

IPICYT

**INSTITUTO POTOSÍNO DE  
INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y  
TECNOLÓGICA, A.C**

POSGRADO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

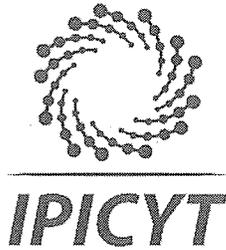
**Control no lineal de un convertidor elevador con  
doble inductor**

Tesis que presenta  
**David Reyes Cruz**

Para obtener el grado de  
**Maestro en Control y Sistemas Dinámicos**

Directores de la Tesis  
**Dr. Diego Langarica Córdoba**  
**Dr. Jesús Leyva Ramos**





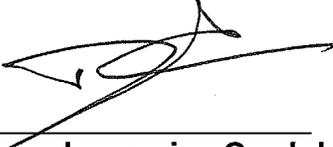
## Constancia de aprobación de la tesis

La tesis "***Control no lineal de un convertidor elevador con doble inductor***" presentada para obtener el Grado de Maestro en Control y Sistemas Dinámicos, fue elaborada por **David Reyes Cruz** y aprobada el primero de noviembre del dos mil diecinueve por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.



---

**Dr. Jesús Leyva Ramos**  
Codirector de la tesis



---

**Dr. Diego Langarica Cordoba**  
Codirector de la tesis



---

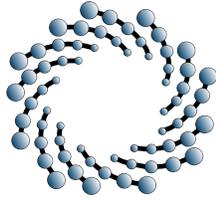
**Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar**  
Jurado en el Examen



---

**Dr. Adrián René Ramírez López**  
Jurado en el Examen



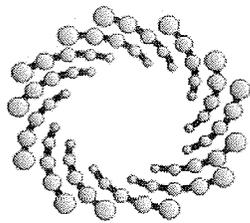


IPICYT

## Créditos Institucionales

Esta tesis fue elaborada en la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C, bajo la dirección del Dr. Diego Langarica Córdoba y el Dr. Jesús Leyva Ramos, además bajo el apoyo técnico de M. en C. Luis Humberto Díaz Saldierna y M. en C. Irwin Allen Díaz Díaz.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (No. de registro 636212) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.



**IPICYT**

# Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

## Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 043 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 1 días del mes de noviembre del año 2019, se reunió a las 12:25 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

<b>Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar</b>	<b>Presidente</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Jesús Leyva Ramos</b>	<b>Secretario</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Adrián René Ramírez López</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Diego Langarica Cordoba</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>UASLP</b>

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**MAESTRO EN CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

sustentó el C.

**David Reyes Cruz**

sobre la Tesis intitulada:

*Control no lineal de un convertidor elevador con doble inductor*

que se desarrolló bajo la dirección de

**Dr. Jesús Leyva Ramos**  
**Dr. Diego Langarica Córdoba (UASLP)**

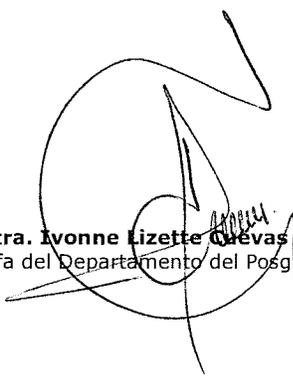
El Jurado, después de deliberar, determinó

**APROBARLO**

Dándose por terminado el acto a las 14:10 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 1 días del mes de noviembre de 2019.

  
**Dr. Marcial Bonilla Marín**  
Secretario Académico

  
**Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez**  
Jefa del Departamento del Posgrado





# Dedicatoria

*A Dios:  
por guiarme en todo momento en mi vida.*

*A mis padres:  
David Reyes Vela y Adriana de Jesús Cruz Trujillo por su amor, apoyo y  
educación.*

*A toda mi familia:  
que en todo momento me apoyaron y siempre supieron darme las palabras  
necesarias para motivarme en mi camino.*

*Esto es para ustedes  
con todo mi corazón*



# Agradecimientos

Principalmente quiero agradecerle a mi familia, a mi padres Adriana de Jesús Cruz Trijillo y David Jerónimo Reyes Vela, mis abuelitos, Adelina Vela Rodriguez, Marcos Reyes Lazaro y Ada Luisa Trujillo Ramon, mis tios, Yalí Reyes Vela, Adelina Reyes Vela y Marcos Reyes Vela, que siempre me apoyaron y estuvieron en mis momentos de debilidad, por insistirme y empujarme a tomar este reto, por toda la educación y consejos que me faltaran vidas para poder aplicarlos y por todo el amor incondicional en esta etapa de mi vida.

En particular al Dr. Diego Langarica Córdoba, por aceptar trabajar conmigo en esta tesis de maestría, por su asesoría, paciencia, experiencia y apoyo, los cuales permitieron llevar a cabo todo el trabajo realizado.

Muy especialmente al Dr. Jesús Leyva Ramos, por el apoyo de dirección brindado mientras se realizaba esta tesis.

A los sinodales....

A los profesores investigadores de la División de Matemáticas Aplicadas del IPICyT por toda la paciencia brindada cada vez acudía a ustedes por dudas, que no eran pocas y por todos los conocimientos otorgados dentro y fuera de las aulas.

A CONACyT, por la beca brindada, ya que sin ella, todo esto no hubiera sido posible.

A todos aquellos amigos y compañeros que me apoyaron y que nunca me dieron la espalda, gracias por haberme apoyado para seguir adelante.

A todos gracias por su apoyo, paciencia y dedicación.



# Resumen

Este trabajo de tesis presenta un diseño de control no lineal para un convertidor elevador con doble inductor. El propósito de este estudio es demostrar que es posible aplicar la teoría de control no lineal para diseñar un controlador basado en pasividad que pueda modificar, a través de los dispositivos de conmutación, la energía almacenada y las características de amortiguamiento del circuito, sin despreciar las no linealidades del sistema y así, lograr una apropiada regulación y seguimiento de las trayectorias deseadas, lo que resulta en la regulación de la corriente y voltaje de salida para que en trabajos futuros estos puedan ser aplicados a energías renovables (celdas de combustible, celdas solares, etc).

En el desarrollo de esta investigación se considera un convertidor electrónico de potencia de tipo elevador con doble inductor, el cual por los dispositivos de conmutación del sistema, consta de dos modos de operación: cuando los interruptores se encuentran desactivados, los inductores se descargan en serie, así la energía es transferida hacia el capacitor y la carga, de esta manera el capacitor se carga de energía. Por otro lado, cuando los interruptores se encuentran activados, los inductores se cargan en paralelo, y la energía almacenada en el capacitor es liberada a la carga. Cabe mencionar que los interruptores funcionan de forma síncrona. Con lo anterior, es posible obtener los modelos matemáticos de ambos modos de operación mediante dos enfoques: uno a partir del análisis de circuitos a través de las leyes de Kirchhoff y el otro en base a la formulación por Euler-Lagrange (se hace notar que estos enfoques de modelado son consistentes entre si), esta última necesaria para aplicar la metodología de control basado en pasividad. Este enfoque presenta dos etapas básicas. Primero una etapa de *moldeo de energía* donde se modifica la energía potencial del sistema de tal manera que la nueva función de energía potencial tenga un equilibrio deseado mínimo y global. Segundo, una etapa de *inyección de amortiguamiento* donde se modifica la función de disipación de energía para asegurar la estabilidad asintótica.

Las pruebas de simulación realizadas en este trabajo, consisten en validar que los objetivos de control son logrados, esto es, la regulación de la corriente y voltaje de salida. En dichas pruebas se consideran tanto la ausencia como presencia de incertidumbre paramétrica en los elementos inductivos del sistema. Por lo tanto, se diseña un estimador de incertidumbre, con el fin de estimar los parámetros desconocidos e incluir dichas estimaciones al esquema de control y así poder hacer frente a este problema.

