos semiconductores del convertidor son considerados “ideales”, y por lo tanto no existen pérdidas.
- La fuente de voltaje es considerada “ideal”, es decir, provee energía de corto circuito infinita y se asume que el FP de entrada es unitario.
- Los elementos pasivos son considerados lineales, invariantes en el tiempo y sin resistencia parásitas en serie o paralelo.
- La frecuencia de conmutación es mucho más grande que la frecuencia de la red eléctrica, por lo tanto, las variaciones de amplitud en la fuente de voltaje no son significativas en un periodo de conmutación.

Nótese que en este trabajo de tesis se propone un NDO para hacer frente a las no linealidades del sistema, del cual se hablará en el capítulo 4. A continuación, en la Figura 3.4 se muestran los cuatro modos de operación del rectificador - elevador monofásico con CFP y sus respectivos circuitos equivalentes.

Modo de operación 1

En el modo de operación 1 (véase la Figura 3.4 (a)), el voltaje de entrada se encuentra en el semiciclo positivo ($V_{in} > 0$), los interruptores S_1 y S_2 están abiertos (Off) y D_1 queda polarizado de forma directa. El voltaje V_{in} y el voltaje inducido en L_1 se suman, suministrando energía a R_x y C_1 . El voltaje v_{C1} comienza a aumentar, provocando que la corriente i_{C1} incremente y simultaneamente, i_{L1} disminuye.

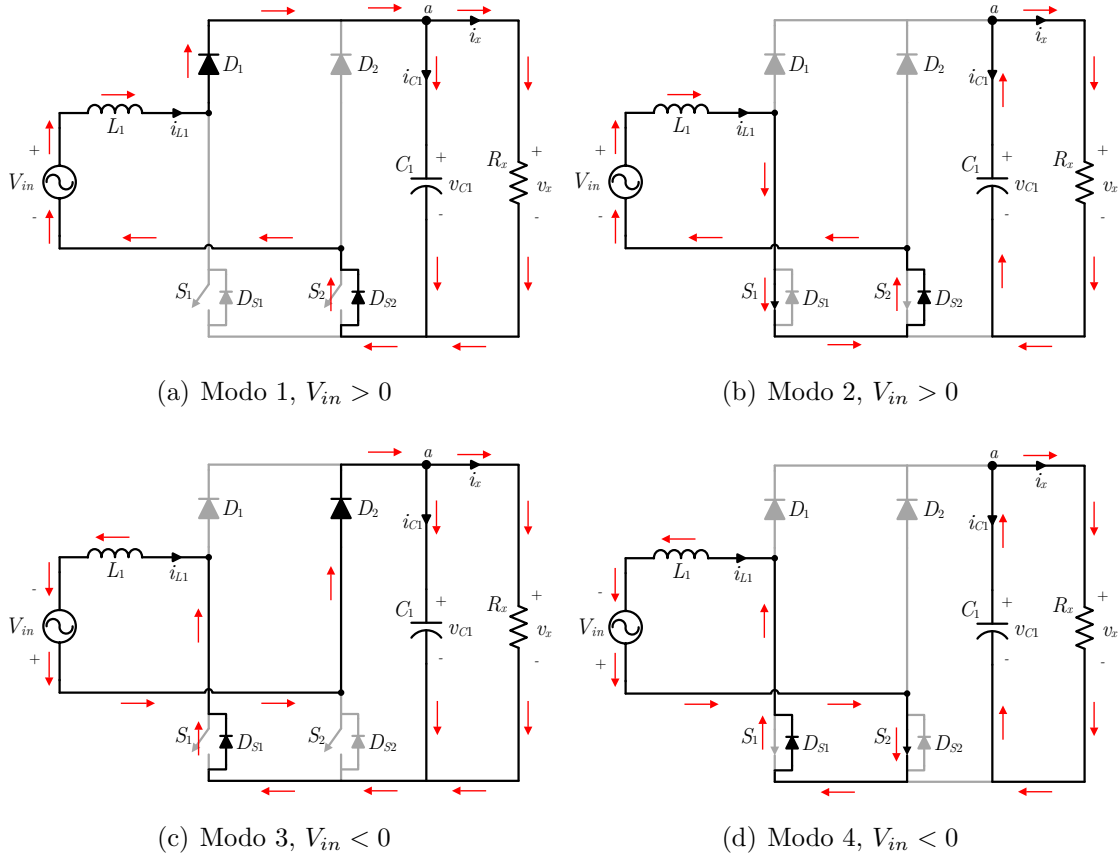


Figura 3.4: Modos de operación del rectificador - elevador monofásico con CFP.

Al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) y la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) en el nodo “a” del circuito equivalente del modo 1, se tiene:

LVK	LCK
$V_{in} = v_{L1} + v_{C1}$	$i_{L1} = i_{C1} + i_x$
$v_{L1} = V_{in} - v_{C1}$	$i_{C1} = i_{L1} - i_x$
$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} - v_{C1}$	$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_x},$

luego entonces, la relación matemática de los voltajes y corrientes del circuito equivalente para el modo de operación 1 está dada por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= V_{in} - v_{C1} \\
 C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_x}.
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Modo de operación 2

Para el modo de operación 2, ilustrado en la Figura 3.4(b), V_{in} es positivo y ambos interruptores S_1 y S_2 están cerrados (On), por lo que S_1 y D_{S2} quedan polarizados de forma directa. La corriente de entrada i_{L1} incrementa y almacena energía en el inductor L_1 y simultáneamente, C_1 suministra energía a la carga R_x , reduciendo el voltaje de salida, v_{C1} . Al aplicar la LVK y la LCK en el nodo “a” del circuito equivalente del modo 2, se tiene:

$$\begin{array}{ll}
 \text{LVK} & \text{LCK} \\
 -V_{in} + v_{L1} = 0 & i_{C1} = -i_x \\
 v_{L1} = V_{in} & C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{v_{C1}}{R_x}, \\
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} &
 \end{array}$$

donde la corriente del capacitor i_{C1} , es positiva cuando es cargado, luego entonces, la relación matemática de los voltajes y corrientes del circuito equivalente para el modo de operación 2, está dada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= V_{in} \\
 C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= -\frac{v_{C1}}{R_x}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Modo de operación 3

En el modo de operación 3, ilustrado en la Figura 3.4(c), V_{in} es negativo y ambos interruptores S_1 y S_2 están abiertos (Off), por lo cual D_2 queda polarizado de forma directa. El voltaje V_{in} y el voltaje inducido en el inductor L_1 se suman, suministrando energía a la carga R_x y al capacitor C_1 . Al aplicar la LVK y la LCK en el nodo “a” del circuito equivalente del modo 3, se tiene:

$$\begin{array}{ll}
 \text{LVK} & \text{LCK} \\
 V_{in} = v_{L1} - v_{C1} & -i_{L1} = i_{C1} + i_x \\
 v_{L1} = V_{in} + v_{C1} & i_{C1} = -i_{L1} - i_x \\
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} + v_{C1} & C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = -i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_x},
 \end{array}$$

así, la dinámica del sistema en términos de corriente y voltaje para este modo de operación es expresada por las siguiente ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= V_{in} + v_{C1} \\
 C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= -i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_x}.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Modo de operación 4

En el modo de operación 4, ilustrado Figura 3.4(d), V_{in} es negativo y ambos interruptores S_1 y S_2 están cerrados (On); sin embargo, D_{S1} y S_2 queda polarizados de forma directa, la corriente i_{L1} incrementa, almacenando energía en el inductor L_1 y simultáneamente, C_1 suministra energía a la carga R_x y en consecuencia el voltaje v_{C1} se reduce. Al aplicar la LVK y la LCK en el nodo “a” del circuito equivalente del modo 4, se tiene:

$$\begin{array}{ll} \text{LVK} & \text{LCK} \\ V_{in} = v_{L1} & i_{C1} = -i_x \\ L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} & C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{v_{C1}}{R_x}, \end{array}$$

donde se asume que la corriente en el capacitor, i_{C1} , es positiva cuando este último es cargado, luego entonces, la dinámica que describe el comportamiento para este modo de operación es descrita por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= V_{in} \\ C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= -\frac{v_{C1}}{R_x}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Modelo conmutado

Al realizar una comparación e inspección entre los sistemas de ecuaciones que describen la dinámica para cada uno de los modos de operación, (3.1)-(3.4), se obtiene el siguiente modelo dinámico unificado o también conocido como modelo conmutado:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= V_{in} - u_1 v_{C1} \\ C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= u_1 i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_x}, \end{aligned} \tag{3.5}$$

donde $u_1 \in \{-1, 0, 1\}$, es la señal de control conmutada, así, cuando $u_1 = -1$, $u_1 = 0$ ó $u_1 = 1$, el modelo (3.5) recupera los modelos de los sistemas (3.1), (3.2)-(3.4) y (3.3), respectivamente [33].

Modelo promediado

El modelo promedio puede ser representado por las componentes de CD de las variables de estado o por sus funciones promedio. La función promedio de una señal

periódica está definida como:

$$\langle f(t) \rangle_{cd} \triangleq \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(\tau) d\tau, \quad (3.6)$$

en donde T representa el periodo de conmutación.

Tomando en cuenta (3.6), la corriente del inductor i_{L1} , el voltaje de salida v_{C1} y la señal de control conmutada u_1 en (3.5) son representados por funciones promedio I_{L1} , V_{C1} y U_1 respectivamente, en donde U_1 toma valores en un intervalo cerrado $[-1, 1]$, la cual actúa como una entrada de control al sistema y representa el ciclo de trabajo de un circuito modulador de ancho de pulso (*Pulse-Width Modulation*, PWM) el cual genera la secuencia de posiciones de los interruptores u_1 , [18]. Por lo tanto el modelo promediado del rectificador - elevador monofásico con CFP es descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} L_1 \dot{I}_{L1} &= V_{in} - U_1 V_{C1} \\ C_1 \dot{V}_{C1} &= U_1 I_{L1} - \frac{V_{C1}}{R_x}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.2.3 Régimen permanente del voltaje de salida, V_{C1}

Con el fin de asegurar una corriente de entrada sinusoidal, mientras se mantiene un adecuado control de la regulación del voltaje de salida, se propone generar una referencia de voltaje, v_{C1}^* , la cual toma en consideración el rizo del doble de la frecuencia de la red eléctrica, dicha referencia se obtiene en términos de las señales promedio o de las componentes en CD de las variables de estado, I_{L1} y V_{C1} . Así, considerando que la fuente de voltaje monofásica es suministrada por la red eléctrica, entonces,

$$V_{in}(t) = V_p \sin(\omega t) \quad \text{e} \quad I_{in}(t) = I_d \sin(\omega t)$$

donde $V_p = \sqrt{2}V_{rms}$ y representa la amplitud del voltaje de entrada, la cual se asume libre de armónicos, ω es la frecuencia de la red, θ es el ángulo de desfase entre la corriente de entrada y el voltaje de la red, $I_d > 0$, es la amplitud de la corriente de entrada (aún por ser definida) y debido a que el inductor está en serie con la fuente de voltaje entonces $I_{in}(t) = I_{L1}(t)$, [23, 25].

Por otra parte, la potencia de entrada instantánea, $P_{in}(t)$, está dada como,

$$\begin{aligned} P_{in}(t) &= V_{in}(t)I_{L1}(t) \\ &= V_p \sin(\omega t)I_d \sin(\omega t) \\ &= V_p I_d \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{V_p I_d}{2} (1 - \cos(2\omega t)). \end{aligned} \quad (3.8)$$

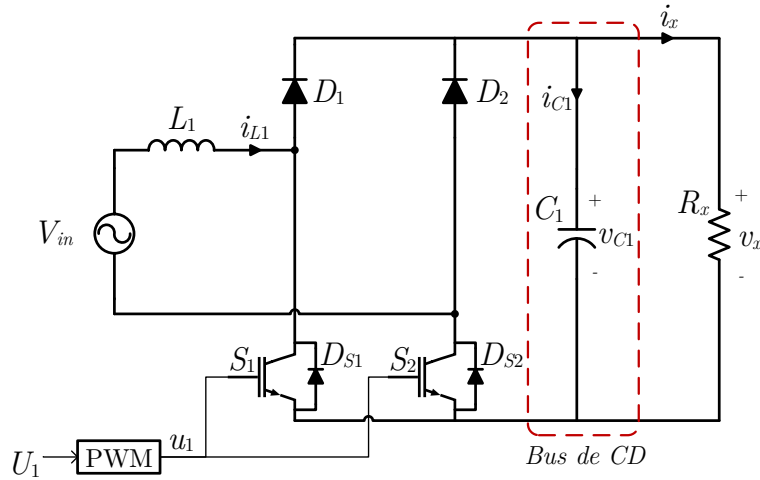


Figura 3.5: Bus de CD del convertidor CA/CD

Cuando el convertidor se encuentra trabajando en estado estacionario, se tiene que la corriente de carga del capacitor durante el intervalo de tiempo en donde los interruptores S_1 y S_2 están abiertos, debe ser igual a la corriente de descarga del capacitor durante el periodo de tiempo en el que los interruptores S_1 y S_2 están cerrados (véase Figura 3.6), por lo tanto, la corriente promedio del capacitor durante un periodo de conmutación es $I_{C1} = 0$.

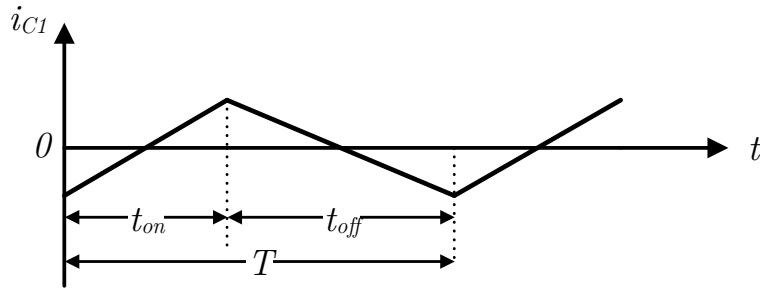


Figura 3.6: Forma de onda de la corriente del capacitor C_1

Luego entonces, asumiendo que la transferencia de energía de la entrada a la salida es sin pérdidas, entonces, la potencia de entrada es igual a la potencia de salida del convertidor, por lo tanto, $P_{in}(t) = V_{C1}i_s$ y a su vez la potencia de salida en el bus de CD (véase Figura 3.5) está dada como $P_{out}(t) = V_{C1}i_x$.

Por otro lado, aplicando la LCK en el bus de CD, se tiene,

$$i_s = i_{c1} + i_x$$

$$i_s = C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} + i_x,$$

multiplicando ambos lados del igual por V_{C1} ,

$$V_{C1}i_s = V_{C1}C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} + V_{C1}i_x$$

ó

$$P_{in}(t) = V_{C1}C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} + P_{out}(t),$$

sustituyendo (3.8) en la ecuación anterior, se tiene,

$$\frac{V_p I_d}{2} - \frac{V_p I_d}{2} \cos(2\omega t) = V_{C1}C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} + P_{out}(t),$$

sí la potencia que es suministrada a la carga es la potencia promedio, entonces,

$$P_{out}(t) = \frac{V_p I_d}{2} \quad (3.9)$$

por lo tanto,

$$V_{C1}C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = -\frac{V_p I_d}{2} \cos(2\omega t), \quad (3.10)$$

y considerando que,

$$\frac{1}{2} \frac{d(V_{C1}^2)}{dt} = V_{C1} \frac{dV_{C1}}{dt}, \quad (3.11)$$

luego entonces, sustituyendo (3.11) en (3.10), se tiene,

$$\begin{aligned} \frac{C_1}{2} \frac{d(V_{C1}^2)}{dt} &= -\frac{V_p I_d}{2} \cos(2\omega t) \\ \frac{d(V_{C1}^2)}{dt} &= -\frac{V_p I_d}{C_1} \cos(2\omega t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

y aplicando integración indefinida en ambos lados de (3.12), se tiene,

$$V_{C1}^2 = -\frac{V_p I_d}{2C_1\omega} \sin(2\omega t) + \mathcal{K},$$

en donde \mathcal{K} es la constante de integración y sustituyendo (3.9) en la ecuación anterior,

$$V_{C1}^2 = -\frac{P_{out}}{C_1\omega} \sin(2\omega t) + \mathcal{K}$$

así, la referencia para el voltaje de salida puede ser obtenida como sigue,

$$v_{C1}^* = \sqrt{-\frac{P_{out}}{C_1\omega} \sin(2\omega t) + \mathcal{K}}, \quad (3.13)$$

y \mathcal{K} puede ser escogido como el cuadrado del valor medio del voltaje de salida deseado ($\mathcal{K} = (V_d)^2$).

3.2.4 Consideraciones de diseño

Con el fin de determinar los valores de los elementos del sistema, resulta necesario tener conocimiento de las especificaciones técnicas que debe tener el SCB propuesto. De acuerdo a las características técnicas de las baterías con las que cuenta el VE en cuestión, mostradas en la Tabla 1.2, se tiene que cada una de las baterías tienen un voltaje nominal de 12 V y el BB esta constituido por 10 baterías conectadas en serie, una conexión en serie suma el voltaje de cada batería del sistema, por lo tanto, el **voltaje nominal del sistema es de 120 V** (véase Figura 3.7).

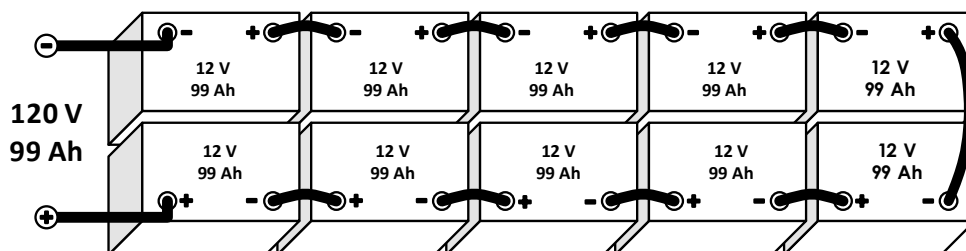


Figura 3.7: Esquema de conexión de 10 baterías de 12 V en serie: Sistema de 120 V.

Según la ficha técnica de las baterías un aspecto importante a considerar es, el ajuste de voltaje de cargadores, el cual se muestra en la Tabla 3.2. Esta tabla nos dice, cual es el voltaje realmente necesario para poder carga (en modo VC) un BB, con un determinado voltaje nominal, dependiente del numero de baterías y del tipo de conexión.

Sistema (V)	6	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
Carga lenta (V)	7.4	14.8	29.6	44.4	59.2	74	88.8	103.6	118.4	133.2	148

Tabla 3.2: Ajuste de voltaje de cargadores para batería ácido-plomo de ciclo profundo LTH L-31T/S-190M.

Luego entonces, el voltaje necesario para cargar el BB en modo VC es:

$$v_{bat}^* = 148 \text{ V}, \quad (3.14)$$

por lo tanto, v_{bat}^* será el valor de referencia o el valor preestablecido de voltaje para cargar el sistema a VC. Por otro lado, puede observarse en la Figura 3.1 que la segunda etapa del SCB, es decir, el convertidor reductor, debe de tener un voltaje de entrada mayor que v_{bat}^* , se estable que el voltaje en el bus de CD, deberá ser regulado a,

$$V_d = 300 \text{ V} \quad (3.15)$$

por lo tanto, el voltaje de salida de la primera etapa de SCB (convertidor CA/CD), deberá ser V_d . El establecimiento de V_d da la pauta para poder obtener un cálculo de los valores adecuados para L_1 y C_1 .

Los fabricantes de baterías ácido-plomo, recomiendan que la carga de una batería no exceda el nivel de corriente máximo dado por el fabricante. El tiempo de carga, multiplicado por la corriente debe ser un **15% mayor al capacidad en Ah** de la batería, para compensar las pérdidas durante el proceso de carga [12], por lo tanto, de una capacidad de 99 Ah (véase Tabla 1.2), se tiene que,

$$\text{Capacidad} \times 1.15 = 99 \text{ Ah} \times 1.15 = 113.85 \text{ Ah},$$

luego entonces, considerando que el tiempo de carga usual del VE es de 8-10 hrs, se establece un tiempo de carga intermedio de **9 hrs**, entonces la corriente de carga del BB esta dada como,

$$i_{bat}^* = 12.65 \text{ A}. \quad (3.16)$$

De (3.14) y (3.16), se tiene que la potencia máxima del SCB esta dada como:

$$P_{bat(max)} = i_{bat}^* v_{bat}^* = (12.65 \text{ A})(148 \text{ V}) \approx 1.9 \text{ kW}, \quad (3.17)$$

la cual es alcanzada solo en un instante, donde el modo CC cambia al modo VC en el algoritmo de carga. En el SCB, el inductor L_1 es usado como un filtro para minimizar el rizo de la corriente de entrada ΔI_{L1} y obtener el efecto de elevación, mientras que el capacitor de salida C_1 es usado para minimizar el rizo de voltaje de salida ΔV_{C1} .

En la Tabla 3.3, se resumen las especificaciones consideradas para el cálculo del elemento capacitivo e inductivo del convertidor CA/CD.

Parámetro	Símbolo	Valor específico
Voltaje de línea	V_{rms}	120 V
Frecuencia de línea	f_{ca}	60 Hz
Frecuencia de conmutación	f_{s1}	20 kHz
Voltaje deseado de salida	V_d	300 V
Potencia de salida máxima	$P_{bat(max)}$	1.9 kW
Rizo de corriente	ΔI_{L1}	10 % I_p
Rizo de voltaje	ΔV_{C1}	4 % V_d

Tabla 3.3: Especificaciones de diseño del convertidor CA/CD.

Cálculo de inductor, L_1

De la potencia de salida y la eficiencia del convertidor, se obtiene la siguiente ecuación:

$$i_{L1}(t) = I_p \sin(\omega t) = \frac{\sqrt{2} P_{bat(max)}}{V_{rms}} \sin(\omega t),$$

donde, I_p es la corriente entrada pico, entonces,

$$I_p \approx 22.3 \text{ A}, \quad \Delta I_{L1} = 2.23 \text{ A},$$

por lo tanto, el inductor es obtenido como,

$$L_1 = \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{f_{s1}\Delta I_{L1}} \left(\frac{V_d - \sqrt{2}V_{rms}}{V_d} \right) = 1.66 \text{ mH}. \quad (3.18)$$

Cálculo de capacitor C_1 del bus de CD

El capacitor C_1 ha sido diseñado de acuerdo a un rizo de voltaje específico ΔV_{C1} , el cual oscila al doble de la frecuencia de la red, mediante la siguiente expresión:

$$C_1 = \frac{I_x}{2\omega\Delta V_{C1}} = \frac{P_{bat(max)}/v_{bat}^*}{2(2\pi f_{ca})(0.04)V_d} \approx 1400 \mu F, \quad (3.19)$$

3.3 Convertidor CD/CD

En esta etapa se hace uso de un convertidor reductor, el cual está conformado por un transistor MOSFET, S_3 , el diodo D_3 , el inductor L_2 y el capacitor C_2 , que a su vez está conectado en paralelo con el BB, como se muestra en la Figura 3.1. El convertidor tiene como objetivo reducir el voltaje de entrada v_{C1} para poder obtener en las terminales del BB un voltaje, v_{bat} ó corriente, i_{bat} regulados de acuerdo al algoritmo CC-VC.

A continuación, se realiza el análisis del convertidor reductor de manera independiente.

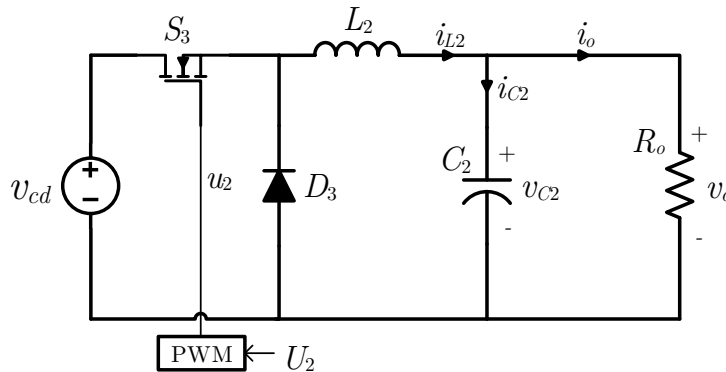


Figura 3.8: Circuito del convertidor reductor con carga puramente resistiva.

3.3.1 Principio de operación

El convertidor reductor, el cual se muestra en la Figura 3.8, es alimentado por una fuente de voltaje de corriente directa v_{cd} y es controlado por el interruptor S_3 . En el siguiente análisis, se considera una carga puramente resistiva R_o .

Modos de operación	Estados de conmutación	
	S_3	D_3
Modo $u_2 = 0$	On	Off
Modo $u_2 = 1$	Off	On

Tabla 3.4: Modos de operación y estados de los interruptores para el convertidor reductor.

Al aplicar las leyes de Kirchoff sobre la topología del convertidor durante una posición particular del interruptor S_3 , se obtiene el sistema de ecuaciones que describen la dinámica del convertidor reductor. Así, cuando la función de posición del interruptor exhibe un valor $u_2 = 1$, se obtiene la topología correspondiente al modo de no conducción del diodo y cuando $u_2 = 0$, se obtiene la topología correspondiente al modo de polarización directa del diodo, como se detalla en la Tabla 3.4.

3.3.2 Modelo en ecuaciones diferenciales

Modo de operación con $u_2 = 1$

Cuando la función de posición del interruptor es $u_2 = 1$, es decir, cuando el interruptor está cerrado (On) como se indica en la Figura 3.9, el diodo D_3 queda polarizado de forma inversa, por lo que el voltaje v_{cd} y el voltaje inducido en el inductor L_2 se suman y en consecuencia suministra energía a la carga R_o y al capacitor C_2 .

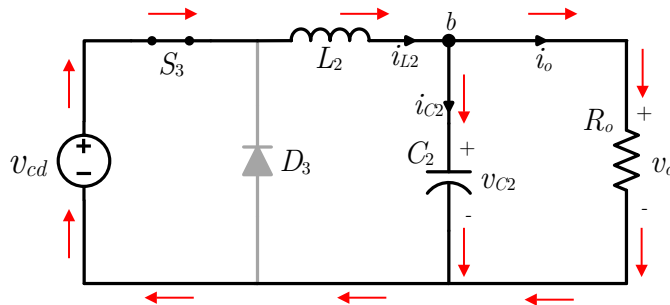


Figura 3.9: Operación del convertidor reductor con $u_2 = 1$.

Al aplicar la LVK y la LCK en el nodo “b” del circuito equivalente de la Figura 3.9, se tiene:

LVK	LCK
$v_{cd} = v_{L2} + v_o$	$i_{L2} = i_o + i_{C2}$
$v_{L2} = v_{cd} - v_o$	$i_{C2} = i_{L2} - i_o$
$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = v_{cd} - v_o$	$C_2 \frac{dv_o}{dt} = i_{L2} - \frac{v_o}{R_o},$

así, el sistema de ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del circuito resultante es:

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= v_{cd} - v_o \\ C_2 \frac{dv_o}{dt} &= i_{L2} - \frac{v_o}{R_o}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Modo de operación con $u_2 = 0$

Cuando la función de posición del interruptor es $u_2 = 0$, es decir, cuando el interruptor esta abierto (Off), como se indica en la Figura 3.10, el diodo D_3 queda polarizado de forma directa y la energía almacenada a través del inductor L_2 es entregada al capacitor C_2 y la carga R_o .

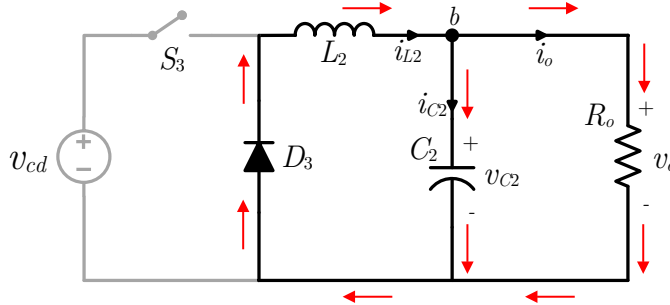


Figura 3.10: Operación del convertidor reductor con $u_2 = 0$.

Al aplicar la LVK y la LCK en el nodo “b” del circuito equivalente de la Figura 3.9, se tiene:

LVK	LCK
$v_{L2} + v_o = 0$	$i_{L2} = i_o + i_{C2}$
$v_{L2} = -v_o$	$i_{C2} = i_{L2} - i_o$
$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = -v_o$	$C_2 \frac{dv_o}{dt} = i_{L2} - \frac{v_o}{R_o}.$

así, el sistema de ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del circuito resultante es:

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= -v_o \\ C_2 \frac{dv_o}{dt} &= i_{L2} - \frac{v_o}{R_o}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Modelo conmutado

A través de la comparación e inspección de los sistemas de ecuaciones (3.20)-(3.21) obtenidas para ambos modos de operación, se puede obtener de forma inmediata el siguiente modelo dinámico unificado ó modelo conmutado:

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= u_2 v_{cd} - v_o \\ C_2 \frac{dv_o}{dt} &= i_{L2} - \frac{v_o}{R_o} \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde $u_2 \in \{0, 1\}$, es la señal de control conmutada, la cual está determinada en función de la posición del interruptor S_3 , así, cuando $u_2 = 1$ ó $u_2 = 0$, el modelo (3.22) recupera los modelos de los sistemas (3.20) y (3.21), respectivamente, [33].

Modelo promediado

Al considerar la definición de la función promedio de una señal periódica, representada por (3.6), la corriente del inductor i_{L2} , el voltaje de salida v_o y la señal de control conmutada u_2 en (3.22) son representadas por funciones promedio I_{L2} , V_o y U_2 , respectivamente, en donde U_2 toma valores en un intervalo cerrado $[0, 1]$, la cual representaría el ciclo de trabajo de la señal PWM inyectada al sistema físico [18].

Por lo tanto, el modelo promediado del convertidor reductor es representado por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} L_2 \dot{I}_{L2} &= U_2 v_{cd} - V_o \\ C_2 \dot{V}_o &= I_{L2} - \frac{V_o}{R_o}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Del modelo promediado es posible obtener los valores en estado estacionario de las variables de estado o dicho de otra manera los puntos de equilibrio del sistema. Así, igualando la dinámica de (3.23) a cero se tiene,

$$\bar{I}_{L2} = \frac{\bar{U}_2 v_{cd}}{R_o} \quad (3.24)$$

$$\bar{V}_o = \bar{U}_2 v_{cd}. \quad (3.25)$$

3.3.3 Consideraciones de diseño

Además de los modos de operación estudiados en las secciones anteriores, la operación del convertidor reductor también puede ser estudiada por dos modos de operación básicos de acuerdo a la continuidad del flujo de corriente que circula a través del inductor L_2 , conocidos como: *modo continuo de conducción* (MCC) y *modo discontinuo de conducción* (MDC), los cuales se presentan de manera resumida a continuación,

Modo continuo de conducción

- *Intervalo* ($0 < t \leq t_{on}$)

En el MCC la corriente en el inductor nunca llega a ser cero ($i_{L2} > 0$), para este intervalo de tiempo el interruptor S_3 está cerrado (véase la Figura 3.9) y debido a que el voltaje de entrada v_{cd} es más grande que el voltaje de salida promedio V_o , la corriente en el inductor i_{L2} , incrementa de forma lineal, como se ilustra en la Figura 3.11.

Tras aplicar la LVK en el circuito equivalente de la Figura 3.9, se tiene,

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = v_{cd} - V_o. \quad (3.26)$$

Asumiendo un valor de inductancia muy grande, la corriente aumenta linealmente de I_1 a I_2 durante t_{on} , por lo tanto,

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{I_2 - I_1}{t_{on}} = \frac{\Delta I_{L2}}{t_{on}} \quad (3.27)$$

donde ΔI_{L2} , representa el rizo de corriente del inductor. Sustituyendo (3.27) en (3.26), se tiene que la duración de este intervalo está dada como,

$$t_{on} = \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{v_{cd} - V_o}. \quad (3.28)$$

- *Intervalo* ($t_{on} < t \leq T_s$)

Este intervalo comienza cuando el interruptor S_3 se abre (véase Figura 3.10), la energía almacenada en el inductor se libera, logrando que la corriente i_{L2} continúe fluyendo, ahora a través del diodo. La corriente en el inductor decae, tan rápido como la energía almacenada en el mismo es transferida al capacitor C_2 y consumida por la carga R_o .

Al aplicar la LVK en el circuito equivalente de la Figura 3.10, se tiene,

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = -V_o, \quad (3.29)$$

como la corriente decae de I_2 a I_1 durante el periodo de tiempo t_{off} , como se muestra en la Figura 3.11, entonces,

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{I_1 - I_2}{t_{off}} = -\frac{I_2 - I_1}{t_{off}} = -\frac{\Delta I_{L2}}{t_{off}}, \quad (3.30)$$

sustituyendo (3.30) en (3.29), se tiene la expresión para la duración de tiempo de este intervalo dada como,

$$t_{off} = \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{V_o}. \quad (3.31)$$

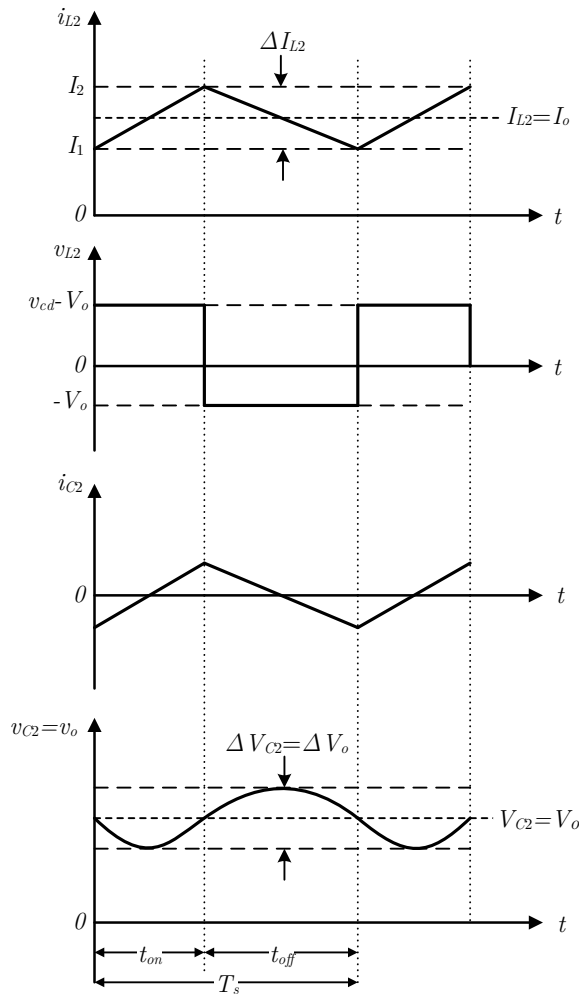


Figura 3.11: Formas de onda para la operación en MCC del convertidor reductor. [3]

Modo discontinuo de conducción

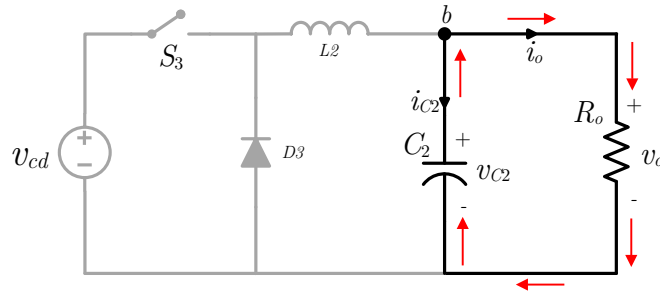


Figura 3.12: Operación del convertidor reductor en MDC.

En este modo el convertidor entra en un tercer intervalo ΔT_{s2} (véase Figura 3.13), donde $i_{L2} = 0$ para algún tiempo y la carga es completamente alimentada por el capacitor. El circuito equivalente del MDC es mostrado en la Figura 3.12.

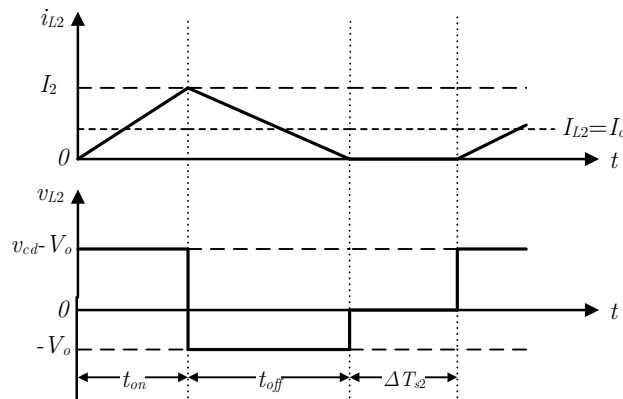


Figura 3.13: Formas de onda para la operación en MDC del convertidor reductor.

En la Tabla 3.5, se muestran las especificaciones necesarias para el cálculo de los elementos capacitivo e inductivo del convertidor reductor.

Parámetro	Símbolo	Valor específico
Voltaje de entrada	v_{cd}	300 V
Frecuencia de conmutación	f_{s2}	75 kHz
Voltaje deseado de salida	V_o	148 V
Potencia de salida máxima	$P_{bat(max)}$	1.9 kW
Carga resistiva	$R_o = V_o^2 / P_{bat(max)}$	11.5 Ω
Rizo de corriente	ΔI_{L2}	15 % I_o
Rizo de voltaje	ΔV_o	2 % V_o
Ciclo de trabajo	U_2	0.493

Tabla 3.5: Especificaciones de diseño del convertidor CD/CD.

Límite entre MCC y MDC

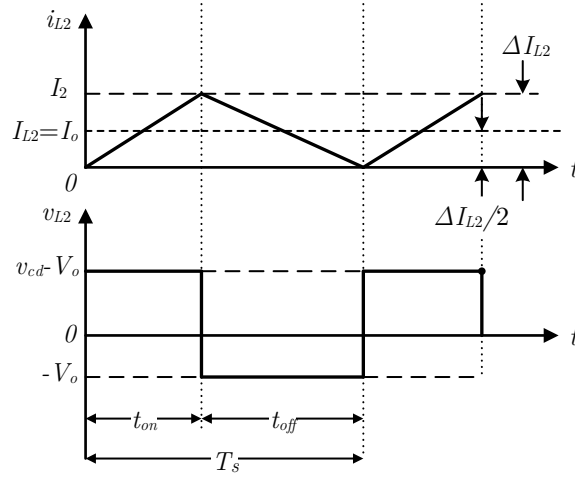


Figura 3.14: Formas de onda en el límite de operación MCC-MDC del convertidor reductor.

El valor de L_2 para el cual $i_{L2} = 0$ en un solo punto del periodo de conmutación, es definido como *inductancia crítica o mínima*, L_{min} . Este valor de inductancia define el límite entre el MCC y el MDC, como se muestra en la Figura 3.14, y es obtenido de la siguiente manera,

$$i_{L2} = \bar{I}_{L2} - \frac{\Delta I_{L2}}{2} = 0,$$

considerando los equilibrios del sistema y sustituyendo el valor de ΔI , se tiene,

$$L_{min} = \frac{(1 - U_2)R_o}{2f_{s2}} = 38.87 \mu H. \quad (3.32)$$

Luego entonces, si $L_2 > L_{min}$, se asegura la operación del convertidor en MCC.

Rizo de corriente

Dado que, el ciclo de trabajo está definido como una razón entre el periodo de tiempo t_{on} y el periodo de conmutación T_s , es decir,

$$U_2 = \frac{t_{on}}{T_s} \quad (3.33)$$

entonces $t_{on} = U_2 T_s$ y $t_{off} = (1 - U_2) T_s$, donde T_s esta definido como,

$$T_s = t_{on} + t_{off} = \frac{1}{f_{s2}}$$

Por lo anterior y tomando en cuenta que en la operación del convertidor en régimen permanente, las variables de estado (modelo promedio) se encuentran en los puntos de equilibrio del sistema, entonces las expresiones de t_{on} y t_{off} en (3.28) y (3.31) respectivamente, pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} t_{on} &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{v_{cd} - V_o} & t_{off} &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{V_o} \\ U_2 T_s &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{v_{cd} - \bar{V}_o} & (1 - U_2) T_s &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{\bar{V}_o} \\ U_2 T_s &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{v_{cd} - U_2 v_{cd}} & (1 - U_2) T_s &= \frac{L_2 \Delta I_{L2}}{U_2 v_{cd}} \end{aligned}$$

y resolviendo en ambos casos para ΔI_{L2} , se tiene,

$$\Delta I_{L2} = \frac{U_2 v_{cd} (1 - U_2)}{L_2 f_{s2}}, \quad (3.34)$$

por lo tanto, la operación del convertidor en régimen permanente, genera que el rizo de corriente sea el mismo durante $0 < t \leq t_{on}$ y $t_{on} < t \leq T_s$. De acuerdo a las especificaciones de diseño del convertidor, el valor en estado estacionario de $\bar{I}_{L2} = I_o$, está dado como:

$$I_o = \frac{U_2 v_{cd}}{R_o} = 12.86 \text{ A}$$

entonces,

$$\Delta I_{L2} = 15\% I_o = 1.92 \text{ A}$$

por lo tanto, de (3.34), se puede obtener el valor de L_2 , como sigue,

$$L_2 = \frac{U_2 v_{cd} (1 - U_2)}{f_{s2} \Delta I_{L2}} = 520.7 \mu H, \quad (3.35)$$

con lo cual se satisface que $L_2 > L_{min}$ y se asegura la operación en MCC.

Rizo de voltaje

El rizo del voltaje de salida puede ser calculado a partir de la operación del convertidor en MCC, como se muestra en la Figura 3.11. Resulta claro que cuando i_{L2} es mas grande que la corriente promedio de salida I_o , entonces el capacitor es cargado y cuando i_{L2} es menor que I_o entonces el capacitor es descargado. Asumiendo que la componente del rizo de i_{L2} , fluye a través del capacitor como una corriente i_{C2} , entonces como resultado se tiene un pequeño rizo de voltaje en V_o . Por lo tanto, siguiendo el análisis de [3, pag. 22], se tiene que el valor del rizo de voltaje en el capacitor es calculado como:

$$\Delta V_{C2} = \frac{U_2 v_{cd} (1 - U_2)}{8 L_2 C_2 f_s^2}. \quad (3.36)$$

Debido a que el capacitor está directamente conectado a la carga R_o , entonces el rizo de voltaje ΔV_{C_2} es igual al rizo del voltaje de salida ΔV_o . Por lo tanto, dado un valor específico de ΔV_o , se tiene un valor específico del capacitor, es decir,

$$C_{min} = \frac{U_2 v_{cd}(1 - U_2)}{8L_2 \Delta V_o f_{s2}^2}, \quad (3.37)$$

De acuerdo a la Tabla 3.5 y de (3.37), se tiene que $C_{min} = 1.1 \mu F$, luego entonces, con $C_2 = 50 \mu F$, se asegura un rizo de voltaje más pequeño y dentro del parámetro ΔV_o .

3.4 Modelado de baterías

Para este trabajo de tesis se contempla un banco de baterías integrado por baterías ácido-plomo, por lo que en esta sección un modelo simple de un banco de baterías ácido-plomo basado en un circuito eléctrico es presentado. Posteriormente dicho modelo es integrado al SCB para poder describir la dinámica del sistema completo. Existen varios modelos basados en circuitos eléctricos que son usados para representar una batería ácido - plomo. Para nuestro caso en particular se hace uso de un modelo desarrollado en base al modelo de batería de Thevenin [34], cuya aplicación se da en sistemas de tracción de VE y además ofrece un equilibrio entre exactitud y simplicidad. A continuación, en la Figura 3.15, se muestra el circuito equivalente.

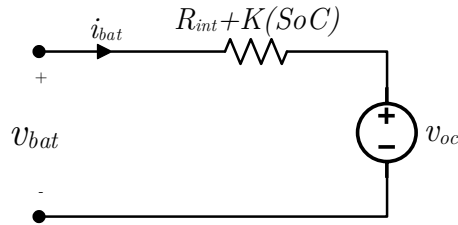


Figura 3.15: Circuito eléctrico de una batería.

Donde, v_{oc} representa el voltaje a circuito abierto, es decir, es el voltaje cuando la batería no se encuentra conectada a ninguna carga, la resistencia $R_{int} + K(SoC)$ indica la resistencia interna de la batería más una característica no lineal, indicada por, $K(SoC)$, donde, K es una constante de polarización, SoC es el estado de carga de la batería, i_{bat} representa la corriente suministrada a la batería y el voltaje en las terminales de la batería es representado por v_{bat} .

Al aplicar la LVK al circuito de la Figura 3.15, el voltaje v_{bat} es expresado de la siguiente manera:

$$v_{bat}(t) = v_{oc} + (R_{int} + KSoC(t))i_{bat}(t)$$

y al resolver para i_{bat} , se tiene,

$$i_{bat} = \frac{v_{bat} - v_{oc}}{R_{int} + K SoC(t)}. \quad (3.38)$$

La dinámica del SoC está basada en el método de conteo de Coulomb [35], el cual estima el nivel de carga residual en relación a la corriente de carga/descarga que fluye a través de las terminales de la batería. Así, el SoC es expresado como:

$$SoC(t) = SoC(t_0) - \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau, \quad (3.39)$$

donde, Q_0 es la capacidad nominal de la batería en Ah, $SoC(t_0)$ es la condición inicial del SoC , la cual depende de la carga inicial de la batería e $i(t)$ es la corriente, la cual es negativa durante la carga o positiva durante la descarga. Como en este trabajo de tesis se enfoca en la carga, de ahora en adelante se considera, $i_{bat} < 0$.

3.5 Acoplamiento de etapas

En esta sección se procede a realizar el acoplamiento de todas las etapas, tomando en cuenta la inclusión de las baterías en la topología.

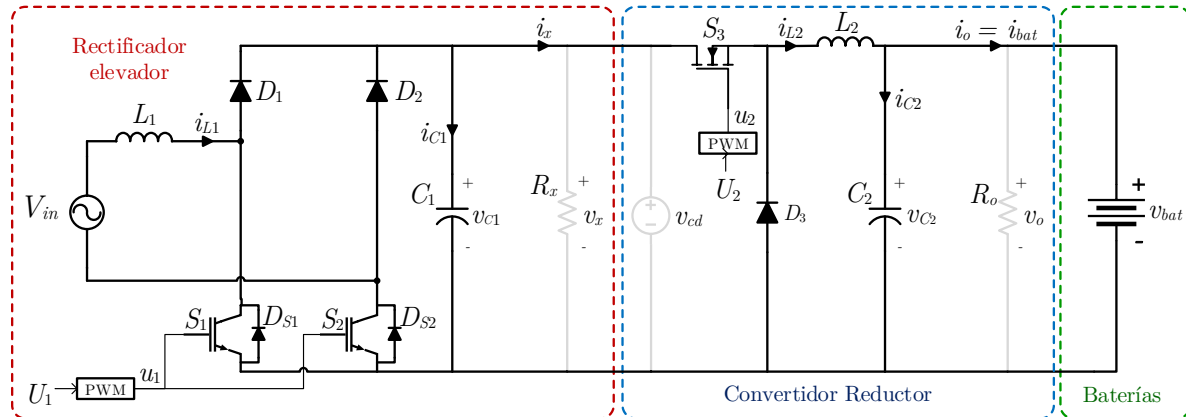


Figura 3.16: Acoplamiento de las tres etapas.

Para obtener un modelo matemático que describa la dinámica del SCB es necesario acoplar la etapa de conversión CA/CD con la del convertidor CD/CD, esto se logra a través del bus de CD, el cual es el voltaje de salida del convertidor CA/CD y a su vez el voltaje de entrada del convertidor reductor. Por otro lado, la resistencia de carga R_o del convertidor CD/CD es sustituida por las baterías, como se muestra en la Figura 3.16. Debido a que las resistencias de carga usadas en los análisis para cada una de las

etapas no son contempladas en el acoplamiento, entonces, las variables de interés en la topología resultante son: i_{L1} , v_{C1} , i_{L2} y v_{bat} .

Por otra parte, es posible ver de la Figura 3.17, que la interacción entre ambas etapas es lograda a través de la corriente i_x , la cual es controlada por la conmutación del interruptor S_3 , es decir, depende de la función de posición del interruptor, u_2 . Así, cuando $u_2 = 1$, entonces $i_x = i_{L2}$ y cuando $u_2 = 0$, entonces $i_x = 0$, por lo cual, i_x queda expresada de la siguiente manera:

$$i_x = u_2 i_{L2}. \quad (3.40)$$

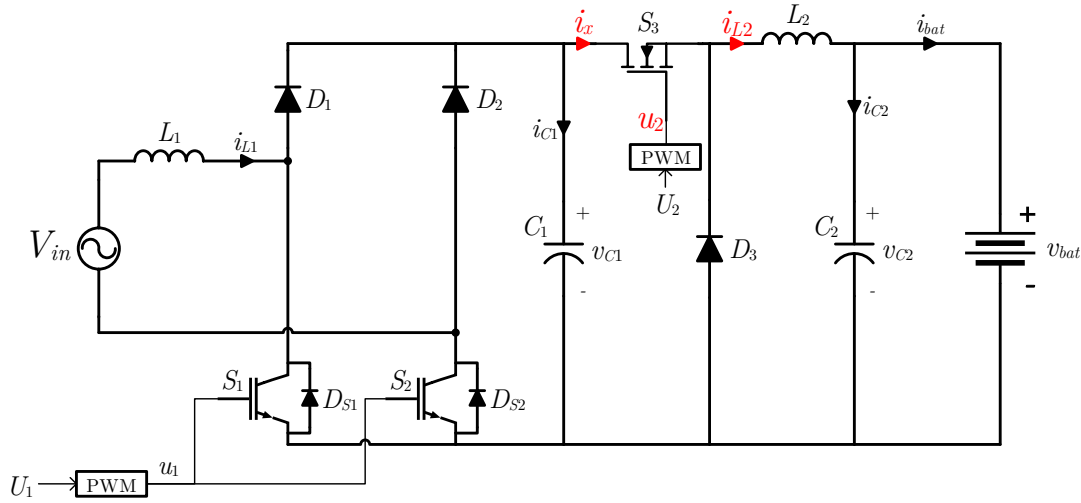


Figura 3.17: Consideración de acoplamiento de la topología del SCB.