**Palabras clave:** *Convertidor elevador, control basado en pasividad, moldeo de energía, inyección de amortiguamiento, Euler-Lagrange, estimador de incertidumbre.*



# Abstract

This thesis work presents a non-linear control design for a boost power converter with double inductor. The aim of this work is to demonstrate that it is possible to apply non-linear control theory to design a passivity based controller capable to modify, through switching devices, the stored energy and damping features of the circuit, despite the non-linearities of the system and thus to achieve an appropriate regulation and monitoring of the desired trajectories, resulting in the regulation of the output current and voltage. It is expected in future work, that these results can be applied to renewable energy based systems (fuel cells, solar cells, etc.).

For the development of this research, a boost converter with double inductor is considered. Due to the existence of switching devices, this converter presents two operation modes: when the switches are deactivated, the inductors are discharged in series, so the energy is transferred to the capacitor and the load, thus the capacitor is charged. When the switches are activated, the inductors are charged in parallel, and the energy stored in the capacitor is released to the load. It is worth mentioning that the switches operate in synchrony. With the above, it is possible to obtain mathematical models of both operation modes through two approaches: one from the analysis of circuits via Kirchhoff's laws and the other based on the Euler-Lagrange formulation (which turns out that both approaches are consistent with each other). The latter required to apply the control methodology based on passivity. The PBC approach has two basic stages. First an energy shaping stage where it modify the potential energy of the system in such a way that the new potential energy function has a global and unique minimum in the desired equilibrium. Second, a damping injection stage where it modify the dissipation function to ensure asymptotic stability.

The performed simulation scenarios aim to validate that the control objectives are achieved, that is, the regulation of the output current and voltage. These scenarios consider both the absence and presence of parametric uncertainty in the inductive elements of the system. Therefore, an uncertainty estimator is designed in order to estimate the unknown parameters and to include these estimates in the control scheme in order to face this problem.

**Key words:** *Boost converter, passivity-based control, energy shaping, damping injection, Euler-Lagrange systems, uncertainty estimator.*



# Índice general

Resumen	XI
Abstract	XIII
Contenido	XVI
Índice de figuras	XVII
Índice de tablas	XVII
Lista de abreviaturas y variables	XIX
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	2
1.2. Justificación . . . . .	3
1.3. Objetivos de investigación . . . . .	5
1.4. Aportaciones . . . . .	5
1.5. Organización de la tesis . . . . .	6
<b>2. Preliminares</b>	<b>7</b>
2.1. Definiciones de estabilidad . . . . .	7
2.2. Método directo de Lyapunov . . . . .	9
2.3. Disipatividad . . . . .	9
2.4. Pasividad . . . . .	10
2.5. Sistemas Euler-Lagrange . . . . .	10
2.5.1. Ecuaciones Euler-Lagrange . . . . .	11
2.5.2. Variables generalizadas . . . . .	11
<b>3. Modelado por Euler-Lagrange y diseño de control basado en pasividad</b>	<b>15</b>
3.1. Análisis de la topología del convertidor CD/CD propuesto . . . . .	16
3.2. Modelo del sistema . . . . .	17
3.3. Modelado E-L de convertidores electrónicos de potencia. . . . .	18
3.4. Diseño del CBP con inclusión del EDI . . . . .	25
3.5. Diseño del EDI. . . . .	28
3.6. Diseño del CBP y EDI con inclusión de un control PI . . . . .	31

<b>4. Resultados de simulación</b>	<b>35</b>
4.1. Simulación del CBP con control PI con EDI en el CEDI. . . . .	36
4.2. Simulación del CBP con control PI, con incertidumbre en el CEDI sin aplicar EDI. .	39
<b>5. Conclusiones y trabajo futuro.</b>	<b>43</b>
<b>A. Análisis tradicional del CEDI</b>	<b>45</b>
A.1. Modelo en ecuaciones diferenciales . . . . .	45
A.2. Modelo Conmutado . . . . .	46
A.3. Modelo Promediado . . . . .	47
A.4. Modelo Promediado Lineal (Linealización) . . . . .	50
A.5. Funciones de Transferencia . . . . .	51
A.6. Parámetros de Diseño. . . . .	52
A.6.1. Modo continuo de conducción . . . . .	52
A.6.2. Rizo de corriente . . . . .	54
A.6.3. Rizo de voltaje . . . . .	55
A.6.4. Inductancia y capacitancia mínima . . . . .	56

# Índice de figuras

1.1.	Esquema general de un convertidor CD/CD con controlador. . . . .	1
1.2.	Razón de conversión entre el convertidor elevador tradicional y el CEDI. . . . .	4
2.1.	Noción de estabilidad en sentido de Lyapunov . . . . .	8
2.2.	Noción de estabilidad asintótica . . . . .	8
2.3.	Esquema general de los sistemas E-L . . . . .	13
3.1.	Convertidor Elevador con Doble Inductor (CEDI). . . . .	16
3.2.	Modos de operación. . . . .	17
3.3.	Valor de la entrada de control $u$ en un periodo $T_s$ . . . . .	17
3.4.	Diagrama a bloques del CEDI en lazo cerrado con CBP + EDI y PI incluidos. . . . .	32
3.5.	Diagrama a bloques del PI. . . . .	32
3.6.	Región desde donde $\sigma$ toma valores y sus límites. . . . .	34
4.1.	Variables de estados y valores deseados del CEDI + PI con EDI. . . . .	36
4.2.	Control $\mu$ y diferencia entre variables de estado y valores deseados. . . . .	37
4.3.	Estimación de incertidumbre $\hat{\delta}_1$ y $\hat{\delta}_2$ . . . . .	38
4.4.	Variables de estado y deseados del CEDI + PI con EDI usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	38
4.5.	Control $\mu$ y diferencia entre variables de estado y valores deseados usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	39
4.6.	Acercamiento a variables de estado y deseados del CEDI + PI con EDI usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	40
4.7.	Estimación de incertidumbre $\hat{\delta}_1$ y $\hat{\delta}_2$ usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	40
4.8.	Variables de estado y deseados del CEDI + PI con incertidumbre. . . . .	40
4.9.	Control $\mu$ y diferencia entre variables de estado y valores deseados. . . . .	41
4.10.	Variables de estado y deseados del CEDI + PI con incertidumbre usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	42
4.11.	Control $\mu$ y diferencia entre variables de estado y valores deseados usando <i>Simscape/Power Systems</i> . . . . .	42
A.1.	Gráfica de la corriente de un inductor. . . . .	48
A.2.	Gráfica del voltaje en el capacitor. . . . .	49
A.3.	Señal de conmutación $u$ , rizo de corriente en inductores $L_1$ , $L_2$ y rizo de voltaje en capacitor $C$ . . . . .	54



# Índice de tablas

2.1. Definición de las variables generalizadas . . . . .	11
3.1. Parámetros E-L para modos de operación del CEDI. . . . .	21
3.2. Parámetros E-L conmutados para modos de operación del CEDI. . . . .	21
4.1. Especificaciones de diseño del CEDI. . . . .	35

# Lista de abreviaturas y variables

## Abreviaturas

CD	Corriente Directa.
PWM	Modulación de ancho de pulso.
DSP	Procesador de señales digitales.
CEDI	Convertidor elevador con doble inductor.
E-L	Euler-Lagrange.
I&I	Inmersión & invarianza.
CBP	Control basado en pasividad.
EDI	Estimador de incertidumbre.
PI	Proporcional-Integral.
V	Voltio.
A	Amperio.
$t$	Tiempo.
$t_0$	Tiempo inicial.
Hz	Hertz.
H	Henrios.
F	Faradios.
L	Inductor.
C	Capacitor.
MCC	Modo continuo de conducción.
MDC	Modo discontinuo de conducción.
MOSFET	Transistor de efecto de campo metal-óxido semiconductor.
LVK	Ley de voltaje de Kirchhoff.
LCK	Ley de corriente de Kirchhoff.