La definición de i_x es muy importante en el modelado del SCB que a continuación se presenta.

3.5.1 Modelo en ecuaciones diferenciales

El modelado del SCB se puede obtener mediante una combinación de las sistemas expresados por las ecuaciones (3.5) y (3.22), como se muestra a continuación:

Convertidor CA/CD:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} - u_1 v_{C1}$$

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = u_1 i_{L1} - \underbrace{\frac{v_{C1}}{R_x}}_{i_x = u_2 i_{L2}}$$

Convertidor CD/CD:

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = u_2 \underbrace{v_{cd}}_{v_{C1}} - \underbrace{v_o}_{v_{bat}}$$

$$C_2 \frac{dv_{bat}}{dt} = i_{L2} - \underbrace{\frac{v_o}{R_o}}_{i_{bat}}$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones que representa el modelo conmutado del SCB, está dado por,

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_1}(V_{in} - u_1 v_{C1}) \quad (3.41)$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1}(u_1 i_{L1} - u_2 i_{L2}) \quad (3.42)$$

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{L_2}(u_2 v_{C1} - v_{bat}) \quad (3.43)$$

$$\frac{dv_{bat}}{dt} = \frac{1}{C_2}(i_{L2} - i_{bat}), \quad (3.44)$$

además, del modelo de la batería en la ecuación (3.38), es posible obtener una expresión para i_{bat} , en términos de v_{bat} y parámetros de la batería, como a continuación se muestra:

$$i_{bat}(t) = \frac{v_{bat}(t) - v_{oc}}{R_{int} + K SoC(t)} \quad (3.45)$$

y con un estado de la carga expresado como,

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau, \quad (3.46)$$

Luego entonces, el modelo descrito por las ecuaciones (3.41) - (3.46) corresponden al SCB completo, modelo a partir del cual puede realizarse el diseño de un esquema de control. Es importante resaltar que los estados del sistema deben ser llevados a través del control a los siguientes referencias:

- i_{L1} , deberá seguir a una señal sinusoidal i_{L1}^* , en fase con el voltaje de entrada V_{in} , la cual será definida mas adelante.
- v_{C1} , deberá tender a una señal v_{C1}^* , la cual esta compuesta por un término constante V_d , más una componente ondulatoria del doble de la frecuencia del voltaje de entrada V_{in} .
- i_{L2} y v_{bat} , deberán ser regulados a un valor preestablecido i_{bat}^* y v_{bat}^* en dependencia del algoritmo CC-VC.

En este capítulo, se abordó el modelado de cada una de las etapas que integran el SCB bajo el enfoque tradicional, es decir, usando las leyes de Kirchhoff y además se estableció el análisis considerado para llevar a cabo el acoplamiento de las etapas. Por otra parte, un estudio sobre las características del VE en cuestión es llevado a cabo, para poder determinar los valores de elementos pasivos del SCB.

Capítulo 4

Modelo derivado del enfoque Euler-Lagrange

Como ya se mencionó, los modelos matemáticos que representan el comportamiento dinámico de un sistema físico pueden obtenerse a través de dos metodologías distintas. En el capítulo anterior, el modelo del SCB fue detallado mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales, las cuales se obtuvieron haciendo uso de las leyes de Kirchhoff, por lo tanto en este capítulo, se abordará el modelado del SCB a través del método variacional. El método variacional puede aplicarse a sistemas constituidos por subsistemas de distinta naturaleza física (por ejemplo, sistemas electromecánicos), debido a que toma en consideración la estructura física y el intercambio de energía del sistema, a partir de esto se definen funciones de energía en términos de un conjunto de variables generalizadas (típicamente, posiciones y carga eléctrica para el caso de sistemas mecánicos y eléctricos, respectivamente), lo cual nos lleva a la definición de la función Lagrangiana. Este método es considerado como una de las técnicas más poderosas en dinámica y en particular es adecuado para nuestros propósitos por las siguientes razones [17]:

1. El problema de modelado es formulado en términos de cantidades de energía y el método variacional nos permite tratarlo sin necesidad de tener un profundo conocimiento en el tema y además puede ser aplicado a sistemas de naturaleza combinada, los cuales aparecen frecuentemente en aplicaciones de ingeniería.
2. De manera automática nos provee de las funciones de disipación y almacenamiento de energía del sistema.
3. Debido a que el modelado del sistema está basado en el flujo de energía, es posible tratar un sistema complicado como una interconexión de subsistemas simples y a su vez, cada uno de ellos siendo caracterizados por sus funciones de energía.
4. Preserva la estructura de un sistema E-L bajo la interconexión de la retroalimentación, es decir, la interconexión de dos sistemas E-L es aún un sistema E-L.

4.1 Modelado E-L de convertidores electrónicos de potencia

El método de modelado E-L de circuitos electrónicos de potencia consiste en establecer un conjunto de parámetros E-L modulados por la función de posición del interruptor. Así, la dinámica de Euler-Lagrange de un circuito electrónico de potencia es generalmente caracterizado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = \mathcal{Q} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}), \quad (4.1)$$

donde \dot{q} representa el vector de flujos de corriente y q el vector de cargas eléctricas. El vector de cargas eléctricas se constituye por las *coordenadas generalizadas* que describen el circuito, el cual se asume que consta de n componentes, representadas por q_1, \dots, q_n . La función $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ es el Lagrangiano del sistema,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) \triangleq \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q),$$

definido como la diferencia entre la *energía magnética* en los elementos inductivos en términos de corrientes $\mathcal{T}(q, \dot{q})$ y la *energía de campo eléctrico* en los elementos capacitivos en términos de cargas eléctricas $\mathcal{V}(q)$. La función $\mathcal{F}(\dot{q})$ es la función de disipación de Rayleigh del sistema y representa una medida de la *energía (o potencia) que se pierde por disipación*, ya sea a través de los elementos dinámicos (por ejemplo, capacitores e inductores) ó a través de la carga que es modelada como un elemento disipativo. Finalmente, \mathcal{Q} , representa un vector de *funciones forzantes generalizadas ó fuentes de voltajes*.

Los circuitos electrónicos de potencia son sistemas que son caracterizados por la presencia de uno o varios interruptores de regulación, es decir, por dispositivos que pueden adoptar una de dos posibles posiciones y cada una de ellas determina un comportamiento dinámico para el sistema. En el caso de convertidores con un solo interruptor, se considera una sola función de control. La posición de interruptor, denotada por el escalar u , se asume que toma valores en el conjunto discreto de la forma $\{0, 1\}$ y asumimos que cuando el parámetro de posición del interruptor es, $u = 1$, el sistema denotado por Σ_1 , es caracterizado por el conjunto de *parámetros E-L*, $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}_1\}$. De manera similar, cuando el parámetro de posición del interruptor toma el valor, $u = 0$, se asume que el sistema resultante, denotado por Σ_0 es caracterizado por $\{\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}_0\}$.

Definición 4.1. (*Problema de modelado para sistemas conmutados E-L.*) [17]

Dados dos sistemas E-L, Σ_0 y Σ_1 , caracterizados por sus parámetros E-L, $\{\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}_0\}$ y $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}_1\}$, respectivamente, determinan una parametrización de los parámetros E-L conmutados, $\{\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u\}$ en términos de la posición del interruptor u , tal que el modelo obtenido por la aplicación directa de la ecuación E-L, resulta en un modelo parametrizado Σ_u , consistente con Σ_0 y Σ_1 .

Por lo tanto, los convertidores electrónicos de potencia son completamente caracterizados por el conjunto de funciones $(\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u)$, las cuales son conocidas como los *parámetros E-L conmutados* y simplemente representamos a un circuito Σ_u mediante la cuádrupla ordenada:

$$\Sigma_u = (\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u) \quad (4.2)$$

Para simplificar la metodología de modelado de convertidores bajo el formalismo de E-L, se resume el procedimiento completo a través de los siguientes pasos [36]:

Procedimiento de modelado E-L para convertidores electrónicos de potencia

1. **Definición de variables generalizadas:** Relacionada con cada elemento dinámico del circuito, q_i y \dot{q}_i , con $i = 1, \dots, n$, es decir, carga y corriente eléctrica, respectivamente.
2. **Energía:** Se determina la energía correspondiente para todos los elementos ideales, es decir, la energía magnética para los elementos inductivos, denotada por $\mathcal{T}(q, \dot{q})$ y la energía de campo eléctrico para los elementos capacitivos, denotados por $\mathcal{V}(q)$.
3. **Disipación:** Se determina la función de disipación de Rayleigh, denotada por $\mathcal{F}(\dot{q})$, para los elementos resistivos, la cual depende de la posición del interruptores del circuito y el uso de la ley de corrientes de Kirchhoff para determinar la corriente a través del elemento resistivo en términos de variables dinámicas.
4. **Funciones forzantes:** Se determinan las funciones forzantes generalizadas \mathcal{Q} , dada por las fuentes de voltaje, posiblemente dependiente de la posición de los interruptores del circuito.
5. **Parámetros E-L conmutados:** Se determinan los parámetros E-L conmutados, los cuales son resultado de una comparación de los parámetros E-L obtenidos para cada una de las posiciones del interruptor.
6. **Función Lagrangiana:** Dados los parámetros E-L conmutados, se define la función Lagrangiana de (2.14).
7. **Ecuación de movimiento E-L:** Se sustituye la información de los pasos anteriores en la ecuación E-L (4.1) y determinar un modelo en espacio de estados mediante la selección de las corrientes correspondientes a los elementos inductivos y las cargas o voltajes correspondientes con los elementos capacitivos como variables de estado.

En la siguiente sección, se realiza la aplicación del procedimiento de modelado E-L a las etapas que conforman el SCB de manera independiente.

4.2 Formulación E-L del convertidor CA/CD

Para el modelado del rectificador - elevador monofásico con CFP de la Figura 3.2, bajo el formalismo de sistemas E-L, se considera de manera independiente cada una de las topologías asociadas con cada una de las posibles posiciones de los interruptores, con el fin de obtener los parámetros E-L que las caracterizan.

Procedimiento de modelado E-L para convertidor CA/CD

Como se analizó en la capítulo anterior, el circuito tiene cuatro modos de operación, por lo cual habrá cuatro sistemas E-L asociados, por lo tanto, aplicando los pasos de acuerdo al procedimiento de modelado E-L, se tiene:

1. **Definición de variables generalizadas:** Con el objetivo de emplear la notación estándar, reescribimos la corriente de entrada (o del inductor L_1), denotada como i_{L1} , en función de la derivada de la carga eléctrica circulante (q_{L1}), como \dot{q}_{L1} y también reescribimos el voltaje en el capacitor, v_{C1} como q_{C1}/C_1 , donde q_{C1} es la carga eléctrica almacenada en el capacitor C_1 .
2. **Energía:** Considerando los cuatro modos de operación correspondientes a los estados de conmutación de los interruptores (véase Figura 3.4), se tiene,

(a) Modo 1

En el modo de operación 1, $V_{in} > 0$ y S_1 y S_2 están abiertos (Off), es decir, $u = 0$, entonces,

- i. Energía cinética (energía magnética en inductores)

$$\mathcal{T}_0^1(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L1}^2.$$

- ii. Energía potencial (energía del campo eléctrico en capacitores)

$$\mathcal{V}_0^1(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C1}^2.$$

(b) Modo 2

En el modo de operación 2, $V_{in} > 0$ y S_1 y S_2 están cerrados (On), es decir, $u = 1$, entonces,

- i. Energía cinética

$$\mathcal{T}_1^2(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L1}^2.$$

ii. Energía potencial

$$\mathcal{V}_1^2(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C_1}^2.$$

(c) Modo 3

En el modo de operación 3, $V_{in} < 0$ y S_1 y S_2 están cerrados (Off), es decir, $u = 0$, entonces,

i. Energía cinética

$$\mathcal{T}_0^3(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L_1}^2.$$

ii. Energía potencial

$$\mathcal{V}_0^3(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C_1}^2.$$

(d) Modo 4

En el modo de operación 4, $V_{in} < 0$ y S_1 y S_2 están cerrados (On), es decir, $u = 1$, entonces,

i. Energía cinética

$$\mathcal{T}_1^4(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L_1}^2.$$

ii. Energía potencial

$$\mathcal{V}_1^4(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C_1}^2.$$

Se observa que las funciones de energía magnética y energía de campo eléctrico son idénticas independientemente de la posición de los interruptores.

3. **Disipación:** En este paso se determina la función de disipación de Rayleigh $\mathcal{F}(\dot{q})$, para los elementos resistivos mediante la aplicación de la LCK al nodo “a” en los cuatro modos de operación (véase Figura 3.4).

(a) Modo 1, $u = 0$

$$\mathcal{F}_0^1(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(\dot{q}_{L_1} - \dot{q}_{C_1})^2$$

(b) Modo 2, $u = 1$

$$\mathcal{F}_1^2(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(-\dot{q}_{C_1})^2$$

(c) Modo 3, $u = 0$

$$\mathcal{F}_0^3(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(-\dot{q}_{L_1} - \dot{q}_{C_1})^2$$

(d) Modo 4, $u = 1$

$$\mathcal{F}_1^4(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(-\dot{q}_{C_1})^2.$$

Se observa que la acción de conmutación varía la función de disipación de Rayleigh.

4. **Funciones forzantes:** Estas funciones son las fuentes de voltaje asociadas a las coordenadas generalizadas q_{L1} y q_{C1} (véase Figura 3.4).

(a) Modo 1, $u = 0$

$$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^0 = V_{in}$$

$$\mathcal{Q}_{q_{C1}}^0 = 0$$

(b) Modo 2, $u = 1$

$$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^1 = V_{in}$$

$$\mathcal{Q}_{q_{C1}}^1 = 0$$

(c) Modo 3, $u = 0$

$$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^0 = V_{in}$$

$$\mathcal{Q}_{q_{C1}}^0 = 0$$

(d) Modo 4, $u = 1$

$$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^1 = V_{in}$$

$$\mathcal{Q}_{q_{C1}}^1 = 0.$$

En el caso de las funciones forzantes, se observa que permanecen invariantes con respecto a la acción de conmutación. A continuación, en la Tabla 4.1 se presenta a manera de resumen, los parámetros E-L obtenidos para cada modo de operación:

Parámetros E-L		
Pasos	$V_{in} > 0$	
	$u = 0, S_{1,2}$ (Off)	$u = 1, S_{1,2}$ (On)
	$V_{in} < 0$	
	$u = 0, S_{1,2}$ (Off)	$u = 0, S_{1,2}$ (Off)
1. Coordenadas generalizadas	$q = \begin{bmatrix} q_{L1} \\ q_{C1} \end{bmatrix}, \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{L1} \\ \dot{q}_{C1} \end{bmatrix}$	$u = 1, S_{1,2}$ (On)
2. Energía	$\mathcal{T}_0^1(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L1}^2$ $\mathcal{V}_0^1(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C1}^2$	$\mathcal{T}_0^3(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L1}^2$ $\mathcal{V}_0^3(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C1}^2$
3. Disipación	$\mathcal{F}_0^1(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(\dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1})^2$ $\mathcal{Q}_{q_{L1}}^0 = V_{in}$ $\mathcal{Q}_{q_{C1}}^0 = 0$	$\mathcal{F}_0^3(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(-\dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1})^2$ $\mathcal{Q}_{q_{L1}}^0 = V_{in}$ $\mathcal{Q}_{q_{C1}}^0 = 0$
4. Fuerzas forzantes	$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^1 = V_{in}$ $\mathcal{Q}_{q_{C1}}^1 = 0$	$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^1 = V_{in}$ $\mathcal{Q}_{q_{C1}}^1 = 0$
Sistemas E-L	$\Sigma_0^1 = (\mathcal{T}_0^1, \mathcal{V}_0^1, \mathcal{F}_0^1, \mathcal{Q}^0)$	$\Sigma_0^3 = (\mathcal{T}_0^3, \mathcal{V}_0^3, \mathcal{F}_0^3, \mathcal{Q}^0)$
	$\Sigma_1^2 = (\mathcal{T}_1^2, \mathcal{V}_1^2, \mathcal{F}_1^2, \mathcal{Q}^1)$	$\Sigma_1^4 = (\mathcal{T}_1^4, \mathcal{V}_1^4, \mathcal{F}_1^4, \mathcal{Q}^1)$

Tabla 4.1: Parámetros E-L para los modos de operación del convertidor CA/CD.

5. **Parámetros E-L conmutados:** Los parámetros E-L de la Tabla 4.1, caracterizan los sistemas E-L que dependen del semiciclo de V_{in} , es decir, cuando $V_{in} > 0$ se tienen los sistemas Σ_0^1 y Σ_1^2 , por otro lado, cuando $V_{in} < 0$ se tienen los sistemas Σ_0^3 y Σ_1^4 . Cabe destacar que $\Sigma_1^2 = \Sigma_1^4$ debido a que los parámetros E-L que los caracterizan son iguales y por lo tanto el número de sistemas a comparar para la obtención de los parámetros E-L conmutados disminuye. Así, de la comparación de los sistemas $\Sigma_0^1, \Sigma_1^2, \Sigma_0^3, \Sigma_1^4$ y de la definición 4.1, se obtienen los parámetros E-L conmutados, mostrados en la Tabla 4.2.

Parámetros E-L conmutados	
Energía cinética	$\mathcal{T}_{u_1}(\dot{q}) = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_{L1}^2$
Energía potencial	$\mathcal{V}_{u_1}(q) = \frac{1}{2C_1}q_{C1}^2$
Disipación de Rayleigh	$\mathcal{F}_{u_1}(\dot{q}) = \frac{R_x}{2}(u_1\dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1})^2$
Fuerzas forzantes	$\mathcal{Q}_{q_{L1}}^{u_1} = V_{in}; \quad \mathcal{Q}_{q_{C1}}^{u_1} = 0$

Tabla 4.2: Parámetros E-L conmutados para los modos de operación del convertidor CA/CD.

y simplemente representamos al convertidor CA/CD, mediante la cuádrupla ordenada:

$$\Sigma_{u_1} = (\mathcal{T}_{u_1}, \mathcal{V}_{u_1}, \mathcal{F}_{u_1}, \mathcal{Q}^{u_1})$$

donde u_1 es el parámetro de conmutación, tal que toma valores en el conjunto discreto $\{-1, 0, 1\}$, es decir, en el caso de que $u_1 = -1$, $u_1 = 0$ ó $u_1 = 1$, se recobran los sistemas Σ_0^3 , $\Sigma_1^2 = \Sigma_1^4$ ó Σ_0^1 , respectivamente.

6. **Función Lagrangiana:** Despues de obtener los parámetros E-L conmutados, ahora son utilizados para obtener la función Lagrangiana conmutada,

$$\mathcal{L}_{u_1}(q, \dot{q}) = \mathcal{T}_{u_1}(\dot{q}) - \mathcal{V}_{u_1}(q) = \frac{L_1}{2}\dot{q}_{L1}^2 - \frac{1}{2C_1}q_{C1}^2. \quad (4.3)$$

7. **Ecuación de movimiento de E-L:** Dado que se cuenta con el Lagrangiano, se procede a usar la ecuación de movimiento de E-L de (4.1), para obtener las ecuaciones diferenciales que definen el modelo del convertidor para los parámetros E-L conmutados de la Tabla 4.2, tal que:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L}_{u_1}(q, \dot{q}) \right] = \begin{bmatrix} L_1 \ddot{q}_{L1} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L}_{u_1}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{q_{C1}}{C_1} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{u_1}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) = \begin{bmatrix} u_1 R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}) \\ -R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}) \end{bmatrix}; \quad \mathcal{Q}^{u_1} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix},$$

por lo tanto, la ecuación de movimiento de E-L queda como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{u_1}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_{u_1}}{\partial q}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}^{u_1} - \frac{\partial \mathcal{F}_{u_1}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \\ \begin{bmatrix} L_1 \ddot{q}_{L1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{q_{C1}}{C_1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1 R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}) \\ -R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

así, de (4.4), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales,

$$L_1 \ddot{q}_{L1} = V_{in} - u_1 R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}) \quad (4.5)$$

$$\frac{q_{C1}}{C_1} = R_x (u_1 \dot{q}_{L1} - \dot{q}_{C1}), \quad (4.6)$$

despejando \dot{q}_{C1} de (4.6) y sustituyendo en (4.5), se tiene el siguiente **modelo conmutado en términos de variables generalizadas**,

$$\begin{aligned} L_1 \ddot{q}_{L1} &= V_{in} - u_1 \frac{q_{C1}}{C_1} \\ \dot{q}_{C1} &= u_1 \dot{q}_{L1} - \frac{q_{C1}}{R_x C_1} \\ u_1 &\in \{-1, 0, 1\}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

Modelo promediado

El modelo promediado es expresado en término de funciones promedio de las señales conmutadas, por lo tanto, tras aplicar la definición de función promedio de una señal periódica en (3.6) y el siguiente cambio de variable, $I_{L1} = \dot{q}_{L1}$ y $V_{C1} = q_{C1}/C_1$ en (4.7), se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{I}_{L1} &= \frac{1}{L_1} [V_{in} - U_1 V_{C1}] \\ \dot{V}_{C1} &= \frac{1}{C_1} [U_1 I_{L1} - \frac{V_{C1}}{R_x}] \\ U_1 &\in [-1, 1], \end{aligned} \quad (4.8)$$

en donde I_{L1} y V_{C1} representan los valores promedio de las variables conmutadas de corriente y voltaje, respectivamente, expresadas en términos de variables generalizadas en (4.7) y u_1 es representada por una función U_1 que toma valores en el intervalo cerrado $[-1, 1]$.

Este modelo coincide con el modelo promedio del convertidor CA/CD en (3.7), obtenido en capítulo anterior. Adicionalmente, el sistema de ecuaciones de (4.8) puede ser representado en forma matricial como a continuación se muestra,

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{V}_{C1} \end{bmatrix} + U_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ V_{C1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ V_{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

y por simplicidad, la representación matricial anterior, se reformula de la siguiente forma,

$$\mathcal{D}_e \dot{x}_e + U_1 \mathcal{J}_e x_e + \mathcal{R}_e x_e = \mathcal{E}_e \quad (4.9)$$

donde $x_e \triangleq [I_{L1} \ V_{C1}]^\top$, \mathcal{D}_e es una matriz diagonal, definida positiva, conocida como matriz de inercias generalizadas, \mathcal{J}_e es una matriz antisimétrica, es decir, $\mathcal{J}_e = -\mathcal{J}_e^\top$ y se conoce como matriz de interconexión, \mathcal{R}_e es una matriz de disipación, la cual tiene como elementos las resistencias constantes del convertidor, además es una matriz diagonal y $\mathcal{R}_e = \mathcal{R}_e^\top \geq 0$, por último, \mathcal{E}_e es un vector de entradas, en el cual se encuentran las fuentes de alimentación del circuito.

Nótese que la energía total del circuito está dada como,

$$\mathcal{H}_{u_1} = \frac{1}{2} (x_e^\top \mathcal{D}_e x_e) = \mathcal{T}_{u_1} + \mathcal{V}_{u_1},$$

ahora, diferenciando \mathcal{H}_{u_1} , tomando en cuenta la antisimetría de \mathcal{J}_e e integrando de 0 a t , obtenemos la ecuación de balance de energía,

$$\underbrace{\mathcal{H}_{u_1}(t) - \mathcal{H}_{u_1}(0)}_{\text{energía almacenada}} + \underbrace{\int_0^t x_e^\top(\tau) \mathcal{R}_e x_e(\tau) dt}_{\text{energía disipada}} = \underbrace{\int_0^t x_e^\top(\tau) \mathcal{E}_e d\tau}_{\text{energía suministrada}}$$

$$\mathcal{H}_{u_1}(t) - \mathcal{H}_{u_1}(0) = \int_0^t V_{in} I_{L1}(\tau) d\tau - \frac{1}{R_x} \int_0^t V_{C1}^2(\tau) d\tau$$

por lo tanto, la dinámica del circuito define un mapeo pasivo entre el voltaje de entrada V_{in} y la corriente del inductor I_{L1} .

4.3 Formulación E-L del convertidor CD/CD

En esta sección se describirá, empleando el formalismo de E-L, el modelo del convertidor CD/CD mostrado en la Figura 3.8. Al igual que con el convertidor CA/CD, se aplica el procedimiento de modelado E-L para la obtención de los parámetros E-L:

Procedimiento de modelado E-L para el convertidor CD/CD

1. **Definición de variables generalizadas:**

$$i_{L2} = \dot{q}_{L2} \quad v_{C2} = \frac{q_{C2}}{C_2}$$

2. **Energía:** Considerando los dos modos de operación correspondientes a los estados de conmutación del interruptor (véase Figuras 3.9 y 3.10), se tiene,

(a) Modo de operación $u_2 = 1$

En este modo de operación, S_3 está cerrado (On), entonces,

$$\begin{array}{ll} \text{Energía cinética} & \text{Energía potencial} \\ \mathcal{T}_1(\dot{q}) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2 & \mathcal{V}_1(q) = \frac{q_{C2}^2}{2C_2} \end{array}$$

(b) Modo de operación $u_2 = 0$

En este modo de operación, S_3 está abierto (Off), entonces,

$$\begin{array}{ll} \text{Energía cinética} & \text{Energía potencial} \\ \mathcal{T}_0(\dot{q}) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2 & \mathcal{V}_0(q) = \frac{q_{C2}^2}{2C_2}. \end{array}$$

3. **Disipación:** Al aplicar la LCK al nodo “b” en los dos modos de operación de las Figuras 3.9 y 3.10, se tiene

$$\begin{array}{ll} \text{Modo } u_2 = 1 & \text{Modo } u_2 = 0 \\ \mathcal{F}_1(\dot{q}) = \frac{R_o}{2} (\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2})^2 & \mathcal{F}_0(\dot{q}) = \frac{R_o}{2} (\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2})^2 \end{array}$$

4. **Funciones forzantes:** Estas funciones son las fuentes de voltaje asociadas a las coordenadas generalizadas q_{L2} y q_{C2} (véase Figuras 3.9 y 3.10).

$$\begin{array}{ll} \text{Modo } u_2 = 1 & \text{Modo } u_2 = 0 \\ \mathcal{Q}_{q_{L2}}^1 = 0 & \mathcal{Q}_{q_{L1}}^0 = v_{cd} \\ \mathcal{Q}_{q_{C2}}^1 = 0 & \mathcal{Q}_{q_{C1}}^0 = 0 \end{array}$$

Nótese que únicamente la función forzante es modificada bajo la acción de la conmutación del interruptor, mientras que los demás parámetros E-L permanecen invariantes. A continuación, se resumen los parámetros E-L en la Tabla 4.3:

Parámetros E-L		
Pasos	$u = 0, S_3$ (Off)	$u = 1, S_3$ (On)
1. Coordenadas generalizadas	$q = \begin{bmatrix} q_{L2} \\ q_{C2} \end{bmatrix}, \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{L2} \\ \dot{q}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L2} \\ C_2 \dot{v}_{C2} \end{bmatrix}$	
2. Energía	$\mathcal{T}_0(\dot{q}) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2$	$\mathcal{T}_1(\dot{q}) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2$
	$\mathcal{V}_0(q) = \frac{1}{2C_2} q_{C2}^2$	$\mathcal{V}_1(q) = \frac{1}{2C_2} q_{C2}^2$
3. Disipación	$\mathcal{F}_0(\dot{q}) = \frac{R_o}{2} (\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2})^2$	$\mathcal{F}_1(\dot{q}) = \frac{R_o}{2} (\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2})^2$
4. Fuerzas forzantes	$\mathcal{Q}_{q_{L2}}^0 = 0$ $\mathcal{Q}_{q_{C2}}^0 = 0$	$\mathcal{Q}_{q_{L2}}^1 = v_{cd}$ $\mathcal{Q}_{q_{C2}}^1 = 0$

Tabla 4.3: Parámetros E-L para modos de operación del convertidor CD/CD.

5. **Parámetros E-L conmutados:** Como se observa en la Tabla 4.3, los parámetros E-L calculados caracterizan dos sistemas E-L,

$$\begin{aligned}\Sigma_0 &= (\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}^0) \\ \Sigma_1 &= (\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}^1)\end{aligned}$$

por lo tanto, de la comparación de Σ_0 y Σ_1 se logra obtener los parámetros descritos en la Tabla 4.4,

Parámetros E-L conmutados	
Energía cinética	$\mathcal{T}_{u_2}(\dot{q}) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2$
Energía potencial	$\mathcal{V}_{u_2}(q) = \frac{1}{2C_2} q_{C2}^2$
Disipación de Rayleigh	$\mathcal{F}_{u_2}(\dot{q}) = \frac{R_o}{2} (\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2})^2$
Fuerzas forzantes	$\mathcal{Q}_{q_{L2}}^{u_2} = u_2 v_{cd}; \quad \mathcal{Q}_{q_{C2}}^{u_2} = 0$

Tabla 4.4: Parámetros E-L conmutados para modos de operación del convertidor CD/CD.

luego entonces, el circuito convertidor CD/CD denotado por Σ_{u_2} , queda representado por la cuádrupla ordenada,

$$\Sigma_{u_2} = (\mathcal{T}_{u_2}, \mathcal{V}_{u_2}, \mathcal{F}_{u_2}, \mathcal{Q}^{u_2}) \quad (4.10)$$

donde, $u_2 \in \{0, 1\}$ es el parámetro de conmutación, así cuando $u_2 = 0$ ó $u_2 = 1$, se recuperan consistentemente los sistemas Σ_0 ó Σ_1 , respectivamente.

6. **Función Lagrangiana:** La función lagrangiana conmutada asociada a los parámetros E-L conmutados, está dada como,

$$\mathcal{L}_{u_2}(q, \dot{q}) = \mathcal{T}_{u_2}(\dot{q}) - \mathcal{V}_{u_2}(q) = \frac{L_2}{2} \dot{q}_{L2}^2 - \frac{1}{2C_2} q_{C2}^2 \quad (4.11)$$

7. **Ecuación de movimiento de E-L:** Al sustituir y evaluar el lagrangiano de (4.11) y los parámetros E-L de la Tabla 4.4 en la función de movimiento de E-L de (4.1), se obtiene,

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L}_{u_2}(q, \dot{q}) \right] &= \begin{bmatrix} L_2 \ddot{q}_{L2} \\ 0 \end{bmatrix}; & \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L}_{u_2}(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{q_{C2}}{C_2} \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathcal{F}_{u_2}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) &= \begin{bmatrix} R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}) \\ -R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}) \end{bmatrix}; & \mathcal{Q}^{u_2} &= \begin{bmatrix} u_2 v_{cd} \\ 0 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

por lo tanto, la ecuación de movimiento de E-L,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{u_2}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_{u_2}}{\partial q}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}^{u_2} - \frac{\partial \mathcal{F}_{u_2}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \\ \begin{bmatrix} L_2 \ddot{q}_{L2} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{q_{C2}}{C_2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_2 v_{cd} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}) \\ -R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

y de la evaluación de (4.12) resulta el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales,

$$L_2 \ddot{q}_{L2} = u_2 v_{cd} - R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}) \quad (4.13)$$

$$\frac{q_{C2}}{C_2} = R_o(\dot{q}_{L2} - \dot{q}_{C2}), \quad (4.14)$$

al despejar \dot{q}_{C2} de (4.14) y al sustituir en (4.13), se obtiene el siguiente **modelo conmutado en términos de las variables generalizadas**:

$$\begin{aligned} L_2 \ddot{q}_{L2} &= u_2 v_{cd} - \frac{q_{C2}}{C_2} \\ \dot{q}_{C2} &= \dot{q}_{L2} - \frac{q_{C2}}{R_o C_2} \\ u_2 &\in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Modelo promediado

El modelo promediado se obtiene de aplicar la definición de función promedio en (3.6) y el siguiente cambio de variable, $I_{L2} = \dot{q}_{L2}$ y $V_{C2} = q_{C2}/C_2$, por lo que se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{I}_{L2} &= \frac{1}{L_2} [U_2 v_{cd} - V_{C2}] \\ \dot{V}_{C2} &= \frac{1}{C_2} [I_{L2} - \frac{V_{C2}}{R_o}] \\ U_2 &\in [0, 1]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde I_{L2} y V_{C2} representan los valores promedio de las variables conmutadas de corriente y voltaje expresadas en términos de variables generalizadas en (4.15) y u_2 es representada por una función U_2 que toma valores en el intervalo cerrado $[0, 1]$.

Así, es posible obtener el modelo del convertidor CD/CD usando la metodología de modelado de E-L, este modelo coincide con el modelo conmutado del convertidor CD/CD en (3.23) obtenido en el capítulo anterior. Adicionalmente, el sistema de ecuaciones de (4.16) puede ser representado de forma matricial como,

$$\begin{bmatrix} L_2 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L2} \\ \dot{V}_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L2} \\ V_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L2} \\ V_{C2} \end{bmatrix} = U_2 \begin{bmatrix} v_{cd} \\ 0 \end{bmatrix}$$

y por simplicidad, la representación matricial anterior, se reformula de la siguiente forma,

$$\mathcal{D}_r \dot{x}_r + \mathcal{J}_r x_r + \mathcal{R}_r x_r = U_2 \mathcal{E}_r \quad (4.17)$$

donde $x_r \triangleq [I_{L2} \ V_{C2}]^\top$, \mathcal{D}_r es una matriz diagonal, definida positiva, conocida como matriz de inercias generalizadas, \mathcal{J}_r es una matriz antisimétrica, es decir, $\mathcal{J}_r = -\mathcal{J}_r^\top$ y es conocida como matriz de interconexión, \mathcal{R}_r es una matriz de disipación, la cual tiene como elementos las resistencias constantes del convertidor, además es una matriz diagonal y $\mathcal{R}_r = \mathcal{R}_r^\top \geq 0$, por último, \mathcal{E}_r es un vector de entradas, en el cual se encuentran las fuentes de alimentación del circuito.

Nótese que la energía total del circuito está dada como,

$$\mathcal{H}_{u_2}(t) = \frac{1}{2} (x_r^\top \mathcal{D}_r x_r) = \mathcal{T}_{u_2} + \mathcal{V}_{u_2}$$

ahora, diferenciado \mathcal{H}_{u_2} , considerando la antisimetría de \mathcal{J}_r e integrando de 0 a t , obtenemos la ecuación de balance de energía,

$$\underbrace{\mathcal{H}_{u_2}(t) - \mathcal{H}_{u_2}(0)}_{\text{energía almacenada}} + \underbrace{\int_0^t x_r^\top(\tau) \mathcal{R}_r x_r(\tau) d\tau}_{\text{energía disipada}} = \underbrace{\int_0^t x_r^\top(\tau) \mathcal{E}_r d\tau}_{\text{energía suministrada}}$$

$$\mathcal{H}_{u_2}(t) - \mathcal{H}_{u_2}(0) = \int_0^t v_{cd} I_{L2}(\tau) d\tau - \frac{1}{R_o} \int_0^t V_{C2}^2(\tau) d\tau$$

con lo que se concluye que la dinámica define un mapeo pasivo de la entrada de voltaje v_{cd} a la corriente I_{L2} .

4.4 Formulación E-L del modelo de la batería

El circuito equivalente de la batería es mostrado en la Figura 3.15 y el procedimiento de modelado E-L se describe de manera resumida a continuación,

1. Definición de variables generalizadas:

$$i_{bat} = \dot{q}_1 \quad v_{oc} = q_2$$

2. Energías:

Energía cinética

$$\mathcal{T}(q, \dot{q}) = 0,$$

Energía potencial

$$\mathcal{V}(q) = \frac{q_2^2}{2}.$$

3. **Función de disipación de Rayleigh:**

$$\mathcal{F}(\dot{q}) = \frac{1}{2}(R_{int} + KSoC)\dot{q}_1^2$$

4. **Función forzante:**

$$\mathcal{Q} = v_{bat}$$

5. **Función Lagrangiana:**

$$\mathcal{L}(q) = \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q) = -\frac{1}{2}q_2^2$$

6. **Ecuación de movimiento E-L:** Considerando que,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L}(q) \right] &= 0; & \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L}(q) &= -q_2 \\ \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) &= (R_{int} + KSoC)\dot{q}_1; & \mathcal{Q} &= v_{bat} \end{aligned}$$

entonces,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L}(q) \right] - \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L}(q) &= \mathcal{Q} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \\ q_2 + (R_{int} + KSoC)\dot{q}_1 &= v_{bat} \end{aligned} \quad (4.18)$$

y empleando el cambio de variables inicial, es decir, $q_2 = v_{oc}$ y $\dot{q}_1 = i_{bat}$, entonces,

$$v_{oc} + (R_{int} + KSoC)i_{bat} = v_{bat}$$

donde al resolver para i_{bat} , se tiene,

$$i_{bat}(t) = \frac{v_{bat}(t) - v_{oc}}{R_{int} + KSoC(t)}, \quad (4.19)$$

donde,

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t i_{bat}(\tau) d\tau, \quad (4.20)$$

donde, SoC es el estado de la carga de las baterías, Q_0 es la capacidad de las baterías en Ah, K es una constante de polarización, R_{int} es la resistencia interna, v_{oc} es el voltaje de la batería a circuito abierto y v_{bat}, i_{bat} son el voltaje y la corriente de entrada a las baterías, respectivamente.

Modelo promediado

El modelo promediado se puede obtener de aplicar (3.6) en (4.19)-(4.20), obteniendo el siguiente modelo,

$$I_{bat}(t) = \frac{V_{bat}(t) - v_{oc}}{R_{int} + K SoC(t)}, \quad (4.21)$$

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau, \quad (4.22)$$

en donde I_{bat} y V_{bat} representan los valores promedios de i_{bat} y v_{bat} , respectivamente. Este modelo coincide con el modelo conmutado (3.38)-(3.39) del capítulo anterior, el cual fue obtenido a través de la leyes de Kirchhoff.

4.5 Acoplamiento de etapas

Hasta ahora se ha estudiado el procedimiento de la metodología empleada para el modelado a partir del formalismo de sistemas E-L de las etapas que integran el SCB. Lo que resta es el acoplamiento de los modelos obtenidos para cada una de las etapas bajo esta metodología, sin embargo, debido a que se demostró que dichos modelos son similares a los modelos obtenidos en el capítulo anterior mediante el uso de la leyes de Ohm y de Kirchhoff, entonces el procedimiento de acoplamiento es también similar.

En este sentido, al combinar los modelos E-L del convertidor CA/CD, CD/CD y la batería, expresados por las ecuaciones (4.7), (4.15) y (4.18), los cuales se reescriben a continuación para facilitar su referencia,

Convertidor CA/CD

$$\begin{aligned} L_1 \ddot{q}_{L1} &= V_{in} - u_1 \frac{q_{C1}}{C_1} \\ \dot{q}_{C1} &= u_1 \dot{q}_{L1} - \underbrace{\frac{q_{C1}}{R_x C_1}}_{u_2 \dot{q}_{L2}} \end{aligned}$$

Convertidor CD/CD

$$\begin{aligned} L_2 \ddot{q}_{L2} &= u_2 \underbrace{v_{cd}}_{q_{C1}/C_1} - \underbrace{\frac{q_{C2}}{C_2}}_{v_{bat}} \\ \dot{q}_{C2} &= \dot{q}_{L2} - \underbrace{\frac{q_{C2}}{R_o C_2}}_{\dot{q}_1} \end{aligned}$$

Batería

$$\dot{q}_1 = \frac{v_{bat} - q_2}{R_{int} + K SoC}$$

y tomando en cuenta que la corriente i_x expresada en coordenadas generalizadas, depende de la función de posición u_2 (véase Figura 3.17) como,

$$i_x = \frac{q_{C1}}{R_x C_1} = u_2 \dot{q}_{L2}$$

luego entonces, se tiene que el **modelo E-L que representa la dinámica conmutada**

del SCB, está dado como,

$$\begin{aligned}
L_1 \ddot{q}_{L1} &= V_{in} - u_1 \frac{q_{C1}}{C_1} \\
\dot{q}_{C1} &= u_1 \dot{q}_{L1} - u_2 \dot{q}_{L2} \\
L_2 \ddot{q}_{L2} &= u_2 \frac{q_{C1}}{C_1} - v_{bat} \\
\dot{q}_{C2} &= \dot{q}_{L2} - \dot{q}_1 \\
u_1 &\in \{-1, 0, 1\} \\
u_2 &\in \{0, 1\}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

donde,

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= \frac{v_{bat} - q_2}{R_{int} + K SoC} \\
SoC &= \frac{1}{Q_0} \int_0^t \dot{q}_1(\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Modelo promediado del SCB completo

Aplicando la definición de función promedio en (3.6) y el siguiente cambio de variables, $\dot{q}_{L1} = I_{L1}$, $q_{C1}/C_1 = V_{C1}$, $\dot{q}_{L2} = I_{L2}$, $q_{C2}/C_2 = V_{bat}$, $\dot{q}_1 = I_{bat}$ y $q_2 = v_{oc}$ en (4.23) y (4.24), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{L1} &= \frac{1}{L_1} [V_{in} - U_1 V_{C1}] \\
\dot{V}_{C1} &= \frac{1}{C_1} [U_1 I_{L1} - U_2 I_{L2}] \\
\dot{I}_{C2} &= \frac{1}{L_2} [U_2 V_{C1} - V_{bat}] \\
\dot{V}_{bat} &= \frac{1}{C_2} [I_{L2} - I_{bat}] \\
U_1 &\in [-1, 1] \\
U_2 &\in [0, 1]
\end{aligned} \tag{4.25}$$

donde,

$$\begin{aligned}
I_{bat} &= \frac{V_{bat} - v_{oc}}{R_{int} + K SoC(t)} \\
SoC(t) &= SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau,
\end{aligned} \tag{4.26}$$

además las señales de entrada conmutadas u_1 y u_2 son remplazadas por funciones U_1 y U_2 , respectivamente. Por lo tanto, es posible ver que a través de el enfoque de sistemas E-L se puede obtener la dinámica del SCB en variables conmutadas y promediadas.

Adicionalmente, el sistema descrito en (4.25), puede ser expresado en forma matricial como,

$$\mathcal{D}_{er}\dot{x}_{er} + \mathcal{J}_{er}(U)x_{er} = \mathcal{E}_{er} \quad (4.27)$$

$$\mathcal{D}_{er} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{J}_{er}(U) = \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 & 0 \\ -U_1 & 0 & U_2 & 0 \\ 0 & -U_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{E}_{er} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \\ -I_{bat} \end{bmatrix}$$

donde $x_{er} \triangleq [I_{L1} \ V_{C1} \ I_{L2} \ V_{bat}]^\top$, \mathcal{D}_{er} es una matriz diagonal, definida positiva, \mathcal{J}_{er} es una matriz antisimétrica y por último, \mathcal{E}_{er} es un vector de entradas, en el cual se encuentran las fuentes de alimentación del circuito e I_{bat} .

Por otra parte, considerando que la energía total del sistema, esta definida como,

$$\mathcal{H}_{er} = \frac{1}{2}(x_{er}^\top \mathcal{D}_{er} x_{er}),$$

entonces la derivada $\dot{\mathcal{H}}_{er}$, se expresa como,

$$\dot{\mathcal{H}}_{er} = x_{er}^\top \mathcal{D}_{er} \dot{x}_{er},$$

luego entonces, (4.27) puede reescribirse como,

$$x_{er}^\top \mathcal{D}_{er} \dot{x}_{er} + x_{er}^\top \mathcal{J}_{er}(U)x_{er} = x_{er}^\top \mathcal{E}_{er}$$

y por propiedad de antisimetría de \mathcal{J}_{er} e integrando de 0 a t la ecuación anterior, se obtiene la ecuación de balance de energía,

$$\underbrace{\mathcal{H}_{er}(t) - \mathcal{H}_{er}(0)}_{\text{Energía almacenada}} = \underbrace{\int_0^t x_{er}^\top(\tau) \mathcal{E}_{er} d\tau}_{\text{Energía suministrada}}$$

$$\mathcal{H}_{er}(t) - \mathcal{H}_{er}(0) = \int_0^t V_{in} i_{L1}(\tau) d\tau - \int_0^t v_{bat} i_{bat}(\tau) d\tau$$

Por lo tanto, el modelo del SCB obtenido bajo el formalismo de E-L, demuestra ser un sistemas pasivo. Nótese que en la forma matricial del SCB (4.27), no aparece la matriz de disipación de energía, esto se debe a que el SCB fue considerado ideal, es decir, sin perdidas; sin embargo, no deja de ser un sistema pasivo, ya que está inspirado en un sistema físico que inherentemente disipa energía a través de resistencias parásitas de sus elementos e incluso la resistencia interna de la batería, la cual es considerada en el modelo.

En resumen, en esta capítulo se abordó el modelado del SCB a través del formalismo de sistemas E-L, un enfoque de modelado distinto al tradicional, el cual esta basado

en el balance de energía del sistema y resalta la propiedad de pasividad del sistema. En particular se obtuvieron los parámetros E-L, el lagrangiano y mediante la ecuación dinámica de movimiento de E-L se obtuvieron los modelos en cada una de las etapas que integran el SCB. Finalmente se acoplaron los modelos obtenidos y se presenta el modelo promedio del SCB completo.

En el siguiente capítulo, se analiza la inyección de disipación al sistema mediante el lazo de realimentación derivado de la técnica de PBC, con el fin de asegurar convergencia de las trayectorias del sistema en lazo cerrado a los valores deseados.

Capítulo 5

Control basado en pasividad

En este capítulo se abordará la técnica de diseño de control no lineal basada en pasividad para la estabilización de la dinámica promedio del SCB obtenido en el capítulo anterior, en primera instancia con los parámetros conocidos, el cual llamaremos PBC nominal y posteriormente con incertidumbre de algunos parámetros del circuito. La técnica de diseño de controladores basada en pasividad, es un proceso que aprovecha las propiedades disipativas de energía que presentan una gran cantidad sistemas no lineales y que modifica a través de los dispositivos de conmutación, la energía total almacenada y las características de amortiguamiento del circuito, sin despreciar las no linealidades del sistema. El objetivo de PBC es, imponer una dinámica de tal forma que el sistema preserve la propiedad de pasividad en lazo cerrado, es decir, la entrada de control es tal que, el sistema en lazo cerrado puede interpretarse como una interconexión de dos subsistemas pasivos [28].

Desde un punto de vista más general, el PBC se puede pensar como una técnica de diseño constituida por dos etapas, definidas como, *moldeo de energía e inyección de amortiguamiento*. En la etapa de moldeo de energía, se desea conducir a la función de energía en lazo cerrado hacia una función de almacenamiento de energía deseada, la cual, típicamente se selecciona de la consideración de una dinámica de error. Por otro lado, la etapa de inyección de amortiguamiento, se encarga de modificar la función de disipación del sistema a través de la agregación de una matriz de resistencias virtuales para amortiguar las oscilaciones del sistema y asegurar estabilidad asintótica de las trayectorias del sistema en lazo cerrado [17]. El diseño de control no lineal basado en pasividad ha sido usado con éxito en tareas de regulación y seguimiento de sistemas E-L en aplicaciones industriales, tales como robots manipuladores, sistemas electrónicos de potencia, sistemas electromecánicos, vehículos submarinos y control de procesos [37,38].

5.1 Objetivos de control

Primeramente, se definen los objetivos de control que se pretenden lograr con el método basado en pasividad, los cuales se presentan a continuación:

1. El SCB debe operar con un FP cercano a uno. Esto es logrado asegurando que, durante la operación del sistema, la corriente del inductor i_{L1} siga a una señal sinusoidal de referencia $i_{L1}^* = I_d \sin(\omega t)$, con la misma frecuencia y fase que la fuente de voltaje de entrada $V_{in} = V_p \sin(\omega t)$.
2. El voltaje en el bus de CD, v_{C1} , debe de ser regulado a un valor de referencia v_{C1}^* (véase capítulo 2), donde $v_{C1}^* > V_p$, con el propósito de lograr el efecto de elevación por parte del convertidor CA/CD.
3. Durante el proceso de suministro de energía al BB, lograr los perfiles de corriente y voltaje de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC.

5.2 Diseño del PBC

En esta sección, se llevará a cabo el desarrollo del PBC nominal para el SCB, ilustrado en la Figura 3.1 y se comienza presentando el modelo matemático considerado.