## Variables

$L_1$	Valor de inductancia en inductor 1.
$L_2$	Valor de inductancia en inductor 2.
$S_1$	Interruptor 1.
$S_2$	Interruptor 2.
$D$	Diodo.
$C$	Capacitor.
$R$	Resistencia.
$v_O$	Voltaje en la resistencia en modelo conmutado.
$i_L$	Corriente en inductores en modelo conmutado.
$V_O$	Voltaje en la resistencia en modelo promediado.
$I_L$	Corriente en inductores en modelo promediado.
$T_s$	Periodo de conmutación.
$u$	Ciclo de trabajo en modelo conmutado.
$U$	Ciclo de trabajo en modelo promediado.
$t_{on}$	Tiempo de encendido del interruptor.

$t_{off}$	Tiempo de apagado del interruptor.
$v_L$	Voltaje en el inductor.
$i_L$	Corriente en el inductor.
$i_c$	Corriente en el capacitor.
$v_c$	Voltaje en el capacitor.
$v_o$	Voltaje en la resistencia.
$\langle \dot{\cdot} \rangle$	Representa $\frac{d\langle \cdot \rangle}{dt}$ .
$\  \cdot \ $	Norma euclidiana
$\langle \ddot{\cdot} \rangle$	Representa $\frac{d^2\langle \cdot \rangle}{dt^2}$ .
$\langle \cdot \rangle$	Representa el punto de equilibrio.
$\langle \cdot \rangle_d$	Representa los variables deseadas.
$\langle \cdot \rangle$	Representa variables linealizadas.
$G_s$	Función de transferencia.
$\Delta_{i_L}$	Rizo de corriente en el inductor.
$\Delta_{v_c}$	Rizo de voltaje en el capacitor.
$f_s$	Frecuencia de conmutación.
$L_{min}$	Inductancia mínima
$C_{min}$	Capacitancia mínima
$q$	Coordenadas generalizadas (carga eléctrica).
$\dot{q}$	Velocidades generalizadas (corriente eléctrica).
$\mathcal{T}$	Energía cinética (energía magnética).
$\mathcal{V}$	Energía potencial (energía de campo eléctrico).
$\mathcal{F}(\dot{q})$	Función de disipación de Rayleigh.
$\mathcal{L}(q, \dot{q})$	Función Lagrangiana.
$\mathcal{D}$	Matriz de inercias generalizadas
$\mathcal{J}$	Matriz de interconexión.
$\mathcal{R}$	Matriz de disipación.
$\mathcal{E}$	Vector de fuentes de alimentación.
$\mathcal{R}_i$	Matriz de inyección de amortiguamiento.
$\Psi$	Dinámica del error.
$\mu$	Ciclo de trabajo para función Euler-Lagrange.
$z_{d_2}$	Dinámica auxiliar del controlador.
$K_p$	Ganancia proporcional del control PI.
$K_i$	Ganancia integral del control PI.
$\delta$	Vector de incertidumbre.
$\hat{\delta}$	Vector de incertidumbre estimada.
$\eta$	Vector de variables auxiliares del EDI.
$\mathcal{M}(z)$	Vector auxiliar del EDI.
$\Lambda$	Matriz de ganancias del EDI.



# Capítulo 1

## Introducción

Dentro del campo de los circuitos electrónicos, los convertidores de potencia juegan un papel de gran importancia, ya que son estos los encargados de generar una tensión y/o corriente con determinadas características a partir de una fuente de energía primaria asegurando una correcta alimentación de las diferentes cargas útiles [18]. Los convertidores CD/CD son un tipo de convertidores de potencia, los cuales se encargan de procesar la energía de una fuente de CD a los requerimientos de una carga también de tipo CD. El esquema general de los convertidores CD/CD con un sistema de control, se presenta en la Figura 1.1, el cual, está formado por elementos de conmutación y elementos que almacenan energía como los inductores y capacitores.

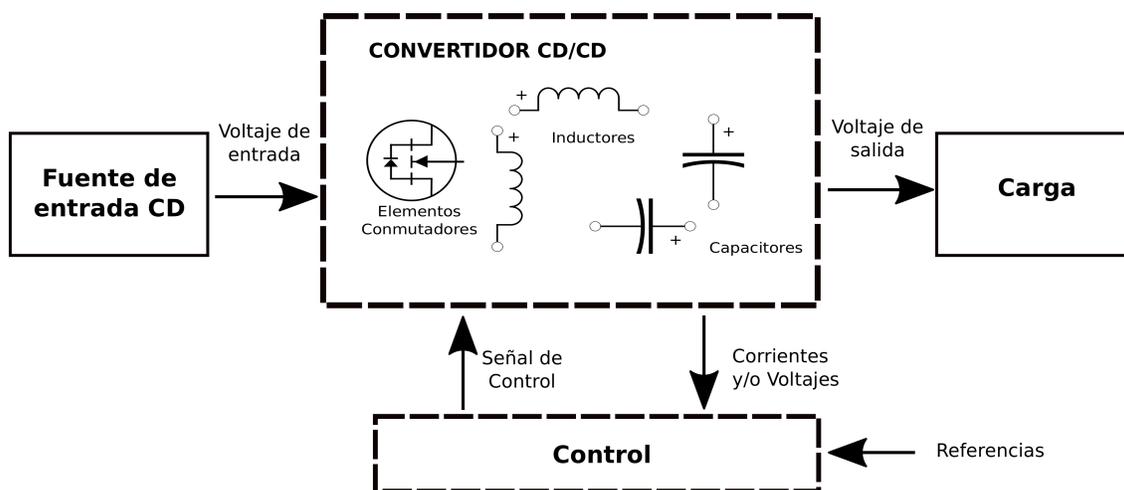


Figura 1.1: Esquema general de un convertidor CD/CD con controlador.

Dichos convertidores se ubican entre una fuente primaria y una carga, que para efectos de modelado, en esta tesis se considera puramente resistiva [12]. Entre las fuentes de entrada a considerar se encuentran, baterías electrolíticas, celdas de combustible, paneles solares, generadores eólicos y red eléctrica rectificadas. Entre las diferentes cargas se pueden encontrar, desde la alimentación de tarjetas a base de microprocesador y DSPs que se encuentran en equipos informáticos y de telecomunicaciones hasta buses de comunicación en sistemas embebidos (satélites de comunicaciones, automóviles, aviones, etc). Para mejorar el desempeño de estos convertidores, se adiciona en la mayoría de los casos, un lazo de control el cual actúa directamente sobre el tiempo de conducción del dispositivo activo de conmutación, con esto, es posible mejorar transitorios y conseguir mayor

estabilidad frente a incertidumbre y perturbaciones[18].

El análisis y diseño del lazo de control puede llegar a presentar dificultades debido a la naturaleza no lineal de los convertidores CD/CD y a su estructura variable. Se puede optar por aproximar esta dinámica no lineal por un modelo lineal que permita diseñar reguladores con técnicas de control lineal altamente conocidas [1, 2].

Con objeto de eliminar la limitación anterior, a partir de los años 80 aparecen distintas propuestas alternativas que diseñan el control a partir de modelos no lineales. Por una parte en el contexto de reguladores PWM operando a frecuencia fija, en [12, 13, 14] se aplican técnicas de linealización por retroalimentación, con el fin de obtener una dinámica lineal del sistema a partir del modelo no lineal promediado del convertidor. También sobre modelos no lineales promediados se han aplicado técnicas basadas en pasividad [4]. Como resultado se obtiene una dinámica en lazo cerrado con un amortiguamiento impuesto por el diseñador. El uso de técnicas no lineales en el ámbito de la electrónica de potencia es todavía marginal [15], por lo que un análisis de los comportamientos dinámicos de este tipo de controladores que permita compararlos con lo que se utilizan mayoritariamente tiene un interés considerable.

En la presente tesis se revisa la técnica de control basado en pasividad aplicado a un convertidor elevador con doble inductor (CEDI). A continuación, se revisarán antecedentes de control no lineal basado en pasividad aplicado a convertidores conmutados CD/CD y en especial a los que involucren el CEDI propuesto, además de las perspectivas de trabajo que se desarrollarán en este documento.

## 1.1. Estado del arte

A continuación se presentan algunos antecedentes encontrados en la literatura relevantes para esta investigación de maestría. Se aborda el modelado de convertidores CD-CD, bajo el enfoque E-L en [3] y se diseñan controladores retroalimentados dinámicos basados en pasividad, en donde se analiza la estabilidad de la dinámica de los controladores para la regulación directa e indirecta del voltaje de salida [4].

Se aborda el modelado de tres convertidores de alta ganancia en [5], el primer convertidor propuesto es el convertidor elevador con doble inductor, del cual se realiza un análisis en modo continuo y discontinuo de conducción, además, se hace una comparación con el convertidor elevador tradicional y se concluye que el CEDI tiene una ganancia de voltaje más alta y un menor voltaje de estrés en los interruptores.

Se diseña una estrategia de control para un sistema de regulación de voltaje para una celda de combustible en [6], además se aborda el análisis del comportamiento del CEDI por leyes de Kirchhoff con lo que se llega a presentar los modelos promediado no lineal y lineal promediado, así como también de un estudio de las funciones de transferencia, el rizo de corriente y de voltaje. Finalmente se validaron dichos modelos mediante una comparación de la respuesta en frecuencia con el prototipo experimental del CEDI y se observa que el modelo se aproxima de manera cuantitativa a la dinámica del prototipo experimental. Por cuestiones de simplicidad en este estudio no se consideraron elementos parásitos que conforman el convertidor. En este trabajo se consideran incertidumbres como resistencias parásitas y cambios de carga. Esta tesis es una continuación de

los trabajos vistos en [5] y [6]. En apendice A se muestra la etapa de modelado por método tradicional de Kirchhoff del convertidor elevador con doble inductor visto en [6].

La estimación de incertidumbre en los parámetros del sistema, se estudian en [7, 8], en donde se lleva a cabo el desarrollo del diseño de observadores no lineales de perturbación en el caso de [7] se estima la fricción entre componentes mecánicos y en [8], se desarrolla un esquema CBP, el cual incluye un observador no lineal de perturbaciones para hacer frente a la incertidumbre paramétrica.

Se presenta una herramienta llamada inmersión e invariancia (**I&I**) para el diseño control adaptable aplicado a ejemplos académicos en [9]. En este estudio se concluye que aplicando nociones básicas de I&I junto con teoría de sistemas no lineales, estas pueden ser usadas para el diseño de leyes de control para sistemas no lineales en general. Se propone un sistema aplicado a una celda de combustible para la regulación del voltaje de salida al usar un acción proporcional-integral en [10], este estudio aplica la teoría **I&I**, con el fin de estimar las variaciones en la resistencia de salida.

## 1.2. Justificación

La contaminación atmosférica es un problema que ha afectado gravemente a nuestro planeta y algunas de las consecuencias son: el aumento considerable de la temperatura, el deshielo de los polos, los incendios forestales, tormentas e inundaciones. Estos desastres han afectado a miles de personas y de continuar con el daño, las consecuencias serán cada vez más catastróficas. En la actualidad las energías renovables han sido una alternativa viable para minimizar el uso de combustibles fósiles, ya que estos es una de la causas principales del cambio climático, por lo que es indispensable el desarrollo de tecnologías que seas capaces de aprovechar las energías limpias.

Los problemas a lo que se enfrenta el uso de energías renovables por ejemplo, celdas de combustible, celdas solares, entre otras, es que estas necesitan ser acondicionadas para usos industriales y comerciales. La falta de regulación y los bajos voltajes que manejan han sido en la actualidad una de las causas principales del estudio de convertidores CD/CD de alta ganancia. Debido a la topología y a los dispositivos de conmutación que integran estos convertidores electrónicos de potencia, se presentan comportamientos no lineales en su operación, así como la posibilidad de estar sujetos a perturbaciones externas y variaciones paramétricas.

Los convertidores elevadores tradicionales han sido una alternativa viable y de fácil implementación, debido a su configuración y topología, estos convertidores son capaces de obtener a la salida un voltaje continuo mayor al de la entrada. Por otro lado, si se requiere una conversión mayor al doble del voltaje de entrada, es necesario ciclos de trabajo elevados, lo que provoca un mayor estrés en los interruptores. El CEDI estudiado en este trabajo es una modificación al convertidor elevador tradicional, el cual, al tener dos elementos inductivos, este es capaz de alcanzar mayores ganancia de voltaje con ciclos de trabajo menores. Por lo tanto, es de gran interés el diseño de una estrategia de control para el CEDI, con el fin, de que en trabajos futuros este estudio pueda ser utilizado en sistemas en donde se utilicen energías renovables. Nótese que en la literatura aún no se reporta una estrategia de control para el CEDI.

En Figura 1.2 es posible notar la diferencia entre la ganancia de voltaje del convertidor elevador

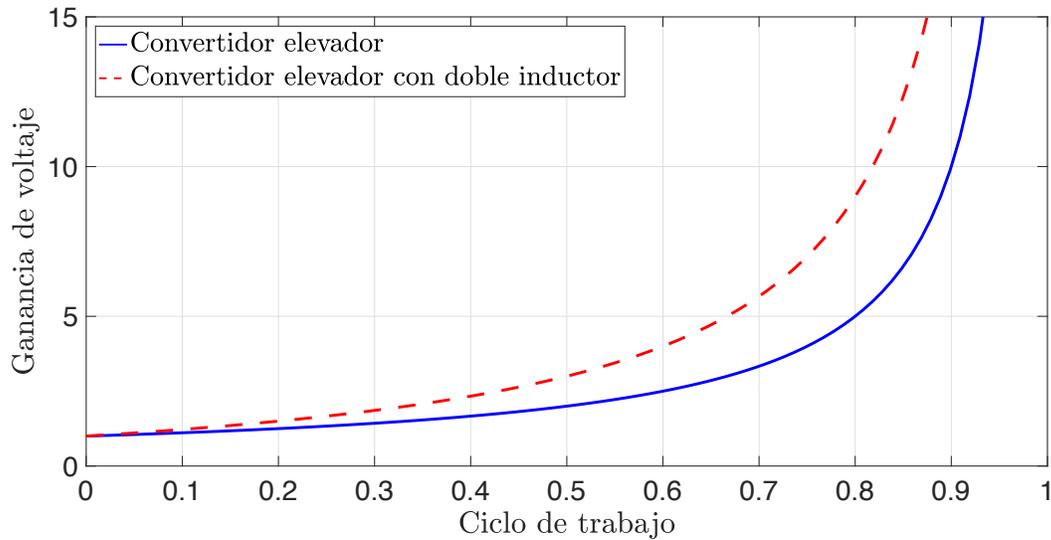


Figura 1.2: Razón de conversión entre el convertidor elevador tradicional y el CEDI.

tradicional y el CEDI. Observe que con un ciclo de trabajo de 0.5, el convertidor elevador tradicional alcanza una ganancia de voltaje más baja que en el caso del CEDI. De esta comparación se deduce que el CEDI es un mejor candidato para aplicaciones donde se requiera una razón de conversión elevada.