Modelo promedio del SCB

A partir del siguiente cambio de variables y de la consideración de la definición de función promedio en (3.6):

$$\begin{aligned}\dot{q}_{L1} &= x_1 \\ q_{C1}/C_1 &= x_2 \\ \dot{q}_{L2} &= x_3 \\ q_{C2}/C_2 &= x_4 \\ \dot{q}_1 &= I_{bat} \\ q_2 &= v_{oc} \\ u_1 &= U_1 \\ u_2 &= U_2\end{aligned}$$

donde x_1, x_2, x_3, x_4 e I_{bat} representan los *valores promedios* de $i_{L1}, v_{C1}, i_{L2}, v_{bat}$ e i_{bat} , respectivamente, $U_1 \in [-1, 1]$ y $U_2 \in [0, 1]$, representan funciones de *ciclo de trabajo* de

un circuito PWM, es posible obtener un modelo promedio del SCB a partir del modelo E-L conmutado descrito por la ecuaciones (4.23) y (4.24), de la siguiente manera,

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L_1} [V_{in} - U_1 x_2] \quad (5.1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_1} [U_1 x_1 - U_2 x_3] \quad (5.2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L_2} [U_2 x_2 - x_4] \quad (5.3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{C_2} [x_3 - I_{bat}] \quad (5.4)$$

$$I_{bat} = \frac{x_4 - v_{oc}}{R_{int} + K SoC(t)} \quad (5.5)$$

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau, \quad (5.6)$$

Por lo tanto el modelo descrito por las ecuaciones (5.1)-(5.6), será usado para el diseño de un controlador no lineal basado en pasividad, el cual puede verse como un procedimiento que consta de una serie pasos, que logran sintetizar el esquema de control. En este trabajo de tesis, se han resumido estos pasos, con la finalidad de hacer más sencillo el procedimiento de diseño, como a continuación se presenta:

Pasos para el diseño del PBC

1. Formular una representación matricial del modelo promedio del SCB.
2. Definir una variable de error, que represente la desviación que existe entre las trayectorias de los estados y los valores de los estados deseado.
3. Definir la ecuación dinámica deseada del sistema, en la cual se incluya el término de inyección de amortiguamiento.
4. Definir la ecuación dinámica del error del sistema.
5. Obtener la expresión del controlador.
6. Analizar la estabilidad asintótica de la dinámica del error del sistema.

Procedimiento para el diseño del PBC nominal del SCB

De acuerdo a los pasos de diseño del PBC y el modelo promedio del SCB, se tiene lo siguiente,

1. Se formula una **representación matricial** del modelo promedio del SCB, dado por las ecuaciones (5.1)-(5.4),

$$\mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x = \mathcal{E} \quad (5.7)$$

donde,

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{J}(U) = \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 & 0 \\ -U_1 & 0 & U_2 & 0 \\ 0 & -U_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \\ -I_{bat} \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

debido a que se asume que los elementos del SCB son ideales, (5.7) no presenta matriz de disipación, luego entonces, $\mathcal{R} = 0$. Por otro lado, la corriente I_{bat} , es considerada como una entrada al sistema, con el fin de obtener una estructura adecuada y aplicar esta metodología de diseño de controladores.

2. Se define la **variable de error** de la siguiente forma,

$$\tilde{x} \triangleq x - x_d \quad (5.8)$$

donde, $x_d = [x_{1d} \ x_{2d} \ x_{3d} \ x_{4d}]^\top$ es el vector de estado deseado y $\tilde{x} = [\tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2 \ \tilde{x}_3 \ \tilde{x}_4]^\top$ denota el vector de discrepancia entre los estados del sistema y valores deseados.

En este sentido, se dice que los objetivos de control son logrados cuando,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}(t)\| = 0. \quad (5.9)$$

3. Se define la **ecuación dinámica deseada**, la cual esta basada en la expresión de la representación matricial del SCB en (5.7) en términos de los estados deseados y además incluye el término de **inyección de amortiguamiento**, denotado por $\mathcal{R}_i \tilde{x}$, como se muestra a continuación,

$$\mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i \tilde{x} = \mathcal{E}_d. \quad (5.10)$$

4. Se define la **ecuación dinámica del error**, la cual está dada como la diferencia que existe entre la dinámica del sistema en (5.7) y la dinámica deseada en (5.10),

$$\frac{\begin{array}{l} \mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x = \mathcal{E} \\ - (\mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i \tilde{x} = \mathcal{E}_d) \end{array}}{\mathcal{D}\dot{\tilde{x}} + \mathcal{J}(U)\tilde{x} + \mathcal{R}_i \tilde{x} = \underbrace{\mathcal{E} - \mathcal{E}_d}_{\Psi}}$$

en donde,

$$\mathcal{D}\dot{\tilde{x}} + \mathcal{J}(U)\tilde{x} + \mathcal{R}_i \tilde{x} = \Psi, \quad (5.11)$$

representa la ecuación dinámica del error y \mathcal{R}_i es la matriz de amortiguamiento, añadida mediante la elección de una función de disipación de Rayleigh deseada asociada al error, de la siguiente manera,

$$\mathcal{F}_d = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top \mathcal{R}_i \tilde{x} \quad (5.12)$$

y por definición de (2.19), \mathcal{R}_i debe de cumplir con, $\mathcal{R}_i = \mathcal{R}_i^\top \geq 0$ y ser diagonal, luego entonces, se tiene que,

$$\mathcal{R}_i = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \quad ; \quad r_1, r_2, r_3, r_4 > 0$$

5. Para obtener la **expresión del controlador**, primero es necesario que el lado derecho de la ecuación dinámica del error en (5.11) sea igual a cero, lo cual implica lograr el objetivo de control en (5.9), entonces,

$$\begin{aligned} \Psi &= 0 \\ \mathcal{E} - \mathcal{E}_d &= 0 \\ \mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i\tilde{x} &= \mathcal{E} \end{aligned}$$

reescribiendo de forma explícita la igualdad anterior, se tiene

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{1d} \\ \dot{x}_{2d} \\ \dot{x}_{3d} \\ \dot{x}_{4d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 & 0 \\ -U_1 & 0 & U_2 & 0 \\ 0 & -U_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ x_{3d} \\ x_{4d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \\ -I_{bat} \end{bmatrix}$$

y se obtienen las ecuaciones que definen de manera implícita al controlador:

$$L_1\dot{x}_{1d} + U_1x_{2d} - r_1\tilde{x}_1 = V_{in} \quad (5.13)$$

$$C_1\dot{x}_{2d} - U_1x_{1d} + U_2x_{3d} - r_2\tilde{x}_2 = 0 \quad (5.14)$$

$$L_2\dot{x}_{3d} - U_2x_{2d} + x_{4d} - r_3\tilde{x}_3 = 0 \quad (5.15)$$

$$C_2\dot{x}_{4d} - x_{3d} - r_4\tilde{x}_4 = -I_{bat} \quad (5.16)$$

por lo tanto, sí se satisfacen (5.13)-(5.16) para todo tiempo, entonces se logra el objetivo de control y que $\Psi = 0$ (moldeo de energía). Al obtener la solución para U_1 , \dot{x}_{2d} , U_2 y \dot{x}_{4d} en (5.13), (5.14), (5.15) y (5.16), respectivamente, se tiene de forma explícita la dinámica del **controlador nominal**:

$$U_1 = \frac{1}{x_{2d}} (V_{in} - L_1\dot{x}_{1d} + r_1\tilde{x}_1) \quad (5.17)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} (U_1x_{1d} - U_2x_{3d} + r_2\tilde{x}_2), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.18)$$

$$U_2 = \frac{1}{x_{2d}} (L_2\dot{x}_{3d} + x_{4d} - r_3\tilde{x}_3) \quad (5.19)$$

$$\dot{x}_{4d} = \frac{1}{C_2} (x_{3d} + r_4\tilde{x}_4 - I_{bat}) \quad (5.20)$$

6. **Análisis de estabilidad.** El objetivo de la metodología PBC se logra al conducir a la función de energía en lazo cerrado a una función de almacenamiento energía deseada asociada al error, la cual está motivada por la forma de la función de energía total del modelo del sistema promedio, dada como $\mathcal{H}(x) = \frac{1}{2}x^\top \mathcal{D}x$, [17]. Por lo tanto, para verificar que los estados del sistema tienden a los valores deseados de forma asintóticamente, entonces, se elige $V(\tilde{x})$ como una función de almacenamiento deseada, tal que,

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top \mathcal{D}\tilde{x}$$

en donde, $V(0) = 0$; $V(\tilde{x}) > 0, \forall \tilde{x} \neq 0$ y $V(\infty) \rightarrow \infty$, cuando $\|\tilde{x}\| \rightarrow \infty$. Por otro lado, la derivada en el tiempo de $V(\tilde{x})$ es,

$$\dot{V}(\tilde{x}) = \tilde{x}^\top \mathcal{D}\dot{\tilde{x}} \quad (5.21)$$

despejando el término $\mathcal{D}\dot{\tilde{x}}$ de (5.11) y sustituyendo en (5.21), se obtiene,

$$\dot{V} = \tilde{x}^\top \Psi - \tilde{x}^\top \mathcal{J}(U)\tilde{x} - \tilde{x}^\top \mathcal{R}_i\tilde{x}$$

debido a que $\mathcal{J}(U)$ es una matriz antisimétrica, entonces el término $\tilde{x}^\top \mathcal{J}(U)\tilde{x} = 0$ y por el paso 5, se tiene que $\Psi = 0$, por lo tanto,

$$\dot{V} = -\tilde{x}^\top \mathcal{R}_i\tilde{x} \leq -\frac{\alpha}{\beta}V(\tilde{x}) < 0; \quad \forall \tilde{x} \neq 0 \quad (5.22)$$

donde α es definida como $\alpha = \min\{r_1, r_2, r_3, r_4\}$, $\beta = \max\{L_1, C_1, L_2, C_2\}$ y debido a que $\mathcal{R}_i > 0$, entonces, la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado es definida negativa y por el Teorema 2.2, se **asegura estabilidad asintótica**.

Consideración sobre el algoritmo de carga CC-VC

Tomando en cuenta el planteamiento del tercer punto de los objetivos de control, se requiere suministrar una corriente y un voltaje que presenten un perfil de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC, por lo cual es necesario tener en consideración ciertos aspectos para tener un buen desempeño por parte del controlador.

Como es explicado en el capítulo 1, en la etapa de CC del algoritmo, la corriente I_{bat} debe ser regulada a un valor *constante preestablecido* i_{bat}^* , mientras el voltaje $V_{bat} = x_4$, aumenta hasta llegar a un valor específico, en donde la etapa de VC del algoritmo comienza, en esta etapa el BB es cargado con un voltaje regulado a un valor *constante preestablecido* v_{bat}^* , mientras la corriente I_{bat} decrece hasta llegar a un valor específico (véase diagrama de flujo de la Figura 1.8). De acuerdo a lo anterior se tiene que:

Etapa de CC	Etapa de VC
$x_{3d} = i_{bat}^* \implies \dot{x}_{3d} = 0$	$x_{4d} = v_{bat}^* \implies \dot{x}_{4d} = 0$

Tabla 5.1: Dinámica deseada de acuerdo al algoritmo de carga CC-VC.

Controlador durante CC

La Tabla 5.1 muestra que para el caso en donde se carga a corriente constante, la dinámica deseada de corriente $\dot{x}_{3d} = 0$. Por lo tanto el controlador nominal expresado por las ecuaciones (5.17)- (5.20), estaría expresado de la siguiente manera,

$$U_1 = \frac{1}{x_{2d}} (V_{in} - L_1 \dot{x}_{1d} + r_1 \tilde{x}_1) \quad (5.23)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} (U_1 x_{1d} - U_2 x_{3d} + r_2 \tilde{x}_2), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.24)$$

$$U_2 = \frac{1}{x_{2d}} (x_{4d} - r_3 \tilde{x}_3) \quad (5.25)$$

$$\dot{x}_{4d} = \frac{1}{C_2} (x_{3d} + r_4 \tilde{x}_4 - I_{bat}), \quad (5.26)$$

donde se observa que el cambio significativo radica en la anulación del término $L_2 \dot{x}_{3d}$ en (5.25), esto asegura que $I_{bat} = i_{bat}^*$, mientras V_{bat} sigue a la trayectoria x_{4d} , dada por la solución de la dinámica auxiliar del controlador \dot{x}_{4d} .

Controlador durante VC

Por otro lado, para el caso en donde se carga con voltaje constante, la dinámica auxiliar del controlador $\dot{x}_{4d} = 0$, por lo tanto el controlador nominal expresado por las ecuaciones (5.17)- (5.20), estaría expresado de la siguiente manera,

$$U_1 = \frac{1}{x_{2d}} (V_{in} - L_1 \dot{x}_{1d} + r_1 \tilde{x}_1) \quad (5.27)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} (U_1 x_{1d} - U_2 x_{3d} + r_2 \tilde{x}_2), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.28)$$

$$U_2 = \frac{1}{x_{2d}} (L_2 \dot{x}_{3d} + x_{4d} - r_3 \tilde{x}_3) \quad (5.29)$$

$$x_{3d} = I_{bat} - r_4 \tilde{x}_4, \quad (5.30)$$

con lo anterior se asegura que $V_{bat} = v_{bat}^*$, mientras que I_{bat} sigue a la trayectoria de x_{3d} dada por (5.30). Es fácil ver que se requiere del conocimiento de \dot{x}_{3d} , la cual es necesaria en (5.29), por lo tanto, el cálculo de la derivada analítica de x_{3d} , está dada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{3d} &= \dot{I}_{bat} - r_4 \dot{\tilde{x}}_4 \\ \dot{x}_{3d} &= \dot{I}_{bat} - r_4 (\dot{x}_4 - \dot{x}_{4d}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

donde,

$$\begin{aligned}\dot{I}_{bat} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{x_4(t) - v_{oc}}{R_{int} + KSoC(t)} \right) \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{x_4(t)}{R_{int} + KSoC(t)} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{v_{oc}}{R_{int} + KSoC(t)} \right)\end{aligned}$$

usando la siguiente formulación de derivada $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v(du/dx) - u(dv/dx)}{v^2}$, entonces,

$$\begin{aligned}&= \frac{(R_{int} + KSoC)\dot{x}_4 - x_4(K(I_{bat}/Q_0))}{(R_{int} + KSoC)^2} - v_{oc} \frac{d}{dt} (R_{int} + KSoC(t))^{-1} \\ &= \frac{(R_{int} + KSoC)\dot{x}_4 - x_4(KI_{bat}/Q_0)}{(R_{int} + KSoC)^2} - v_{oc} [(-1)(R_{int} + KSoC)^{-2}(KI_{bat}/Q_0)],\end{aligned}$$

si $A = R_{int} + KSoC$, entonces

$$\begin{aligned}&= \frac{A\dot{x}_4 - x_4(KI_{bat}/Q_0)}{A^2} + \frac{v_{oc}KI_{bat}/Q_0}{A^2} \\ &= \frac{Q_0A\dot{x}_4 - x_4KI_{bat}}{Q_0A^2} + \frac{v_{oc}KI_{bat}}{Q_0A^2} \\ &= \frac{Q_0A\dot{x}_4 + (v_{oc} - x_4)KI_{bat}}{Q_0A^2},\end{aligned}$$

y si $B = v_{oc} - x_4$, entonces

$$= \frac{Q_0A\dot{x}_4 + BKI_{bat}}{Q_0A^2},$$

sustituyendo \dot{x}_4 e I_{bat} en la ecuación anterior, entonces

$$\begin{aligned}&= \frac{Q_0A \left(\frac{x_3 - I_{bat}}{C_2} \right) + BK \left(\frac{x_4 - v_{oc}}{A} \right)}{Q_0A^2} = \frac{\frac{Q_0A}{C_2} (x_3 - I_{bat}) - \frac{BK}{A} (v_{oc} - x_4)}{Q_0A^2} \\ &= \frac{\frac{Q_0A}{C_2} \left(x_3 - \frac{x_4 - v_{oc}}{A} \right) - \frac{B^2K}{A}}{Q_0A^2} = \frac{\frac{Q_0A}{C_2} \left(\frac{Ax_3 + B}{A} \right) - \frac{B^2K}{A}}{Q_0A^2} \\ &= \frac{\frac{Q_0A}{C_2} (Ax_3 + B) - \frac{B^2K}{A}}{Q_0A^2} \\ \dot{I}_{bat} &= \frac{AQ_0(Ax_3 + B) - C_2B^2K}{C_2Q_0A^3}.\end{aligned}\tag{5.32}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned}
\dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} &= \frac{1}{C_2}(x_3 - I_{bat}) - 0 \\
&= \frac{1}{C_2} \left(x_3 - \frac{x_4 - v_{oc}}{A} \right) \\
&= \frac{1}{C_2} \left(\frac{Ax_3 + B}{A} \right) \\
&= \frac{1}{C_2 A} (Ax_3 + B)
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Por lo tanto, sustituyendo (5.32) y (5.33) en (5.31), se tiene,

$$\dot{x}_{3d} = \frac{(AQ_0)(1 - r_4A)(Ax_3 + B) - C_2B^2K}{C_2Q_0A^3}, \tag{5.34}$$

como se puede observar, \dot{x}_{3d} en (5.34), está expresada en términos de los parámetros de la batería, del voltaje en las terminales del BB x_4 , la ganancia del control r_4 , del capacitor C_2 y del SoC .

En la practica, obtener la estimación del SoC resulta complicado, lo cual implica que \dot{x}_{3d} no sea factible de obtener, por lo tanto, se decidió calcular \dot{x}_{3d} por medio de un **filtro de variable de estado**, el cual está definido como [39],

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= -(2\pi f)^2 z_1 - 2^{2/3} \pi f z_2 + (2\pi f)^2 x_{3d},
\end{aligned} \tag{5.35}$$

con $f = 45 \text{ Hz}$. La entrada al filtro es la corriente deseada del inductor L_2 en la etapa de VC x_{3d} en (5.30) y la salida son los estados z_1 y z_2 que son la corriente filtrada deseada x_{3d}^f y su derivada \dot{x}_{3d}^f , respectivamente, esta última salida del filtro es utilizada en la ecuación (5.29), con el fin de evitar depender del SoC para su cálculo.

Las consideraciones planteadas arriba para cada uno de las etapas del proceso de carga dan la pauta para establecer condiciones sobre las variables de estado deseadas y las dinámicas de las mismas, las cuales se resumen a continuación:

Variables de estados deseadas

$$x_{1d} = x_1^* \tag{5.36}$$

$$x_{2d} = \text{Sol. de la dinámica auxiliar, } \dot{x}_{2d} \tag{5.37}$$

$$x_{3d} = \begin{cases} x_3^*, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ I_{bat} - r_4 \tilde{x}_4, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \tag{5.38}$$

$$x_{4d} = \begin{cases} \text{Sol. de la dinámica auxiliar, } \dot{x}_{4d}, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ x_4^*, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \tag{5.39}$$

Referencias

$$x_1^* = i_{L1}^* = I_d \sin(\omega t) \quad (5.40)$$

$$x_2^* = v_{C1}^* > V_p \quad (5.41)$$

$$x_3^* = i_{bat}^* > i_{min} \quad (5.42)$$

$$x_4^* = v_{bat}^* > v_{oc} \quad (5.43)$$

Derivadas de valores deseados

$$\dot{x}_{1d} = \omega I_d \cos(\omega t) \quad (5.44)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} (U_1 x_{1d} - U_2 x_{3d} + r_2 \tilde{x}_2), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.45)$$

$$\dot{x}_{3d} = \begin{cases} 0, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ \dot{x}_{3d}^f, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.46)$$

$$\dot{x}_{4d} = \begin{cases} \frac{1}{C_2} (x_{3d} + r_4 \tilde{x}_4 - I_{bat}), & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ 0, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.47)$$

para el caso particular de \dot{x}_{1d} , la cual es requerida en (5.17), $I_d > 0$ determina la amplitud de la señal sinusoidal la cual (de acuerdo al primer objetivo de control) se busca esté en fase con V_{in} , luego entonces, I_d puede ser calculada a través de un control PI, como se explica a continuación:

$$I_d = k_p e + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5.48)$$

en donde, $e = x_2^* - x_2$ y a su vez x_2^* descrita por (3.13) es la referencia del voltaje en el bus de CD. Así, a través del PBC es posible controlar la corriente de entrada x_1 , para el seguimiento de la señal x_1^* , donde I_d está dada por (5.48), logrando un FP unitario y el seguimiento de voltaje en la bus de CD. Es claro ver que, para el caso de x_{3d} , \dot{x}_{3d} , x_{4d} y \dot{x}_{4d} , el controlador deberá incluir un esquema para poder realizar el cambio de función en dependencia de la etapa del algoritmo.

5.3 Diseño del PBC con la inclusión del NDO

En la practica, la existencia de incertidumbres paramétricas, errores de modelado, caídas de voltaje en elementos semiconductores, etc., pueden causar que las variables de estado en un sistema de control, exhiban errores en estado estacionario, lo cual es un problema debido a que dichas incertidumbres podrían no ser compensadas correctamente por un controlador nominal. Para solucionar este tipo de problemas, han sido desarrollados controladores basados en la metodología de PBC complementados con PID, mediante la agregación de un termino integral, eliminando el error en estado estacionario en el voltaje de salida, pero éstos pueden presentar un exceso de “sobretiro”, limitada recuperación del desempeño y un largo tiempo de estabilización [40].

Surge así, el PBC con el NDO, el cual fue primeramente introducido en [41] para un convertidor boost con solo una carga resistiva. Este enfoque provee una buena solución para la eliminación del efecto de las perturbaciones con una desviación menor y una rápida recuperación del desempeño manteniendo la propiedad de pasividad [42].

En esta sección, las incertidumbres paramétricas, errores de modelado, caída de voltaje en elementos semiconductores, etc., del SCB van a ser tomadas en cuenta, por lo tanto se presenta el diseño de una estrategia de control, basada en la versión previa de diseño del PBC nominal con la inclusión del NDO. Así, el PBC asegura la estabilidad del sistema, mientras que el NDO compensa las perturbaciones indeseadas a través de un lazo de retroalimentación.

Procedimiento para el diseño del PBC con NDO

Se dará comienzo al procedimiento de diseño definiendo un vector de perturbaciones, δ , de la siguiente manera,

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

este vector formará parte del modelo del SCB y en él se engloban todas las incertidumbres paramétricas, errores de modelado, caída de voltaje en elementos semiconductores, etc., que no hayan sido considerados en el proceso de modelado. Así, el modelo promedio de sistema queda descrito por el conjunto de ecuaciones (5.1)-(5.6) más el vector de perturbaciones δ , adicionado a los estados del sistema,

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L_1}[V_{in} - U_1x_2 + \delta_1] \quad (5.50)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_1}[U_1x_1 - U_2x_3 + \delta_2] \quad (5.51)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L_2}[U_2x_2 - x_4 + \delta_3] \quad (5.52)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{C_2}[x_3 - I_{bat} + \delta_4] \quad (5.53)$$

$$I_{bat} = \frac{x_4 - v_{oc}}{R_{int} + KSoC} \quad (5.54)$$

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau, d\tau \quad (5.55)$$

el conjunto de ecuaciones (5.50)-(5.55) representan el **modelo promedio del SCB perturbado**. A partir de aquí es posible aplicar los pasos para el diseño de PBC como se realizó para el caso del controlador nominal, como se muestra a continuación :

1. Se formula la **representación matricial** del sistema,

$$\mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x - \delta = \mathcal{E} \quad (5.56)$$

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{J}(U) = \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 & 0 \\ -U_1 & 0 & U_2 & 0 \\ 0 & -U_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \\ -I_{bat} \end{bmatrix}$$

2. Nuevamente se define la **variable de error**,

$$\tilde{x} \triangleq x - x_d \quad (5.57)$$

donde, $x_d = [x_{1d} \ x_{2d} \ x_{3d} \ x_{4d}]^\top$ y $\tilde{x} = [\tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2 \ \tilde{x}_3 \ \tilde{x}_4]^\top$ y nuevamente se reitera que los objetivos de control son logrados cuando,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}(t)\| = 0. \quad (5.58)$$

3. Se define la **ecuación dinámica deseada** y se incluye el término de **inyección de amortiguamiento**, denotado por $\mathcal{R}_i \tilde{x}$, como se muestra a continuación,

$$\mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i \tilde{x} - \delta = \mathcal{E}_d. \quad (5.59)$$

4. Se define la **ecuación dinámica del error**, definida como la diferencia que existe entre la dinámica del sistema en (5.56) y la dinámica deseada en (5.59),

$$\begin{array}{r} \mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x - \delta = \mathcal{E} \\ - (\mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i \tilde{x} - \delta = \mathcal{E}_d) \\ \hline \mathcal{D}\dot{\tilde{x}} + \mathcal{J}(U)\tilde{x} + \mathcal{R}_i \tilde{x} = \underbrace{\mathcal{E} - \mathcal{E}_d}_{\Psi} \end{array}$$

en donde,

$$\mathcal{D}\dot{\tilde{x}} + \mathcal{J}(U)\tilde{x} + \mathcal{R}_i \tilde{x} = \Psi, \quad (5.60)$$

representa la ecuación dinámica del error y \mathcal{R}_i es la matriz de amortiguamiento, añadida mediante la elección de una función de disipación de Rayleigh deseada asociada al error, de la siguiente manera,

$$\mathcal{F}_d = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top \mathcal{R}_i \tilde{x} \quad (5.61)$$

y por definición de (2.19), \mathcal{R}_i debe de cumplir con, $\mathcal{R}_i = \mathcal{R}_i^\top \geq 0$ y ser diagonal, luego entonces, se tiene que,

$$\mathcal{R}_i = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \quad ; \quad r_1, r_2, r_3, r_4 > 0$$

5. Para obtener la **expresión del controlador**, es necesario lograr que el lado derecho de la ecuación dinámica del error en (5.60) sea igual a cero, lo cual implica lograr el objetivo de control en (5.58), entonces,

$$\begin{aligned}\Psi &= 0 \\ \mathcal{E} - \mathcal{E}_d &= 0 \\ \mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{J}(U)x_d - \mathcal{R}_i\tilde{x} - \delta &= \mathcal{E}\end{aligned}$$

reescribiendo de forma explícita la igualdad anterior, se tiene

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{1d} \\ \dot{x}_{2d} \\ \dot{x}_{3d} \\ \dot{x}_{4d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 & 0 \\ -U_1 & 0 & U_2 & 0 \\ 0 & -U_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ x_{3d} \\ x_{4d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \\ 0 \\ -I_{bat} \end{bmatrix}$$

y se obtienen las ecuaciones que definen de manera implícita al controlador:

$$L_1\dot{x}_{1d} + U_1x_{2d} - r_1\tilde{x}_1 - \delta_1 = V_{in} \quad (5.62)$$

$$C_1\dot{x}_{2d} - U_1x_{1d} + U_2x_{3d} - r_2\tilde{x}_2 - \delta_2 = 0 \quad (5.63)$$

$$L_2\dot{x}_{3d} - U_2x_{2d} + x_{4d} - r_3\tilde{x}_3 - \delta_3 = 0 \quad (5.64)$$

$$C_2\dot{x}_{4d} - x_{3d} - r_4\tilde{x}_4 - \delta_4 = -i_{bat} \quad (5.65)$$

por lo tanto, sí se satisfacen (5.62)-(5.65) para todo tiempo, entonces se logra el objetivo de control y que $\Psi = 0$ (moldeo de energía). Al obtener la solución para U_1 , \dot{x}_{2d} , U_2 y \dot{x}_{4d} en (5.62), (5.63), (5.64) y (5.65), respectivamente, se tiene de forma explícita la dinámica del **controlador con perturbación**:

$$U_1 = \frac{1}{x_{2d}} \left(V_{in} - L_1\dot{x}_{1d} + r_1\tilde{x}_1 + \hat{\delta}_1 \right) \quad (5.66)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} \left(U_1x_{1d} - U_2x_{3d} + r_2\tilde{x}_2 + \hat{\delta}_2 \right), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.67)$$

$$U_2 = \frac{1}{x_{2d}} \left(L_2\dot{x}_{3d} + x_{4d} - r_3\tilde{x}_3 - \hat{\delta}_3 \right) \quad (5.68)$$

$$\dot{x}_{4d} = \frac{1}{C_2} \left(x_{3d} + r_4\tilde{x}_4 - I_{bat} + \hat{\delta}_4 \right) \quad (5.69)$$

Nótese que en este punto, se asume que $\hat{\delta}_i = \delta_i$, con $i = 1, 2, 3, 4$, donde $\hat{\delta}$ representa la estimación de las perturbaciones (calculadas más adelante), por lo tanto, el conjunto de ecuaciones (5.66)-(5.69) describen la dinámica del controlador para el SCB bajo perturbaciones.