El CEDI como cualquier sistema físico, es susceptible a tener incertidumbre o variaciones paramétricas, como resistencias parásitas en los elementos de conmutación, inductivos y capacitivos, ya que estos pueden presentar variaciones en su resistencia interna durante su operación. En estos casos las técnicas de control que no toman en consideración esto, dejan de funcionar adecuadamente y ponen en riesgo la estabilidad del sistema [13]. En este sentido, este trabajo de tesis, emplea la técnica de control basado en pasividad (CBP), la cual toma en cuenta las no linealidades del sistema.

El desarrollo del esquema de control consiste, primero, en un lazo interno diseñado para asegurar el seguimiento de una referencia de corriente, y segundo, un lazo externo utilizado para generar la referencia de corriente a seguir por el lazo interno, y que se basa en una acción PI sobre el voltaje de salida. Es necesario resaltar que, la etapa de diseño del controlador de corriente (lazo interno) se basa en dos conceptos fundamentales; el moldeo de energía y la inyección de amortiguamiento. Con el moldeo de energía se impone un comportamiento en lazo cerrado a través de una función de almacenamiento de energía deseada y con la inyección de amortiguamiento, se modifica la disipación de la energía del sistema, asegurando estabilidad asintótica de las trayectorias del sistema en lazo cerrado. Por otro lado, para hacer frente a las incertidumbres paramétricas, se emplea adicionalmente un estimador de incertidumbre (EDI), con el cual se aproximan los efectos de las caídas de voltaje por resistencias parásitas, cambios de carga, no idealidades, desviaciones de los valores nominales de los componentes y cualquier otro fenómeno no considerado. Finalmente, estas aproximaciones son retroalimentadas al controlador.

## 1.3. Objetivos de investigación

### Objetivo general

Analizar y modelar el convertidor de tipo elevador con doble inductor (CEDI), así como también sintetizar una ley de control basado en pasividad para asegurar la regulación del voltaje de salida.

### Objetivos específicos

Los objetivos particulares que guían el desarrollo de este trabajo de tesis son los siguientes.

- Estudiar el modelo matemático que describa el comportamiento del CEDI completo, a través del enfoque de sistemas E-L.
- Estudiar y diseñar una estrategia de control no lineal basado en pasividad para así, asegurar la regulación del voltaje de salida.
- Diseñar un estimador no lineal de incertidumbre (EDI) para poder ser implementado en el esquema de control.
- Obtener resultados numéricos del sistema en lazo cerrado.

## 1.4. Aportaciones

La aportación principal de este trabajo de tesis radica en el diseño de un control no lineal basado en pasividad de un convertidor elevador con doble inductor. En este trabajo se presenta una estrategia de control a través de la técnica de CBP, la cual aprovecha las características no lineales del sistema y propiedades de energía, más aún, la estrategia de control basada en pasividad (en su conjunto), no ha sido aplicada o reportada en la literatura, por lo cual se destaca como una aportación.

En particular las aportaciones de esta tesis se resumen en lo siguiente:

- Se reporta el análisis y modelado, en la formulación E-L, lo que permite a lector seguir paso a paso el desarrollo.
- Se presenta el desarrollo de la estrategia de control no lineal basada en pasividad.
- Se presenta una solución adaptable al considerar incertidumbre paramétrica en el sistema, lo que da resultados más cercanos a la realidad.

## 1.5. Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis se encuentra estructurado de la siguiente manera:

En el *capítulo 2* se presentan preliminares matemáticos sobre estabilidad y conceptos de sistemas E-L usados a lo largo del trabajo de tesis.

En el *capítulo 3* se plantea el modelado del CEDI a través del enfoque E-L, con el fin de mostrar que el sistema cuenta con las propiedades necesarias para el desarrollo de un controlador basado en pasividad. Con el fin de presentar la existencia de incertidumbre paramétrica en el sistema, se aborda el desarrollo de la estrategia de control basada en pasividad tomando en cuenta la incertidumbre en los dispositivos electrónicos (cambios de carga y resistencias parásitas) con lo que se definen los objetivos de control que se desean alcanzar. En la siguiente sección, se realiza el diseño del EDI para poder hacer frente a las incertidumbres paramétricas presentes en los componentes del sistema; y para finalizar, se realiza la implementación de un control PI, con la finalidad de mejorar el rendimiento del esquema de control.

En el *capítulo 4* se plantean los resultados de simulación numérica del sistema en lazo cerrado en el ambiente del software *MATLAB/Simulink* utilizando la herramienta *Simscape/Power Systems*. Se emplean los esquemas de control con incertidumbre paramétrica (específicamente en los elementos inductivos), además de cambios en la resistencia de carga agregando el EDI y el control PI, por lo tanto, se presentan dos escenarios de simulación, en el primero, se considera el CEDI con incertidumbre, EDI y control PI y en el segundo se considera el CEDI con control PI sin incluir EDI, con la finalidad de observar el comportamiento del esquema de control al no estar preparado para afrontar los cambios de carga y resistencias parásitas. Cabe mencionar, que los escenarios de simulación son realizados tanto en ambiente *Simulink* en combinación con la herramienta *Simscape/Power Systems*.

Finalmente en el *capítulo 5*, se realiza una colección de todas las conclusiones observadas en este trabajo de tesis, además se consideran los posibles trabajos futuros que se podrían realizar considerando este trabajo como fundamento.

# Capítulo 2

## Preliminares

En este capítulo, se da una breve explicación sobre algunos conceptos de estabilidad que serán usados a lo largo de este trabajo; se recomienda al lector consultar [18] para los detalles de demostración a los teoremas y definiciones.

Considere un sistema dinámico, el cual satisface lo siguiente,

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (2.1)$$

Se asume que  $f(t, x)$  satisface las condiciones de existencia y unicidad de solución al problema del valor inicial, es decir,  $f(t, x)$  satisface la condición de Lipschitz.

**Teorema 2.1** *Existencia y unicidad. [18]*

*Sea  $f(t, x)$  una función continua por partes en  $t$  y que satisface la condición de Lipschitz*

$$\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L\|x - y\| \quad (2.2)$$

*$\forall y \in B = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - x_0\| \leq r\}, \forall t \in [t_0, t_1]$ . Entonces, existe algún  $a > 0$  tal que la ecuación de estado  $\dot{x} = f(t, x)$  con  $x(t_0) = x_0$  tiene una única solución sobre  $[t_0, t_0 + a]$ . La existencia y unicidad es global cuando (2.2) se satisface para todo  $x, y \in \mathbb{R}^n$  y  $\forall t \in [t_0, t_1]$ .*

Una función que satisface el teorema 2.1 se dice que es Lipschitz en  $x$  y la constante  $L$  es llamada *constante de Lipschitz*.

**Definición 2.1** *Un punto  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  es un punto de equilibrio de (2.1) si,*

$$f(t, \bar{x}) \equiv 0 \quad \forall t \geq t_0.$$

### 2.1. Definiciones de estabilidad

Para las siguientes definiciones se asume que el origen en el espacio de estado,  $\bar{x} = 0 \in \mathbb{R}^n$ , es un equilibrio de (2.1), cabe mencionar que las definiciones pueden ser formuladas para otro equilibrio distinto al origen mediante un apropiado cambio de coordenadas.