6. **Análisis de estabilidad.** Se propone una función de almacenamiento energía deseada asociada al error $V(\tilde{x})$, motivada por la función de energía total del sistema, dada como $\mathcal{H}(x) = \frac{1}{2}x^\top \mathcal{D}x$, tal que,

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top \mathcal{D}\tilde{x}$$

en donde, $V(0) = 0$; $V(\tilde{x}) > 0, \forall \tilde{x} \neq 0$ y $V(\infty) \rightarrow \infty$, cuando $\|\tilde{x}\| \rightarrow \infty$. Por otro lado, la derivada en el tiempo de $V(\tilde{x})$ es,

$$\dot{V}(\tilde{x}) = \tilde{x}^\top \mathcal{D}\dot{\tilde{x}} \quad (5.70)$$

despejando el término $\mathcal{D}\dot{\tilde{x}}$ de (5.60) y sustituyendo en (5.70), se obtiene,

$$\dot{V} = \tilde{x}^\top \Psi - \tilde{x}^\top \mathcal{J}(U)\tilde{x} - \tilde{x}^\top \mathcal{R}_i \tilde{x}$$

considerando la propiedad de antisimetría de $\mathcal{J}(U)$, entonces el término $\tilde{x}^\top \mathcal{J}(U)\tilde{x} = 0$ y por el paso 5, se tiene que $\Psi = 0$, por lo tanto,

$$\dot{V} = -\tilde{x}^\top \mathcal{R}_i \tilde{x} \leq -\frac{\alpha}{\beta} V(\tilde{x}) < 0; \quad \forall \tilde{x} \neq 0 \quad (5.71)$$

donde α es definida como $\alpha = \min\{r_1, r_2, r_3, r_4\}$, $\beta = \max\{L_1, C_1, L_2, C_2\}$ y debido a que $\mathcal{R}_i > 0$, entonces, la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado es definida negativa y por el Teorema 2.2, se **asegura estabilidad asintótica**.

Variables de estado deseadas

$$x_{1d} = x_1^* \quad (5.72)$$

$$x_{2d} = \text{Sol. de la dinámica auxiliar, } \dot{x}_{2d} \quad (5.73)$$

$$x_{3d} = \begin{cases} x_3^*, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ I_{bat} - r_4 \tilde{x}_4 - \hat{\delta}_4, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.74)$$

$$x_{4d} = \begin{cases} \text{Sol. de la dinámica auxiliar, } \dot{x}_{4d}, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ x_4^*, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.75)$$

Referencias

$$x_1^* = i_{L1}^* = I_d \sin(\omega t) \quad (5.76)$$

$$x_2^* = v_{C1}^* > V_p \quad (5.77)$$

$$x_3^* = i_{bat}^* > i_{min} \quad (5.78)$$

$$x_4^* = v_{bat}^* > v_{oc} \quad (5.79)$$

Derivadas de valores deseados

$$\dot{x}_{1d} = \omega I_d \cos(\omega t) \quad (5.80)$$

$$\dot{x}_{2d} = \frac{1}{C_1} \left(U_1 x_{1d} - U_2 x_{3d} + r_2 \tilde{x}_2 + \hat{\delta}_2 \right), \quad x_{2d}(0) > 0 \quad (5.81)$$

$$\dot{x}_{3d} = \begin{cases} 0, & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ \dot{x}_{3d}^f, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.82)$$

$$\dot{x}_{4d} = \begin{cases} \frac{1}{C_2} \left(x_{3d} + r_4 \tilde{x}_4 - I_{bat} + \hat{\delta}_4 \right), & \text{cuando } x_4 < x_4^* \\ 0, & \text{cuando } x_4 \geq x_4^* \end{cases} \quad (5.83)$$

donde \dot{x}_{3d}^f se calcula a través del filtro de variable de estado, descrito en (5.35) e I_d es

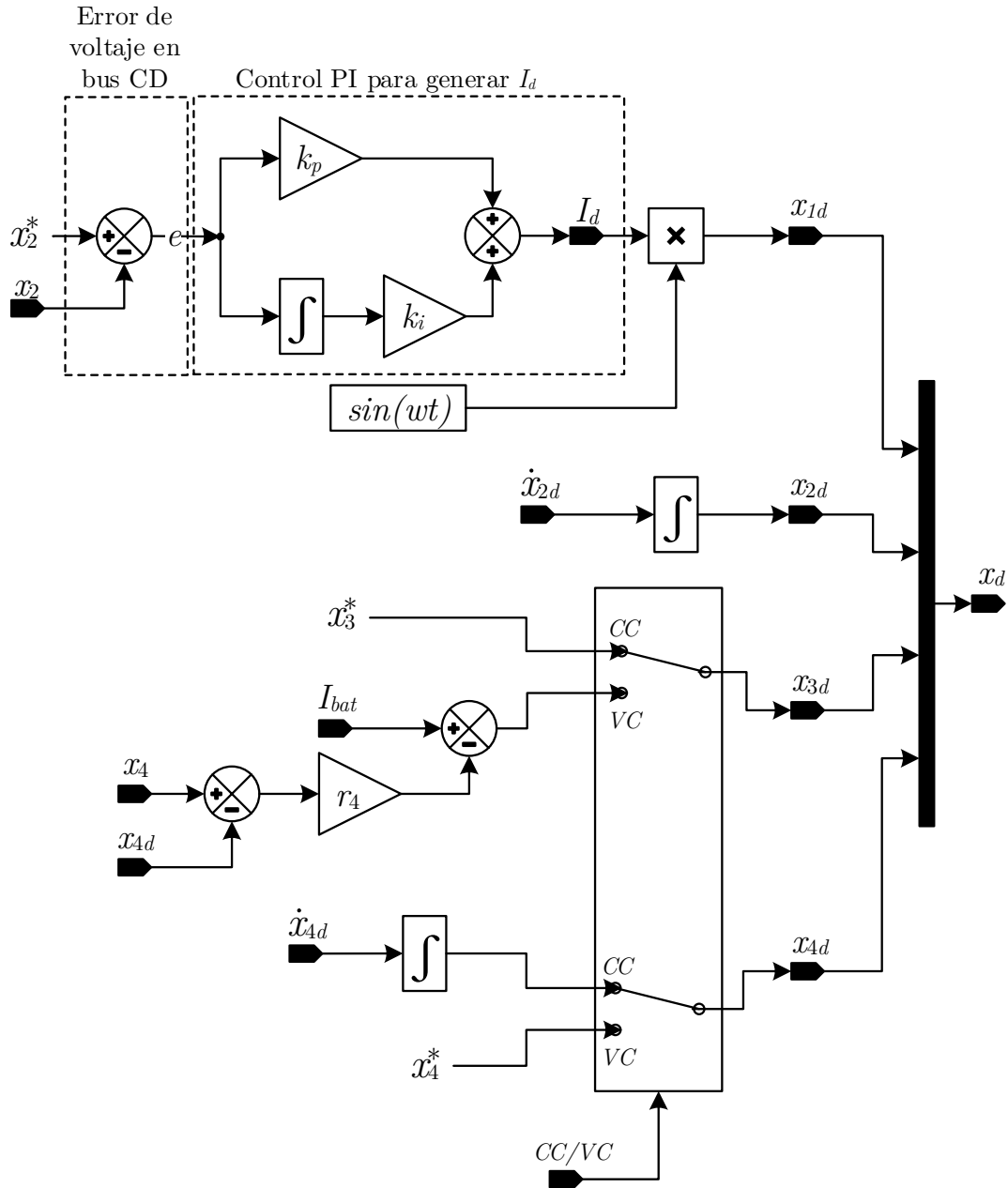


Figura 5.1: Esquema de variables de estado deseados

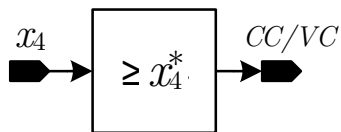


Figura 5.2: Condición para el cambio de etapa CC a VC

descrita por (5.48).

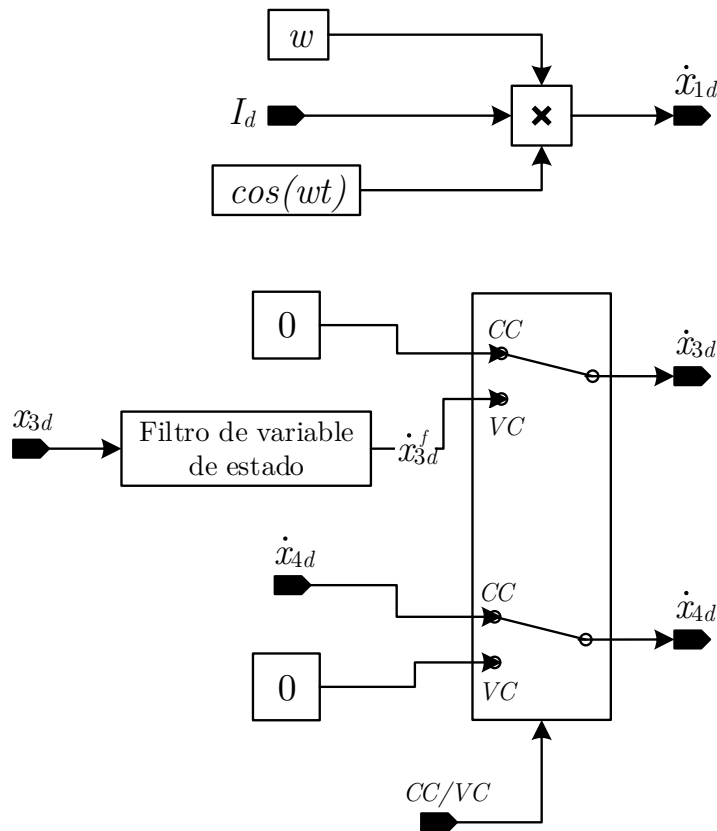


Figura 5.3: Esquema de derivadas de estados deseados

A continuación, se lleva a cabo el desarrollo del observador no lineal, mediante el cual se obtendrá la **estimación de las perturbaciones** $\hat{\delta}$, con el fin de que puedan ser retroalimentadas al controlador y así lograr que los errores en estado estacionario de los estados del sistema puedan ser eliminados.

5.3.1 Diseño del NDO

Los observadores de perturbación (*Disturbance Observer*, DO) han sido usados en el control de robots manipuladores por mucho tiempo. En general, el objetivo principal de un DO es deducir las perturbaciones inciertas y desconocidas sin el uso de sensores adicionales. Aunque el DO es usado ampliamente en sistemas mecánicos, casi en todos los casos el análisis o el diseño está basado sobre modelos linealizados ó en técnicas de sistemas lineales. En el caso de sistemas altamente no lineales son usados los NDOs, los cuales están basados en el concepto del DO y han sido propuestos para estimar una clase de fricción en los robots manipuladores por [43].

Objetivo del NDO

El objetivo del NDO es lograr que la estimación de las perturbaciones, denotadas por $\hat{\delta}$, se aproxime exponencialmente a las perturbaciones del sistema δ , para cualquier $x(t)$, $\dot{x}(t)$ y $t \in [t_0, \infty)$.

Observador inicial

Partiendo del concepto del DO, se define el valor estimado de las perturbaciones a través del siguiente vector,

$$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \\ \hat{\delta}_3 \\ \hat{\delta}_4 \end{bmatrix}$$

ahora, considerando que (5.56) puede ser expresada como,

$$\delta = \mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x - \mathcal{E} \quad (5.84)$$

entonces, el **DO es propuesto** en [22] como,

$$\dot{\hat{\delta}} = -\Lambda\hat{\delta} + \Lambda\delta, \quad (5.85)$$

donde Λ es una matriz de ganancia y sustituyendo (5.84) en (5.85), se tiene,

$$\dot{\hat{\delta}} = -\Lambda\hat{\delta} + \Lambda(\mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x - \mathcal{E}) \quad (5.86)$$

En principio, la ecuación (5.86) representa la dinámica del observador no lineal; sin embargo, es necesario realizar un análisis de estabilidad en coordenadas del error de la siguiente manera:

Primeramente, se define el **error del observador** como,

$$e_1 = \delta - \hat{\delta},$$

entonces, su derivada en el tiempo queda expresada como,

$$\dot{e}_1 = \dot{\delta} - \dot{\hat{\delta}}, \quad (5.87)$$

suponiendo que $\dot{\delta} = 0$, es decir, el observador tiene una dinámica más rápida que la de la perturbación [22], entonces,

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\dot{\hat{\delta}} \\ &= \Lambda\hat{\delta} - \Lambda\delta \\ &= -\Lambda(\delta - \hat{\delta}) \\ &= -\Lambda e_1. \end{aligned} \quad (5.88)$$

Por lo tanto, la solución del sistema (5.88) en coordenadas del error estará dado como:

$$e_1(t) = e_1(0) \exp^{-\Lambda t}$$

luego entonces, escogiendo,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} ; \quad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 > 0,$$

y por lo definición 2.5, se tiene convergencia exponencial de las trayectorias del error a cero, con tasa de convergencia Λ .

NDO

Debido a que en la practica, \dot{x} es físicamente difícil de obtener, esto da como resultado que el DO de la ecuación (5.86), no sea práctico para implementar, sin embargo, provee las bases para el desarrollo del NDO.

Para solucionar el problema del DO, es necesario definir una variable auxiliar como,

$$z = \hat{\delta} - \mathcal{M}(x), \quad (5.89)$$

donde $z \in \mathbb{R}^4$ y \mathcal{M} es un vector, por ser determinado mas adelante, luego entonces, la dinámica de esta variable auxiliar esta dada como:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{\hat{\delta}} - \dot{\mathcal{M}}(x) \\ &= \dot{\hat{\delta}} - \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}(x) \dot{x}, \end{aligned} \quad (5.90)$$

y en este punto, $\frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}$ se define como,

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}(x) = \Lambda \mathcal{D}, \quad (5.91)$$

luego entonces, la dinámica de la variable auxiliar del observador, queda definida como,

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{\hat{\delta}} - \dot{\mathcal{M}}(x) \\ &= \dot{\hat{\delta}} - \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}(x) \dot{x} \\ &= \dot{\hat{\delta}} - \Lambda \mathcal{D} \dot{x}, \end{aligned}$$

sustituyendo el (5.86) en la ecuación anterior, se tiene,

$$\begin{aligned}\dot{z} &= -\Lambda\hat{\delta} + \Lambda(\mathcal{D}\dot{x} + \mathcal{J}(U)x - \mathcal{E}) - \Lambda\mathcal{D}\dot{x} \\ \dot{z} &= -\Lambda\hat{\delta} + \Lambda(\mathcal{J}(U)x - \mathcal{E})\end{aligned}\tag{5.92}$$

Al despejar $\hat{\delta}$ de (5.89) y al sustituirla en (5.92), se tiene,

$$\dot{z} = -\Lambda z - \Lambda\mathcal{M}(x) + \Lambda(\mathcal{J}(U)x - \mathcal{E}),$$

finalmente, el NDO queda expresado como:

$$\dot{z} = -\Lambda(z - \mathcal{J}(U)x + \mathcal{E} + \mathcal{M}(x))\tag{5.93}$$

y

$$\hat{\delta} = z + \mathcal{M}(x)\tag{5.94}$$

Estabilidad del NDO

La estabilidad del NDO, es estudiada a partir de la dinámica del error, así, de la suposición de que $\dot{\delta} = 0$, se tiene lo siguiente,

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{\delta} - \dot{\hat{\delta}} \\ &= -\dot{\hat{\delta}} \\ &= -\dot{z} - \dot{\mathcal{M}}(x)\end{aligned}$$

sustituyendo el (5.91), en la ecuación anterior,

$$\dot{e}_1 = -\dot{z} - \Lambda\mathcal{D}\dot{x}$$

y sustituyendo (5.93) y (5.94) en la ecuación anterior,

$$\dot{e}_1 = -[-\Lambda(z - \mathcal{J}(U)x + \mathcal{E} + \mathcal{M}(x))] - \Lambda[\mathcal{E} - \mathcal{J}(U)x + \delta]$$

por lo tanto,

$$\dot{e}_1 = -\Lambda e_1.\tag{5.95}$$

La estimación $\hat{\delta}$ se aproxima a la perturbación δ , si la matriz de ganancias Λ , es escogida tal que las trayectorias de (5.95) converjan exponencialmente a cero..

Ganancias del observador

Para satisfacer la solución de (5.95), seleccionamos a la matriz de ganancias del observador Λ como,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix}, \quad ; \quad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 > 0, \quad (5.96)$$

luego entonces,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}(x) &= \Lambda \mathcal{D} \\ \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{M}(x) &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 C_2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

esto implica que $\mathcal{M}(x)$, este dado como,

$$\mathcal{M}(x) = \begin{bmatrix} \lambda_1 L_1 x_1 \\ \lambda_2 C_1 x_2 \\ \lambda_3 L_2 x_3 \\ \lambda_4 C_2 x_4 \end{bmatrix}. \quad (5.97)$$

Finalmente, habiendo obtenido $\mathcal{M}(x)$ y escogido Λ , la forma explicita de la dinámica de la variable auxiliar del NDO, es expresada como,

$$\dot{z}_1 = -\lambda_1(z_1 + V_{in} - U_1 x_2 + \lambda_1 L_1 x_1) \quad (5.98)$$

$$\dot{z}_2 = -\lambda_2(z_2 + U_1 x_1 - U_2 x_3 + \lambda_2 C_1 x_2) \quad (5.99)$$

$$\dot{z}_3 = -\lambda_3(z_3 + U_2 x_2 - x_4 + \lambda_3 L_2 x_3) \quad (5.100)$$

$$\dot{z}_4 = -\lambda_4(z_4 - I_{bat} + x_3 + \lambda_4 C_2 x_4) \quad (5.101)$$

por lo tanto, la estimación de las perturbaciones es presentada como,

$$\hat{\delta}_1 = z_1 + \lambda_1 L_1 x_1 \quad (5.102)$$

$$\hat{\delta}_2 = z_2 + \lambda_2 C_1 x_2 \quad (5.103)$$

$$\hat{\delta}_3 = z_3 + \lambda_3 L_2 x_3 \quad (5.104)$$

$$\hat{\delta}_4 = z_4 + \lambda_4 C_2 x_4 \quad (5.105)$$

y son estas estimaciones $\hat{\delta}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$, las cuales son utilizadas por el controlador para poder hacer frente a las perturbaciones del sistema.

Finalmente, en la Figura 5.4, se muestra el esquema general del sistema en lazo cerrado, en el cual se encuentra integrado el observador.

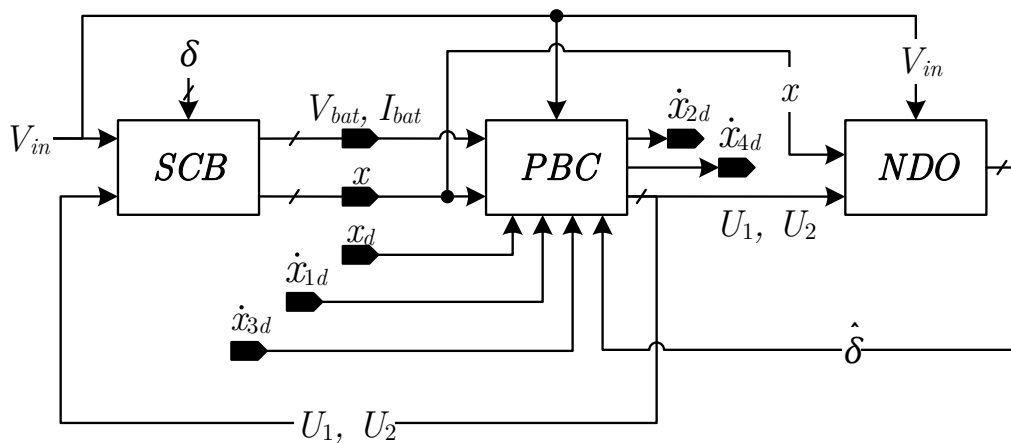


Figura 5.4: Esquema general del sistema en lazo cerrado, SCB+PBC+NDO

En este capítulo, se abordó el diseño del controlador usando la metodología de PBC. Se diseñó un PBC nominal, en el cual se considera el modelo de un SCB ideal, sin perturbaciones; sin embargo, inherentemente el SCB estará expuesto a perturbaciones, por lo que se desarrolló un NDO, el cual respalda al controlador a través de la estimación de las perturbaciones con el fin de hacerles frente y mejorar el desempeño del sistema.

Por otra parte, se explica la consideración necesaria sobre el algoritmo de carga CC-VC, con el fin de lograr el perfil de corriente y voltaje buscado, en donde dicha consideración se ve reflejada en los estados deseados del sistema.

Capítulo 6

Resultados de simulación

En este capítulo se presentan los resultados de simulación con el fin de mostrar el desempeño en lazo cerrado del sistema de control no lineal obtenido en el capítulo anterior. Las simulaciones se llevan a cabo haciendo uso del software *MATLAB/Simulink*. En la Tabla 6.1 se muestran las especificaciones del SCB consideradas para la simulación.

Parámetro	Símbolo	Valor específico
Voltaje de línea	V_{rms}	120 V
Frecuencia de línea	f_{ca}	60 Hz
Máxima potencia de salida	$P_{bat(max)}$	1.9 kW
Voltaje deseado en bus CD	V_d	300 V
Corriente del BB en modo CC	i_{bat}^*	12.65 A
Voltaje del BB en modo VC	v_{bat}^*	148 V
Inductancia etapa CA/CD	L_1	1.53 mH
Capacitancia etapa CA/CD	C_1	1400 μ F
Inductancia etapa CD/CD	L_2	512.8 μ H
Capacitancia etapa CD/CD	C_2	50 μ F

Tabla 6.1: Especificaciones de diseño del SCB.