**Definición 2.2** *Estabilidad en sentido de Lyapunov. [18]*

*El origen de (2.1) es un equilibrio estable si, para cualquier  $\epsilon > 0$ , existe  $\delta(t_0, \epsilon)$  que,*

$$\|x(t_0)\| < \delta \rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (2.3)$$

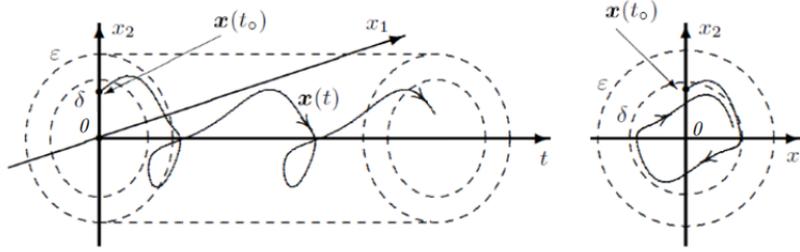


Figura 2.1: Noción de estabilidad en sentido de Lyapunov

**Definición 2.3** *Estabilidad uniforme.* [18]

El origen es un punto de equilibrio uniformemente estable de (2.1) si para cualquier  $\epsilon > 0$ , existe  $\delta(\epsilon) > 0$ , independiente de  $t_0$ , tal que (2.2) se satisface.

**Definición 2.4** *Estabilidad asintótica.* [18]

El origen de (2.1) es un punto de equilibrio asintóticamente estable si:

1. El origen es estable,
2. El origen es atractivo, es decir, existe  $\delta'(t_0) > 0$  tal que,

$$\|x(t)\| < \delta' \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (2.4)$$

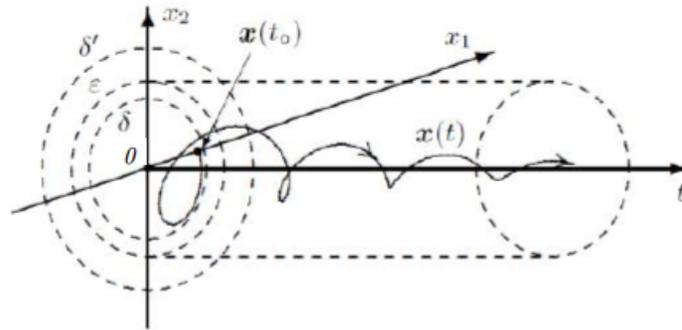


Figura 2.2: Noción de estabilidad asintótica

**Definición 2.5** *Estabilidad exponencial* [18] El origen es un punto de equilibrio exponencialmente estable de (2.1) si existen constantes  $\delta', m, \gamma > 0$ , tal que, independientes de  $t_0$ , tal que,

$$\|x(t)\| < m\|x(t_0)\|e^{-\gamma(t-t_0)}, \forall \|x(t_0)\| \leq \delta' \quad (2.5)$$

y globalmente exponencialmente estable si (2.5) se satisface para cualquier estado inicial  $x_0$ , donde  $\gamma$  es conocida como tasa de convergencia.

## 2.2. Método directo de Lyapunov

El método directo de Lyapunov (también conocido como segundo método de Lyapunov) nos permite determinar la estabilidad de un sistema sin la necesidad de conocer explícitamente su solución [19]. El método está expresado en términos de energía, por lo que se puede estudiar la tasa de cambio de la energía del sistema para demostrar estabilidad.

**Teorema 2.2** [28] Sea  $\bar{x} = 0$  un punto de equilibrio de (2.1) y sea  $D \subset \mathbb{R}^n$  un dominio que contiene a  $\bar{x} = 0$ . Sea  $V : D \rightarrow \mathbb{R}_+$  una función continuamente diferenciable tal que,

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0, \quad \forall x \in D - \{0\} \quad (2.6)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0, \quad \forall x \in D \quad (2.7)$$

entonces,  $\bar{x} = 0$  es estable. Mas aún, sí,

$$\dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \in D - \{0\} \quad (2.8)$$

entonces,  $\bar{x} = 0$  es asintóticamente estable.

- Una función  $V(x)$  se dice ser definida positiva si satisface que  $V(0) = 0$  y  $V(x) > 0$  para toda  $x \neq 0$  en  $D$ .
- Una función  $V(x)$  se dice ser **semidefinida positiva** si satisface que  $V(0) = 0$  y  $V(x) \geq 0$  para toda  $x \neq 0$  en  $D$ .
- Una función  $V(x)$  se dice ser **definida negativa** o **semidefinida negativa** si  $-V(x)$ , con  $V(x)$  definida positiva o semidefinida positiva, respectivamente.

Por lo tanto el teorema 2.2 puede ser reescrito como, el origen es estable si existe una función definida positiva continuamente diferenciable  $V(x)$  tal que  $\dot{V}(x)$  es semidefinida negativa y es asintóticamente estable si  $\dot{V}(x)$  es definida negativa.

En particular, una función continuamente diferenciable  $V(x)$  que satisface ser definida positiva y  $\dot{V}(x)$  semidefinida negativa, es llamada *función de Lyapunov*.

## 2.3. Disipatividad

La disipatividad es una de las propiedades básicas de los sistemas físicos relacionada con el fenómeno intuitivo de pérdida o disipación de energía. Ejemplos típicos de estos sistemas son los circuitos eléctricos, en donde parte de la energía eléctrica es disipada como calor por los resistores o en el caso de sistemas mecánicos a través de la fricción. La definición matemática de esta propiedad contempla dos funciones: la tasa de suministro, es decir, la tasa a la cual la energía fluye dentro del sistema y la función de almacenamiento, es decir, la energía que es almacenada por el sistema. Dicho lo anterior, sea  $\Sigma : u \rightarrow y$ , un sistema no lineal de la siguiente forma :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} &= f(x, u), & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y &= h(x, u) \end{cases} \quad (2.9)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  son los estados,  $u, y \in \mathbb{R}^m$  son las entradas y salidas del sistema, respectivamente y definiendo a  $w = w(u, y)$  como la tasa de suministros se tiene la siguiente definición [24],

**Definición 2.6** *Sistema disipativo.* [3]

El sistema  $\Sigma$  se dice ser disipativo si existe una función de almacenamiento.  $\mathcal{H}(x) \geq 0$  tal que satisfaga la siguiente desigualdad disipativa:

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt \quad (2.10)$$

para toda  $u$ , para toda  $T \geq 0$  y toda  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

La definición 2.6, establece el hecho de que un sistema disipativo no puede almacenar más energía que la que le es suministrada. En este sentido, se puede abordar una clase de sistemas disipativos en los cuales la tasa de suministro es  $w = u^\top y$ , estos sistemas son conocidos como *sistemas pasivos*.

## 2.4. Pasividad

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales el intercambio de energía con su entorno juega un papel muy importante. En los sistemas pasivos, no se puede almacenar más energía que la que le es suministrada desde el exterior, siendo esta diferencia, la energía disipada. En otras palabras, estos sistemas cumplen con lo siguiente,

$$\text{Energía almacenada} + \text{Energía disipada} = \text{Energía suministrada}$$

**Definición 2.7** *Sistemas pasivos.* [24]

Suponga que el sistema  $\Sigma$  en (2.9) es disipativo con tasa de suministro  $w(u, y) = u^\top y$ , y función de almacenamiento  $\mathcal{H}$ , tal que  $\mathcal{H}(0) = 0$  y  $\mathcal{H}(x) \geq 0$ , para  $x \neq 0$ , por lo tanto, sí se satisface que para todo  $t \geq 0$ :

$$\mathcal{H}(x(t)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^t u^\top(s)y(s)ds \quad (2.11)$$

entonces el sistema es pasivo.