Con respecto a los parámetros de simulación del modelo de la batería, se definen en la Tabla 6.2.

Parámetro	Símbolo	Valor específico
Resistencia interna	R_{int}	1.1 Ω
Constante de polarización	K	4 Ω
Capacidad nominal	Q_0	99 Ah
Voltaje a circuito abierto (descargado)	v_{oc}	105 V

Tabla 6.2: Parámetros de diseño del BB.

Las simulaciones del sistema en lazo cerrado consideran en primera instancia un SCB sin perturbaciones y posteriormente dichas perturbaciones son tomadas en cuenta, en particular se considero incertidumbre paramétrica en los inductores, mediante la inclusión de resistencias parásitas, por esta razón los resultados de simulaciones son presentados bajo los siguientes escenarios:

1. Simulación del PBC *nominal, sin perturbaciones* al SCB.
2. Simulación del PBC *nominal, con perturbaciones* al SCB.
3. Simulación del PBC *con NDO* para el SCB *con perturbaciones*.

Los valores de las ganancias de control empleadas en todas las simulaciones son las siguiente:

Ganancias del PBC
$r_1 = 40$
$r_2 = 25$
$r_3 = 16$
$r_4 = 40$

Ganancias de PI, I_d
$k_p = 0.25$
$k_i = 2.25$

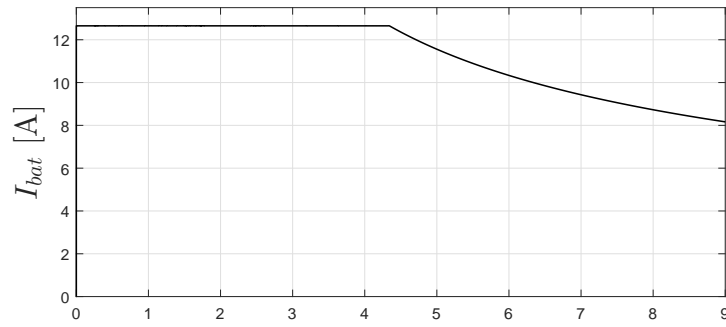
6.1 Simulación del PBC nominal, sin perturbaciones al SCB

La obtención de los resultados numéricos del comportamiento del SCB en lazo cerrado y el PBC nominal, se desarrolla sobre el modelo expresado por el conjunto de ecuaciones (5.1)-(5.6), las cuales repetimos aquí para facilitar su referencia.

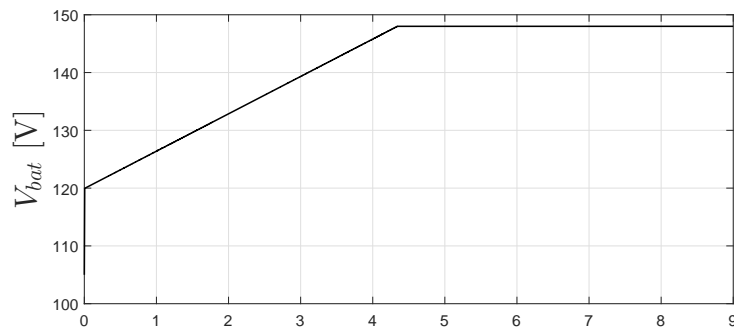
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{L_1}[V_{in} - U_1 x_2] \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C_1}[U_1 x_1 - U_2 x_3] \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{L_2}[U_2 x_2 - x_4] \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{C_2}[x_3 - I_{bat}] \\ I_{bat} &= \frac{x_4 - v_{oc}}{R_{int} + KSoC} \\ SoC(t) &= SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

Cabe mencionar que se asume que todos los elementos del sistema son ideal y que la alimentación del sistema proviene de una fuente de voltaje puramente sinusoidal.

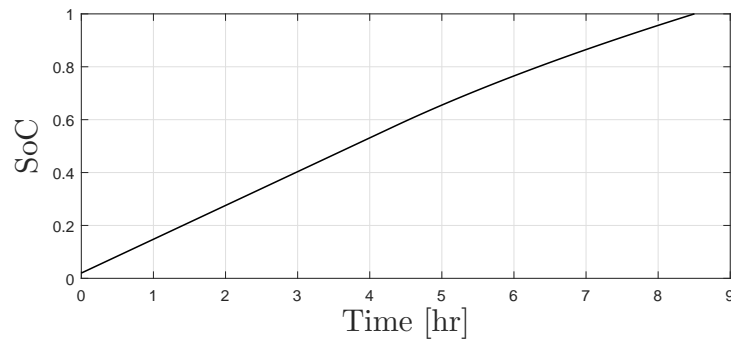
En la Figura 6.1 (a), se observa la corriente de carga en la etapa de CC, la etapa de VC se observa en la Figura 6.1 (b) y en la Figura 6.1 (c) se observa el estado de la carga durante el proceso. Es fácil ver que se logra obtener el perfil necesario de corriente y voltaje correspondiente al algoritmo CC-VC buscado.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.1: Algoritmo de carga CC-VC, condiciones nominales.

Por otro lado, se observa que las señales de control del sistema, se encuentran dentro de los rangos establecidos, es decir, $U_1 \in [-1, 1]$ y $U_2 \in [0, 1]$, como se muestra en la Figura 6.2.

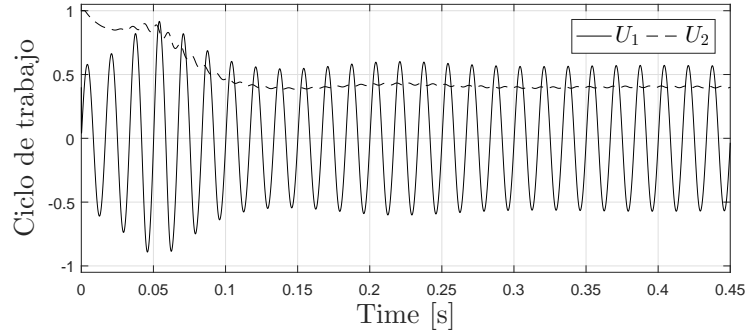
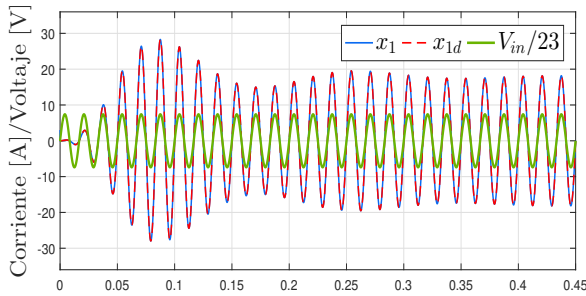
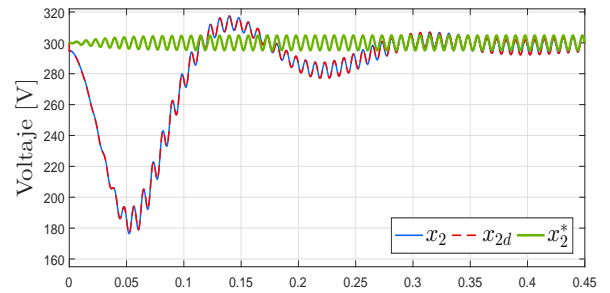


Figura 6.2: Señales de control de SCB, condiciones nominales.

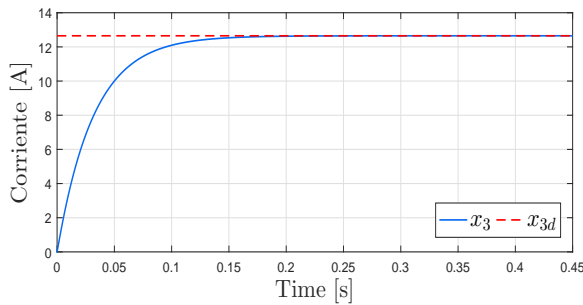
En la Figura 6.3 (a), se muestra el seguimiento de corriente de entrada x_1 al estado deseado x_{1d} , donde x_{1d} esta definida como una función que tiene la misma fase que el voltaje de entrada V_{in} , por lo tanto, después del transitorio, x_1 esta en fase con el voltaje de entrada V_{in} , el cual se presenta con un escalamiento para facilitar su visualización.



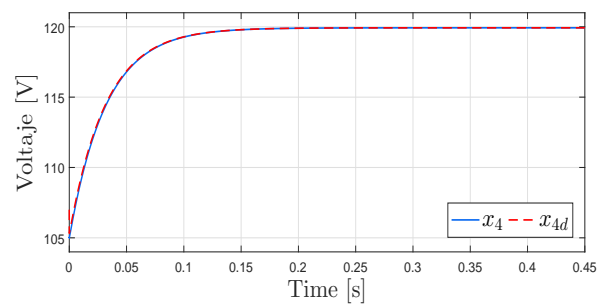
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.3: Variables de estado y estados deseados del SCB, condiciones nominales.

En la Figura 6.3 (b), se observa el seguimiento del voltaje del bus de CD x_2 a la dinámica auxiliar del controlador x_{2d} y estos a su vez a la trayectoria de referencia x_2^* , cuyo cálculo se desarrollo en el capítulo 2. En la Figura 6.3 (c), se observa la regulación de la corriente x_3 a un valor constante dado por x_{3d} (etapa de carga a CC) y finalmente, en la Figura 6.3 (d), se muestran el seguimiento del voltaje de baterías x_4 a la trayectoria generada por la dinámica auxiliar del controlador x_{4d} .

Por lo tanto, los resultados de simulación obtenidos validan que el desempeño del controlador nominal es apropiado en condiciones ideales, es decir, donde el SCB no es perturbado. A continuación se presenta resultados de simulación correspondientes al desempeño del PBC nominal, para el caso donde el SCB presenta incertidumbre paramétrica en sus elementos.

6.2 Simulación del PBC nominal, con perturbaciones al SCB

En la práctica, es importante tomar en cuenta que el sistema estará expuesto naturalmente a perturbaciones, en ese sentido, con el fin de perturbar el SCB, se considera la existencia de resistencias parásitas en los inductores L_1 y L_2 , denotadas como r_{pL1} y r_{pL2} , respectivamente, las cuales se integran al modelo de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L_1}[V_{in} - U_1x_2 - r_{pL1}x_1] \quad (6.1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_1}[U_1x_1 - U_2x_3] \quad (6.2)$$

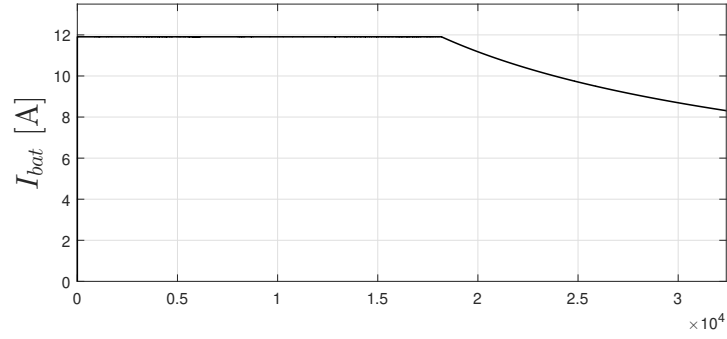
$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L_2}[U_2x_2 - x_4 - r_{pL2}x_3] \quad (6.3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{C_2}[x_3 - I_{bat}] \quad (6.4)$$

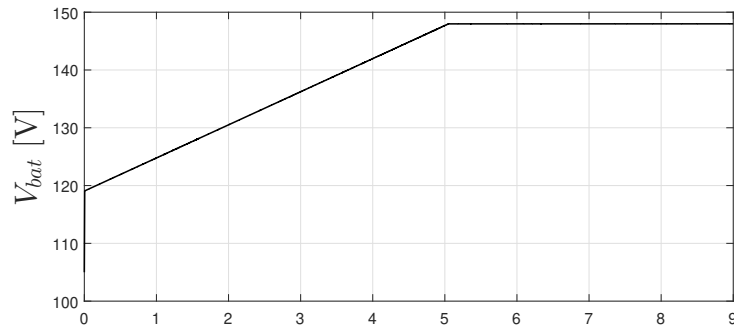
$$I_{bat} = \frac{x_4 - v_{oc}}{R_{int} + KSoC} \quad (6.5)$$

$$SoC(t) = SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau, \quad (6.6)$$

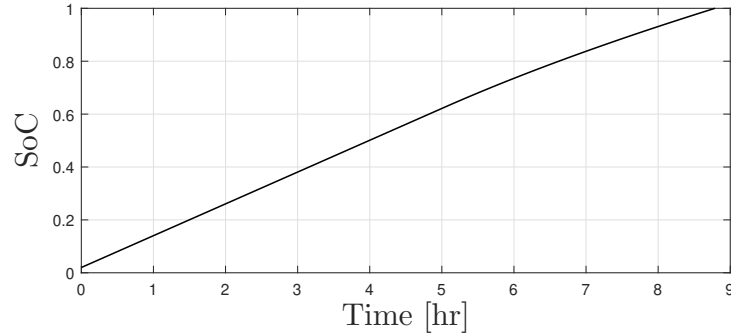
donde el término $r_{pL1}x_1$ y $r_{pL2}x_3$ en (6.1) y (6.3), respectivamente, representan perturbaciones al sistema debido a que el diseño del esquema de control no contempla estos términos y por lo tanto la estabilidad de las trayectorias se ven afectadas. A continuación se presentan resultados de simulación obtenidos.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.4: Algoritmo de carga CC-VC, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

En la Figura 6.4 (a), se observa la corriente de carga donde se puede distinguir la etapa de CC, la etapa de VC se distingue en la Figura 6.4 (b) y en la Figura 6.4 (c) se observa el estado de la carga durante el proceso. Es fácil ver que a pesar de que en el sistema exista incertidumbre paramétrica, se logra obtener el perfil necesario de corriente y voltaje correspondiente al algoritmo CC-VC buscado. Por otro lado, se observa que las señales de control del sistema, se encuentran dentro de los rangos establecidos, es decir, $U_1 \in [-1, 1]$ y $U_2 \in [0, 1]$, como se muestra en la Figura 6.5.

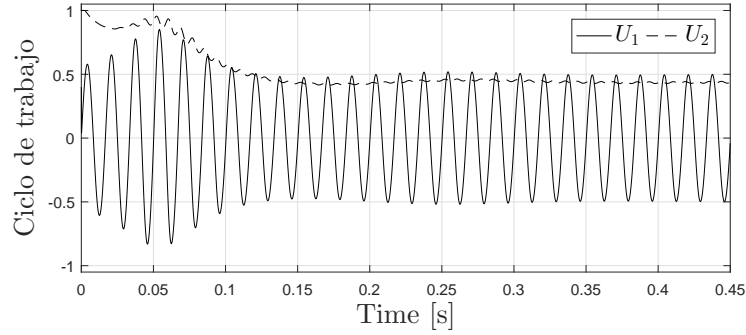
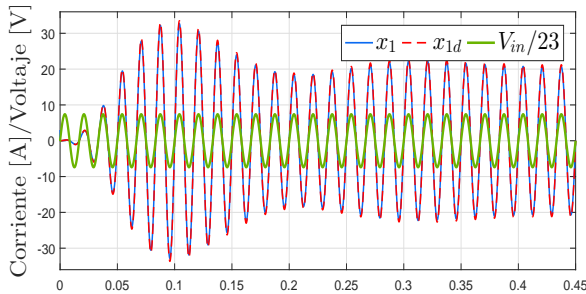
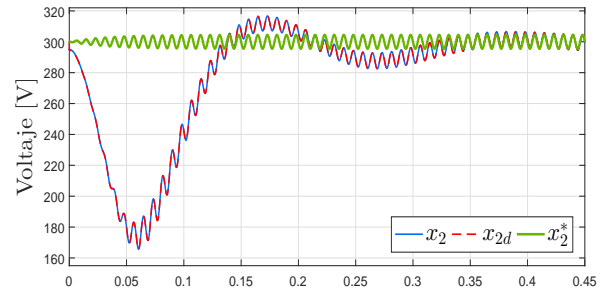


Figura 6.5: Señales de control, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

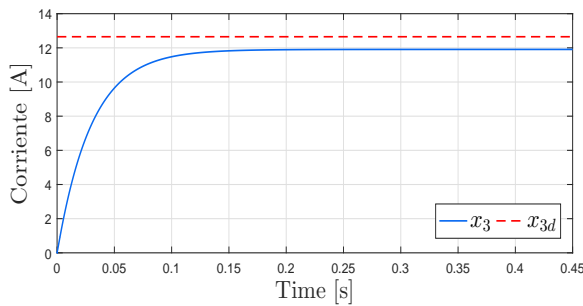
En la Figura 6.6 se muestran los estados en régimen permanente al inicio del proceso de carga y se observa que debido a que el controlador no contempla la caída de voltaje en r_{pL1} y r_{pL2} , entonces, no se logra una adecuada regulación, ni seguimiento de las trayectorias.



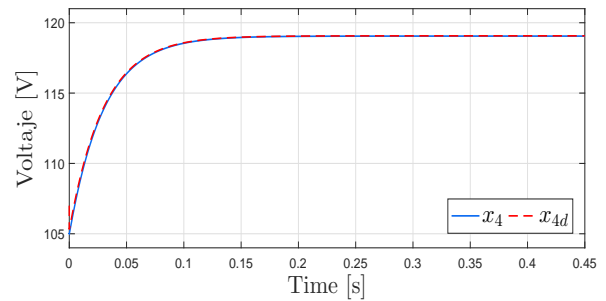
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.6: Variables de estado y estados deseados del SCB, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

El error en régimen permanente que existe entre las variables de estado y los estados deseados, implica que las señales de error dadas como $\tilde{x} = x - x_d$, las cuales se muestran

en la Figura 6.7, no tiendan a cero, es decir,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}(t)\| \neq 0$$

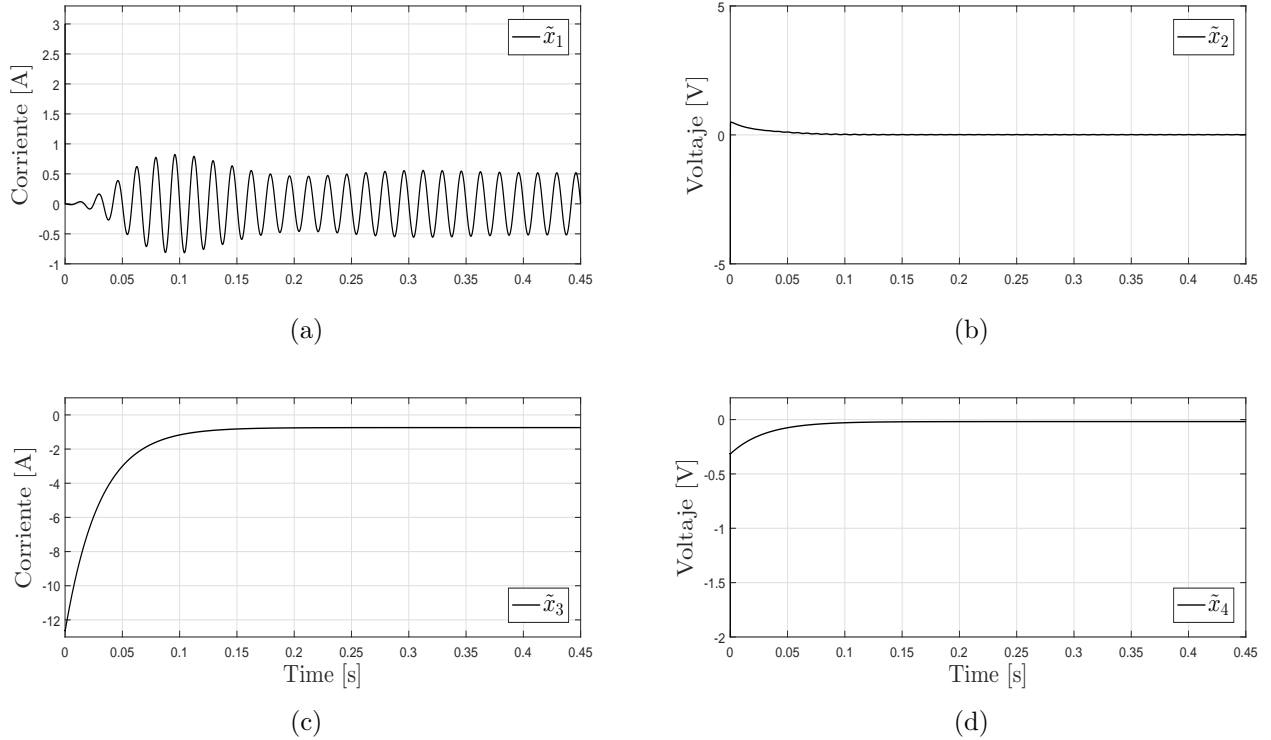


Figura 6.7: Señales de error en régimen permanente, con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

A pesar de que el SCB presenta incertidumbre paramétrica en algunos de sus elementos, el controlador es capaz de lograr que la corriente y el voltaje describan los perfiles que caracterizan al algoritmo CC-VC; sin embargo, los estados del sistema manifiestan error en el régimen permanente y por lo tanto, resulta necesario un esquema de control pueda hacer frente a estas perturbaciones. A continuación, se presentan los resultados de simulación obtenidos para el caso en donde se considera la incertidumbre paramétrica en el SCB y además un observador de las perturbaciones del sistema.

6.3 Simulación del PBC con NDO para el SCB con perturbaciones

Como se presentó en la sección anterior, las perturbaciones al sistema pueden generar que los objetivos se vean afectados, en este sentido es necesario tener conocimiento de las perturbaciones y esto puede lograrse, haciendo uso de observadores. En esta sección se presenta los resultados de simulación del PBC con la incorporación del NDO.

Ganancias del NDO
$\lambda_1 = 2000$
$\lambda_2 = 100$
$\lambda_3 = 150$
$\lambda_4 = 100$

Tabla 6.3: Valor de las ganancias de NDO empleadas en las simulaciones.

Para esta simulación, se tienen nuevas ganancias, en este caso con respecto al NDO, las cuales se muestran en la Tabla 6.3. Por otra parte el modelo considerado esta expresado por el conjunto de ecuaciones (5.50)-(5.55), el cual repetimos aquí para facilitar su referencia,

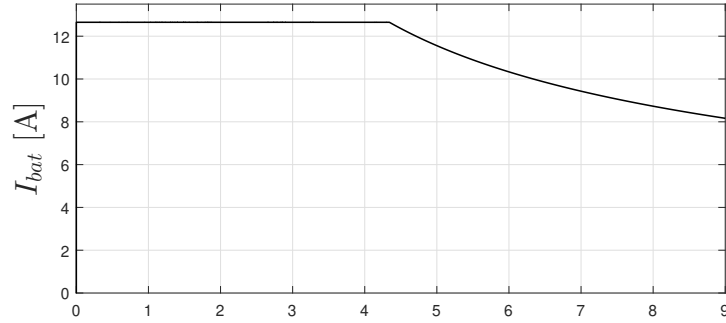
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \frac{1}{L_1}[V_{in} - U_1x_2 + \delta_1] \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C_1}[U_1x_1 - U_2x_3 + \delta_2] \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{L_2}[U_2x_2 - x_4 + \delta_3] \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{C_2}[x_3 - i_{bat} + \delta_4] \\ i_{bat} &= \frac{x_4 - v_{oc}}{R_{int} + KSoC} \\ SoC(t) &= SoC(t_0) + \frac{1}{Q_0} \int_{t_0}^t I_{bat}(\tau) d\tau,\end{aligned}$$

Cabe mencionar que dicho modelo incluye un vector δ , que como se explicó en el capítulo 4, representa las perturbaciones al sistema, las cuales se asumen desconocidas. Como en los casos anteriores, se asumen como perturbaciones la incertidumbre paramétrica en los elementos inductivos del SCB, tal que el vector δ esta definido como,

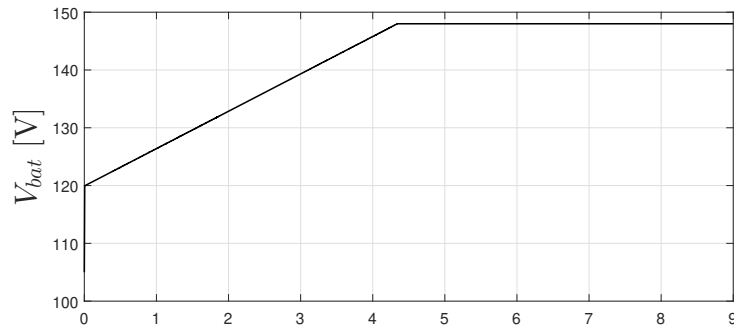
$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 r_{pL1} \\ 0 \\ -x_3 r_{pL2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde r_{pL1} y r_{pL2} , son las resistencia parásitas de los inductores L_1 y L_2 , respectivamente. Es importante resaltar que el controlador no tiene acceso a las perturbación; sin embargo, el NDO es quien se encarga de estimar el vector de perturbaciones, denotado como $\hat{\delta}$, siendo este último, quien juegue un papel importante al ser incluido al esquema de control.

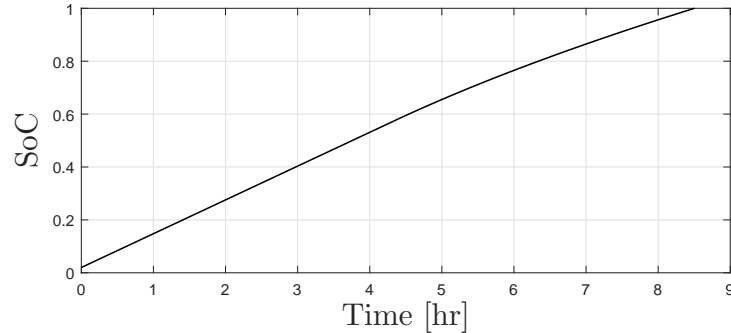
En la Figura 6.8 (a), se observa la corriente de carga, donde se distingue la etapa de CC, en la Figura 6.8 (b) se distingue la etapa de VC y en la Figura 6.8 (c) se observa



(a)



(b)



(c)

Figura 6.8: Algoritmo de carga CC-VC, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

el estado de la carga durante el proceso. A pesar de la existencia de incertidumbre paramétrica no contemplada en el modelo, el controlador es capaz de lograr que la corriente y el voltaje describan los perfiles que caracterizan al algoritmo CC-VC.

Por otra parte, se observa que las señales de control del sistema, se encuentran dentro de los rangos establecidos, es decir, $U_1 \in [-1, 1]$ y $U_2 \in [0, 1]$, como se muestra en la Figura 6.9.

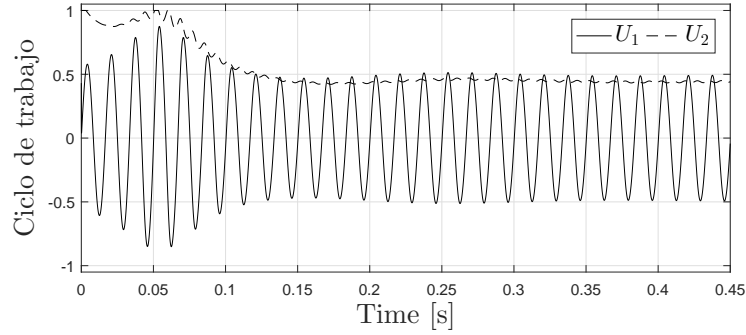


Figura 6.9: Señales de control, con PBC +NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

Adicionalmente, en la Figura 6.10 se muestran los estados en régimen permanente durante el proceso de carga en la etapa de CC. Se puede observar que los estados nuevamente realizan la regulación y el seguimiento de trayectorias de manera adecuada, logrado la corrección del FP y la regulación de la corriente o voltaje de salida.

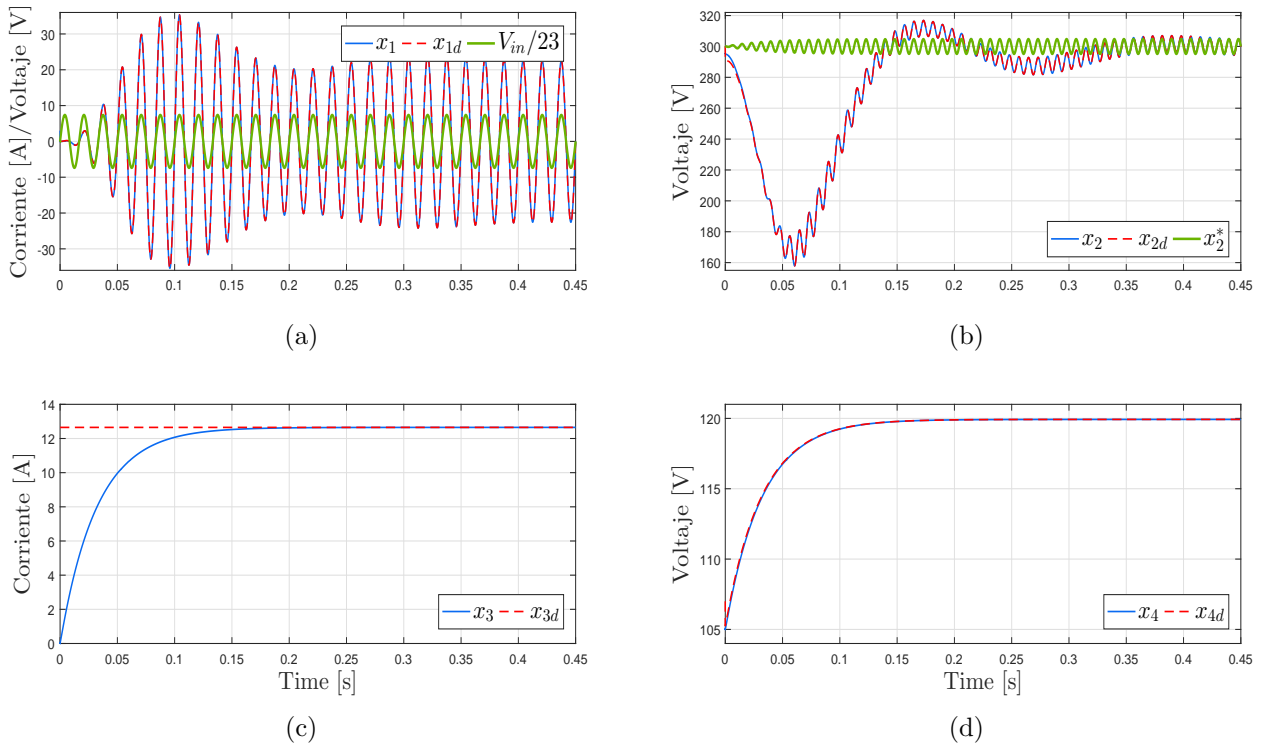
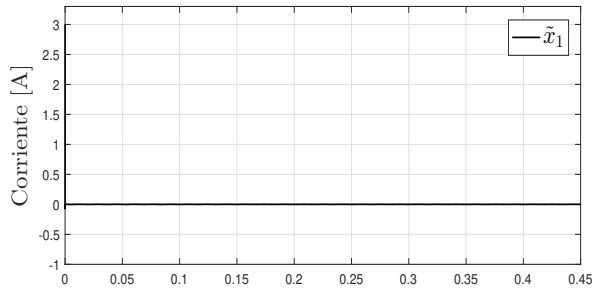
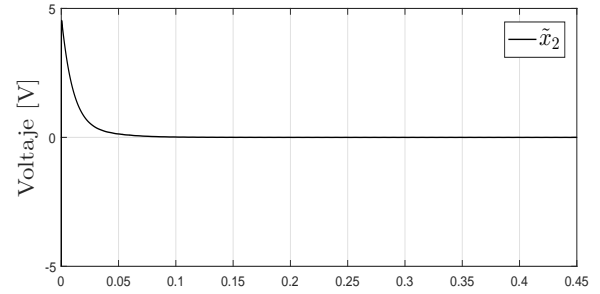


Figura 6.10: Variables de estado y estados deseados del SCB, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.

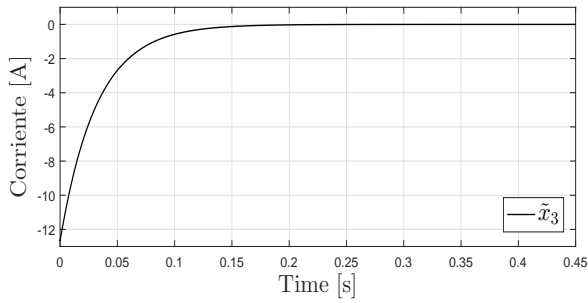
Lo anterior implica que los errores entre las variables de estado y estados deseados en régimen permanente sean cercanos a cero, lo cual se muestra en la Figura 6.11.



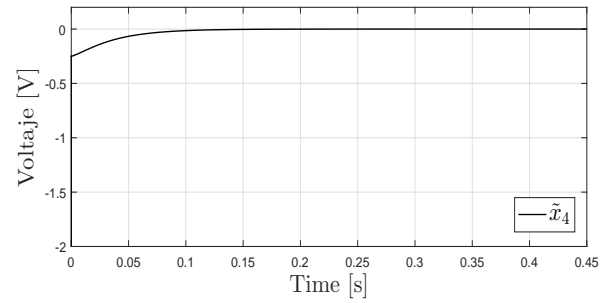
(a)



(b)

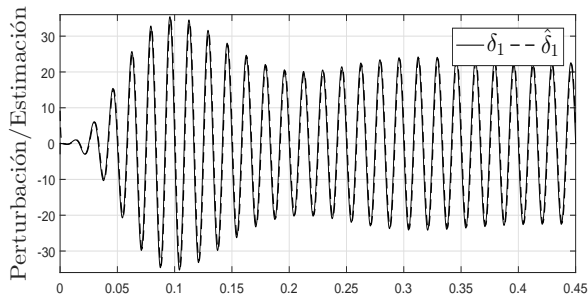


(c)

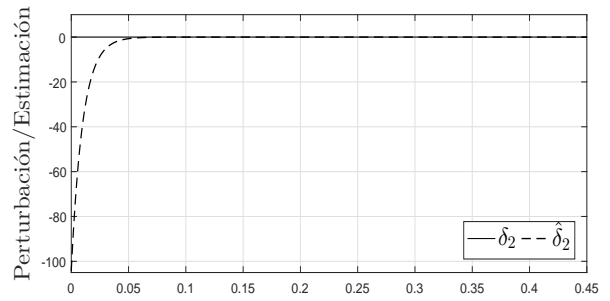


(d)

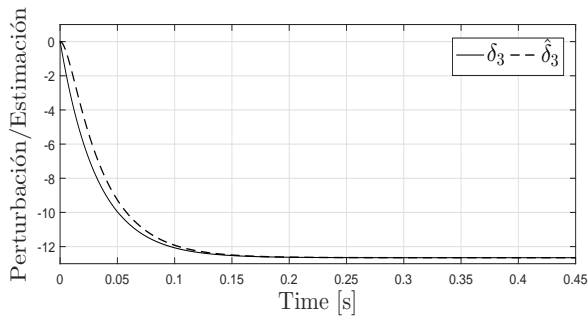
Figura 6.11: Señales de error en estado estacionario, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = 1 \Omega$.



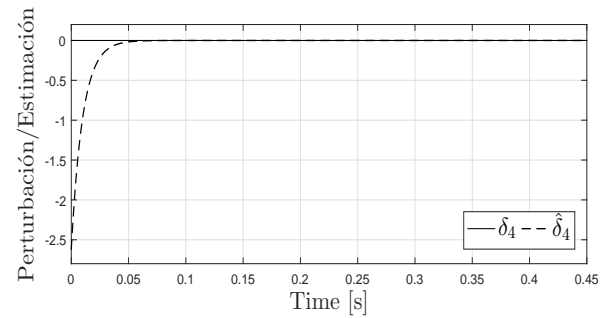
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.12: Estimación de perturbaciones, con PBC + NDO y con $r_{pL1} = 1 \Omega$ y $r_{pL2} = \frac{1}{109} \Omega$.

Estos resultados muestran que, gracias a que con el NDO podemos estimar las perturbaciones del sistema, el controlador puede hacer uso de las estimaciones para lograr un buen desempeño y lograr los objetivos de control.

En la Figura 6.12, se observa la convergencia de las estimaciones $\hat{\delta}$ a las señales de perturbación δ , de esta manera el control puede hacer frente a este tipo de perturbación, luego entonces los errores, en estado estacionario, sean cercanos a cero, como se observa en la Figura 6.11.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

La emisión descontrolada de GEI, han ido dañando la atmósfera del planeta, lo cual ha estado contribuyendo con el aumento del calentamiento global. Debido a que una de las principales causas en el aumento de GEI, es la quema de combustibles fósiles generada por el sector del transporte, los VEs han surgido como una alternativa al uso de los VCI y como resultado la investigación entorno a los VEs ha ido aumentando. Uno de los proceso mas relevantes en un VE, es el de la carga de las baterías, debido a que de éste depende el funcionamiento de todo el sistema en el caso de los VEPs y la vida útil de las baterías; y en términos prácticos, este proceso puede determinar si un VE es más eficiente que otro para su uso como un medio de transporte regular.

Los proceso de carga de baterías debe considerar ciertos aspectos, como son el mantener un FP unitario, la distorsión armónica de la corriente de línea y la regulación de la corriente o voltaje entregado a las baterías de acuerdo al algoritmo de carga empleado. Por lo tanto, es necesario contar con un sistema de control para el proceso de carga, con el fin de evitar contaminar la red eléctrica y cargar de forma segura y eficiente el BB. En este trabajo de tesis, se presento un esquema de control derivado del método basado en pasividad, en donde, se logra cargar un BB a través de un SCB propuesto, conforme al algoritmo de carga CC-VC, manteniendo un factor de potencia unitario.

La topología propuesta para el SCB fue derivada de las especificaciones del VE “Zilent” (ubicado en IPICYT) y está compuesto por 2 etapas de conversión de energía, una etapa de elevación y una de reducción. La primera etapa está integrada por un rectificador-elevador monofásico, con el cual se corrige el FP y la segunda etapa se encarga de suministrar el voltaje o corriente al BB.

Entre los resultados de la investigación, se presentó un análisis sobre lo especificaciones necesarios para el proceso de la carga del banco de baterías, es decir, se determinaron los valores de corriente y voltaje de referencia para los modos de CC y VC, respectivamente. En el caso particular del VE “Zilent”, se determino que la

corriente en modo CC quedó definida como $i_{bat}^* = 12.65$ A y el voltaje en modo VC quedó definido como $v_{bat}^* = 148$ V.

Debido a que el SCB propuesto, presenta ciertas propiedades físicas, como la disipación de energía, fue posible formular un modelo matemático bajo el enfoque de sistemas E-L, el cual coincide completamente con el modelado tradicional a través de las leyes de Kirchhoff. Además, dicho modelo reveló en su estructura una propiedad de interconexión de las etapas que lo integran (antisimetría), lo cual resultó conveniente para la aplicación de la técnica de control basada en pasividad. El diseño del PBC, presentaba un reto para poder obtener el perfil de carga buscado, por lo tanto, en esta tesis se presenta un análisis sobre la consideración necesaria sobre el algoritmo CC-VC, en donde se realiza una conmutación entre las dinámicas auxiliares del controlador en dependencia de la etapa en la que se encuentre el proceso de carga.

En la tesis, los resultados de simulación del sistema en lazo cerrado se dividen en tres partes:

- En la primera parte, se consideró que el SCB operaba bajo condiciones ideales, sin perturbación alguna y un PBC nominal. En este escenario se validó el correcto desempeño del controlador, debido a que se logró que la corriente y el voltaje de línea permanecieran en fase durante el proceso y por otra parte, se logró el perfil de corriente-voltaje deseado para la carga del BB.
- En el otro escenario, ahora se consideró que el SCB no operaba en condiciones ideales, en particular se consideró la existencia de resistencias parásitas en serie con los filtros inductivos L_1 y L_2 del orden de 1Ω , generando caídas de voltaje que no fueron contempladas en el modelo del sistema, ni en el PBC nominal. Debido a que el PBC nominal no fue diseñado para hacer frente a estas perturbaciones, entonces, podemos ver que los objetivos de seguimiento y la regulación no pueden ser logrados, existiendo un error entre las variables de estado y los estados deseados en el régimen permanente.
- La solución al problema anterior, puede llevarse a cabo haciendo uso de técnicas de control adaptable o robusto, en caso, se optó por el desarrollado un NDO. El NDO, permitió estimar las caídas de voltaje no modeladas, para ser retroalimentadas al PBC y de esta manera, poder hacer frente a las incertidumbres paramétricas. Los resultados de simulación obtenidos muestran un mejor desempeño en comparación con el PBC nominal, logrando los objetivos de seguimiento y regulación de las variables de estado, lo que implica un FP unitario y la carga del BB de manera eficiente.

Cabe mencionar que, bajo los distintos escenarios, el tiempo aproximado de carga, de acuerdo al estado de la carga es de 8.5 hrs y los ciclos de trabajo U_1 y U_2 , se mantienen acotados, dentro de los intervalos cerrados $[-1, 1]$ y $[0, 1]$, respectivamente.

Es importante observar que el interés central de la tesis radica en evaluar el desempeño de una técnica de control no lineal basada en pasividad aplicada al modelo promedio de un SCB, a través de la simulación numérica y no en el diseño del sistema. Por otra parte, se espera que este trabajo sirva como base para posibles trabajos futuros centrados en el sistema eléctrico del VE sobre el cual se motivó esta tesis.

El uso de energías alternativas ó el desarrollo de sistemas que permitan reducir el consumo de combustibles fósiles, son y serán un tema amplio de investigación con el fin de abatir los problemas del cambio climático por la generación de GEI y así reducir el daño causado a nuestro planeta.

Trabajo futuro

Los resultados presentados en este trabajo de tesis, están basados en el modelo promedio de un SCB propuesto, el cual, en su conjunto no se encuentra reportado en la literatura y mucho menos pensado para aplicaciones de carga de baterías. Lo anterior estimula el interés en lo siguiente:

- La modificación o selección de un modelo de baterías que brinde un comportamiento más preciso, en donde factores como la temperatura de la batería, sean considerados en el modelo del sistema completo.
- Anular la dependencia que existe entre el proceso de carga y el SoC , debido a que en la práctica es un parámetro muy complicado de calcular.
- Validar el correcto del controlador considerando un algoritmo de carga distinto.
- El desarrollo de esquemas de control basado en pasividad (por ejemplo, IDA-PBC) y validarlo sobre SCB propuesto.
- Validar el correcto funcionamiento del controlador ante otras perturbaciones al sistema, por ejemplo, variaciones en la fuente de alimentación.
- Ampliación de la investigación, considerando un fuente de alimentación trifásica para acelerar el proceso de carga.
- La implementación del sistema, es decir, validar el sistema de control de forma experimental.

Bibliografía

- [1] Junwei Lu and Jahangir Hossain. *Vehicle-to-Grid: Linking electric vehicles to the smart grid*. 2015.
- [2] K.T. Chua. *Energy Systems for Electric and Hybrid Vehicles*.
- [3] Simon Ang and Alejandro Oliva. *Power-Switching Converters, Second Edition*. 2005.
- [4] Acciona. ¿qué es el efecto invernadero? url: <https://www.sostenibilidad.com/cambio-climatico/que-es-el-efecto-invernadero/>, 2018.
- [5] INECC. Inventario nacional de emisiones de gases y compuestos de efecto invernadero. <https://www.gob.mx/inecc/>, 2015.
- [6] Tesla. “Model S”. <https://www.tesla.com/models>, 2018.
- [7] Steven. Agostino. *The Electric Car*, volume 12. 1993.
- [8] Srdjan M. Lukic, Jian Cao, Ramesh C. Bansal, Fernando Rodriguez, and Ali Emadi. Energy storage systems for automotive applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(6):2258–2267, 2008.
- [9] N. Sujitha and S. Krithiga. RES based EV battery charging system: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 75(July 2016):978–988, 2017.
- [10] Rashid Muhammad. *Power Electronics Handbook*. 2011.
- [11] Adrià Marcos. Design and control of a battery charger for electric vehicles. 2015.
- [12] HL Gasquet. Conversión de la luz solar en Energía Eléctrica: Manual Teórico y Práctico sobre los sistemas Fotovoltaicos. *Conversión de la luz solar en energía Eléctrica: Manual teórico y práctico.*, 52(90):196, 1997.
- [13] P.N. Enjeti and R Martinez. A high performance single phase AC to DC rectifier with input power factor correction. *Proceedings Eighth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition.*, 11(2):190–195, 1993.

- [14] Gabriel Eduardo Mejía-Ruiz, Nicolás Muñoz-Galeano, and Jesús María López-Lezama. Modelling and development of a bridgeless PFC Boost rectifier. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, 0(82):9–21, 2017.
- [15] A Bridgeless Pfc, Boost Rectifier, and That Reduces. Reducing the dc-Link Capacitance. (January):23–34, 2018.
- [16] Herbett Sira-Ramirez, R. A. Perez-Moreno, R. Ortega, and M. Garcia-Esteban. Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters. *Automatica*, 33(4):499–513, 1997.
- [17] Romeo Ortega, Antonio Loría, Per Johan Nicklasson, and Hebertt Sira-Ramírez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. 1998.
- [18] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega, and E. Mendes. An adaptive passivity-based controller for a unity power factor rectifier. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(4):637–643, 2001.
- [19] Hasan Komurcugil. Improved passivity-based control method and its robustness analysis for single-phase uninterruptible power supply inverters. *IET Power Electronics*, 8(8):1558–1570, 2015.
- [20] D Karagiannis, E Mendes, A Astol, and Romeo Ortega. An Experimental Comparison of Several PWM Controllers for a Single-Phase AC/DC Converter. *Electronic Engineering*, 11(6):1–16, 2003.
- [21] Mustafa Alrayah Hassan, Tianhang Li, Chenyang Duan, Song Chi, and Er Ping Li. Stabilization of DC-DC buck power converter feeding a mixed load using passivity-based control with nonlinear disturbance observer. *2017 IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration, EI2 2017 - Proceedings*, 2018-January:1–6, 2018.
- [22] Wen-Hua Chen, D.J. Ballance, P.J. Gawthrop, J.J. Gribble, and J. O’Reilly. A nonlinear disturbance observer for two link robotic manipulators. *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.99CH36304)*, 4(4):3410–3415, 2000.
- [23] Federico M Serra and Cristian H De Angelo. IDA-PBC Control of a Single-Phase Battery Charger for Electric Vehicles with Unity Power Factor. *2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2016.
- [24] F.M. Serra and C.H. De Angelo. Control strategy for an electric vehicle battery charger with unity power factor. *2015 16th Workshop on Information Processing and Control, RPIC 2015*, 2016.
- [25] Cong Long Nguyen and Hong Hee Lee. An effective control scheme for a universal input battery charger in electric vehicle applications. *Proceedings - 2012 7th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2012*, 2012.

- [26] H. Khalil. *Nonlinear Systems*, volume 122. 2002.
- [27] Richard M Murray, Zexiang Li, and S Shankar Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, volume 29. 1994.
- [28] Rogelio Lozano, Bernard Brogliato, Olav Egeland, and Bernhard Maschke. *Dissipative Systems Analysis and Control*. 2000.
- [29] PE Wellstead. *Introduction to Physical System Modelling*. 2000.
- [30] João Paulo M. Figueiredo, Fernando L. Tofoli, and Bruno Leonardo A. Silva. A review of single-phase PFC topologies based on the boost converter. *2010 9th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, INDUSCON 2010*, 2010.
- [31] Omar F. Ruíz. Control híbrido de rectificadores modulados en ancho de pulso. Master's thesis, DMAP. IPICYT, Abril 2017.
- [32] Alan Zinober and David Owens. *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Nonlinear and Adaptive Control*. 1988.
- [33] Hebertt Sira-Ramirez and Ramón Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. 2006.
- [34] S. M. Mousavi G. and M. Nikdel. Various battery models for various simulation studies and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 32:477–485, 2014.
- [35] Griselda Zamora. Efecto de la topología del tren de potencia en la vida de las baterías. Master's thesis, DMAP. IPICYT, Octubre 2014.
- [36] J Scherpen. Lagrangian modeling and control of switching networks with integrated coupled magnetics. *Decision and Control, . . .*, pages 4054–4059, 2000.
- [37] Romeo Ortega and Universitk De Compikgne. Passivity-Based Controllers for the Stabilization of DC-to-DC Power Converters - Decision and Control, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference on. (December):0–5, 1995.
- [38] Romeo Ortega, Gerardo Espinosa-Pérez, and Alessandro Astolfi. Passivity-based control of AC drives: Theory for the user and application examples. *International Journal of Control*, 86(4):625–635, 2013.
- [39] Diego Langarica Córdoba. Control de un Motor Brushless para Aplicación a vehículos eléctricos. Master's thesis, 2010.
- [40] Young Ik Son and In Hyuk Kim. Complementary PID controller to passivity-based nonlinear control of boost converters with inductor resistance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 20(3):826–834, 2012.

- [41] Wei He, Shihua Li, Jun Yang, and Zuo Wang. Incremental passivity based control for DC-DC boost converter with circuit parameter perturbations using nonlinear disturbance observer. *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*, pages 1353–1358, 2016.
- [42] Mustafa Alrayah Hassan ; Tianhang Li ; Chenyang Duan ; Song Chi ; Er Ping Li. Stabilization of DC-DC buck power converter feeding a mixed load using passivity-based control with nonlinear disturbance observer.
- [43] Shahram Tafazoli, Clarence W. De Silva, and Peter D. Lawrence. Tracking control of an electrohydraulic manipulator in the presence of friction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 6(3):401–411, 1998.