**Definición 2.8** El sistema  $\Sigma$  es estrictamente pasivo a la entrada (*Input Strictly Passive, ISP*) [3] si es disipativo con tasa de suministros  $w(u, y) = u^\top y - \delta_i \|u\|^2$ , con  $\delta > 0$ . Y finalmente,  $\Sigma$  es estrictamente pasivo a la salida (*Output Strictly Passive, OSP*) si es disipativo con tasa de suministro  $w(u, y) = u^\top y - \delta_o \|y\|^2$ , con  $\delta_o > 0$ .

## 2.5. Sistemas Euler-Lagrange

Un sistema E-L, es un sistema cuyo movimiento esta descrito por *ecuaciones E-L*, la cuales son un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales con una cierta estructura específica y son resultado del método variacional, el cual se basa en el balance de energía del sistema. En términos generales, los modelos de los sistemas E-L son obtenidos mediante la sintetización de una función de energía. Por lo tanto, es de esperarse que estos sistemas cuenten con propiedades de disipación de energía y en particular que definan mapeos pasivos, a partir de los cuales se puedan diseñar controladores [3].

### 2.5.1. Ecuaciones Euler-Lagrange

Las ecuaciones E-L, son ecuaciones que se encargan de formular el movimiento dinámico de los sistemas físicos y son fundamentales debido a que revelan sin mucho esfuerzo, una estructura o una factorización de las fuerzas del sistema, lo cual es esencial para aplicar la metodología de PBC en la mayoría de las tareas, incluyendo seguimiento de trayectorias en sistemas mecánicos y regulación o seguimiento para sistemas eléctricos y electromecánicos.

### 2.5.2. Variables generalizadas

Los sistemas físicos son generalmente descritos por un conjunto de cantidades llamadas coordenadas. Por ejemplo, una partícula de masa en el espacio, necesita de coordenadas para describir su posición relativa con respecto a un punto de referencia en un sistema coordenado, la cual podría ser un vector tridimensional de cantidades (es decir,  $x, y$  y  $z$  en un sistema coordenado Cartesiano). Desde un punto de vista dinámico, un sistema físico puede considerarse como un sistema compuesto por muchas partículas interconectadas, provocando restricciones en el comportamiento del sistema y relación entre las coordenadas, las cuales serían independientes de no ser por las interconexiones.

Para un sistema en equilibrio estático, las coordenadas describen al sistema completamente, pero en el caso de un sistema dinámico, es necesario un conjunto de variables dinámicas, las cuales proporcionan información acerca de como está cambiando el sistema. Por ejemplo, la primera derivada de las coordenadas pueden ser consideradas como un conjunto extra de variables dinámicas y son conocidas como *variables asociadas*. En resumen, el movimiento dinámico de un sistema físico con  $n$  grados de libertad puede ser completamente descrito por un conjunto de coordenadas generalizadas independientes  $q_1(t), \dots, q_n(t)$  y un conjunto de  $n$  variables dinámicas, dadas ya sea como primera derivada a las coordenadas,  $\dot{q}_1(t), \dots, \dot{q}_n(t)$  (velocidades generalizadas) o como otro conjunto de variables dinámicas  $p_1(t), \dots, p_n(t)$  (momento generalizado), describiendo la configuración del sistema como una función del tiempo. Así, los estados de un sistema dinámico puede ser presentado en un espacio  $2n$ -dimensional.

En la Tabla 2.1, se presenta la relación entre coordenadas y velocidades con las fuerzas y momentos asociados, para la parte electromagnética y mecánica de los sistemas físicos.

<b>Variables generalizadas</b>	<b>Parte electromecánica</b>	<b>Parte mecánica</b>
Coordenadas generalizadas, $q_i$	Cargas eléctricas	Desplazamiento mecánico
Velocidades generalizadas, $\dot{q}_i$	Corrientes eléctricas	Velocidades mecánicas
Fuerzas generalizadas, $Q_i$	Fuentes de voltaje	Fuerza mecánica
Momentos generalizados, $p_i, \lambda_i$	Enlaces de flujo	Momento mecánico

Tabla 2.1: Definición de las variables generalizadas

Una vez se hayan definido las coordenadas generalizadas independientes, el siguiente paso es definir una función de estado que caracterice al sistema. Aunque existen otras funciones de estado que pueden seleccionarse (por ejemplo, el *Hamiltoniano*), en este trabajo de tesis, la función de estado que se selecciono es el *Lagrangiano*, el cual es denotado como  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ . Esta elección es motivada principalmente por dos razones: la primera, es el hecho de que las ecuaciones de movimiento

resultantes para la parte eléctrica de nuestro sistema serán idénticas a las obtenidas mediante las leyes de Kirchoff y la segunda, por el formalismo E-L, debido a que revela sin mucho esfuerzo, una estructura o una factorización de las fuerzas del sistema, el cual es un paso fundamental para sintetizar esquemas de CBP [3].

Así, la dinámica E-L de un sistema con  $n$  grados de libertad, se describe como,

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = \mathcal{Q}, \quad (2.12)$$

donde,  $q \in \mathbb{R}^n$  son las coordenadas generalizadas,  $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^n$  son las fuerzas externas  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  es la función Lagrangiana, la cual está definida como,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) \triangleq \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q), \quad (2.13)$$

donde,  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  es la función de energía cinética la cual se asume tiene la forma,

$$\mathcal{T}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^\top \mathcal{D}(q) \dot{q}, \quad (2.14)$$

donde  $\mathcal{D}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercias generalizadas que satisface  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{D}^\top(q) > 0$ , y  $\mathcal{V}(q)$  es la función de energía potencial la cual se asume está acotada por abajo, es decir, existe  $c \in \mathcal{R}$  tal que  $\mathcal{V}(q) \geq c$  para todo  $q \in \mathbb{R}^n$ .

Las fuerzas externas  $\mathcal{Q}$ , están constituidas por tres clases de fuerzas distintas: señales de control, disipación y perturbaciones, como,

$$\mathcal{Q} = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + \mathcal{Q}_\zeta + \mathcal{M}u, \quad (2.15)$$

se asume que las señales de control entra de forma lineal a través de  $\mathcal{M}u \in \mathbb{R}^n$ , donde  $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es un matriz constante y  $u \in \mathbb{R}^n$  es el vector de control. Las fuerzas disipativas son expresadas por el termino  $-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q})$ , donde  $\mathcal{F}(\dot{q})$  es la función de disipación de Rayleigh la cual satisface lo siguiente,

$$\dot{q}^\top \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0. \quad (2.16)$$

Por último, el efecto de las perturbaciones son modeladas por una señal externa denotada como,  $\mathcal{Q}_\zeta$ . De acuerdo a todo lo mencionado anteriormente, la definición para la ecuación de movimiento E-L, queda definida de la siguiente manera.

**Definición 2.9** *Ecuación E-L y parámetros E-L. [3] La ecuación de movimiento de E-L*

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) = \mathcal{M}u + \mathcal{Q}_\zeta, \quad (2.17)$$

en conjunto con las ecuaciones (2.13), (2.14) y (2.17) se define un sistema E-L, el cual está caracterizado por sus parámetros E-L:

$$\{\mathcal{T}(q, \dot{q}), \mathcal{V}(q), \mathcal{F}(\dot{q}), \mathcal{M}, \mathcal{Q}_\zeta\} \quad (2.18)$$

En la mayoría de los casos prácticos, se asume a la función de Rayleigh como un una función cuadrática de la forma:

$$\mathcal{F}(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^\top \mathcal{R} \dot{q}, \quad (2.19)$$

con  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^\top \geq 0$  y diagonal. En el caso mecánico  $\mathcal{R}$  representa el coeficiente de fricción viscosa y en el caso eléctrico  $\mathcal{R}$  representa la matriz de resistencias [3].

Todos los conceptos y propiedades anteriores, se presentan en forma resumida en el esquema de la Figura 2.3, los cuales son los pilares para el diseño de los esquemas CBP. En la siguiente sección se aborda de manera específica el modelado de los circuitos electrónicos de potencia bajo el enfoque de la técnica de modelado de E-L.

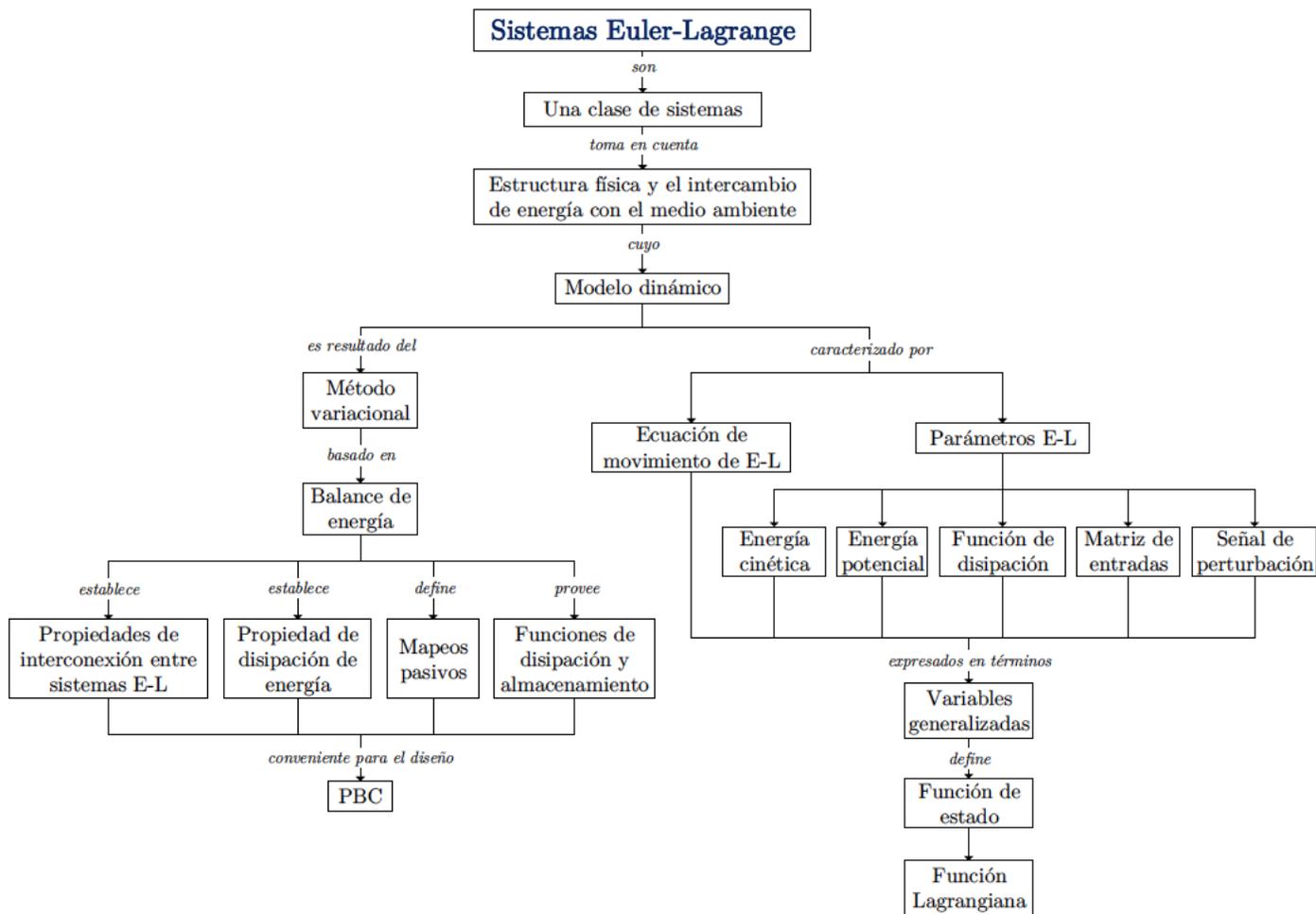


Figura 2.3: Esquema generas de los sistemas E-L



## Capítulo 3

# Modelado por Euler-Lagrange y diseño de control basado en pasividad

En este capítulo se presenta el desarrollo del modelo matemático basado en la formulación de Euler-Lagrange (EL) [18] para el convertidor elevador bajo estudio. Se comienza con la descripción general de la topología del circuito y se analizan los modos de operación en base a la posición del MOSFET, posteriormente se muestra el procedimiento de modelado E-L, para así mostrar el modelo matemático que representa la dinámica del CEDI. Además, se presenta el control basado en pasividad fundamentado en un modelo donde existe incertidumbre (variaciones en los parámetros, cambios de carga, resistencias parásitas, etc.). Para robustificar la ley de control resultante es necesario el estimar los parámetros inciertos, esto se realiza al considerar la teoría de inmersión e invarianza (I&I). Esta metodología ha sido ampliamente reportada en la literatura para diseñar leyes de control, observadores de estados y estimadores de parámetros para sistemas no-lineales [9, 21, 27, 32]. Finalmente con intención de mejorar el rendimiento del CEDI se opta por implementar un control PI como lazo externo de voltaje, esto con el fin de generar una referencia de corriente apropiada y mejorar la rapidez de convergencia a los valores deseados.

### 3.1. Análisis de la topología del convertidor CD/CD propuesto

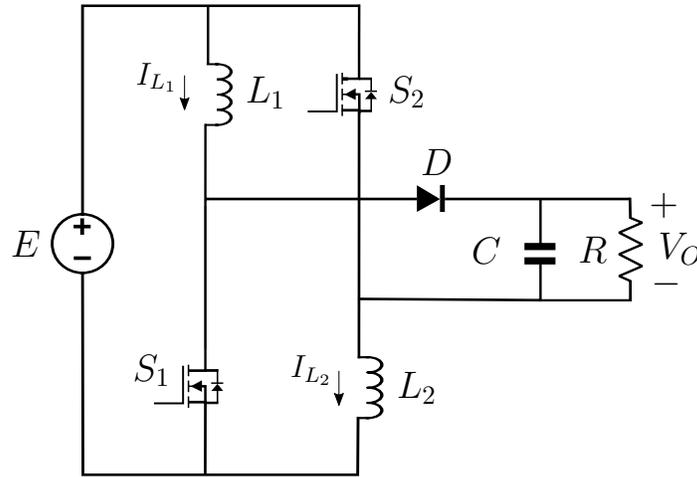


Figura 3.1: Convertidor Elevador con Doble Inductor (CEDI).

El convertidor con doble inductor bajo estudio es capaz de producir un voltaje de salida mayor en magnitud que el voltaje de entrada. El CEDI funciona al abrir y cerrar periódicamente los interruptores electrónicos y posee tres elementos de almacenamiento: dos inductores  $L_1$ ,  $L_2$  y un capacitor  $C$ . La topología del convertidor puede observarse en la Figura 3.1 donde el voltaje promedio es  $V_O$  y la corriente promedio en los inductores es  $I_{L_1}$  e  $I_{L_2}$ , sin embargo, se considera que el inductor  $L_1$  y  $L_2$  son de la misma magnitud de inductancia, (es decir  $L_1 = L_2 = L$ ) por lo que, la corriente que pasa a través de ellos se considera la misma. Esto permite reducir el modelado del CEDI de tres a dos ecuaciones diferenciales para cada uno de los dispositivos de almacenamiento, abordado más adelante. Los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  funcionan de manera síncrona, lo que da como resultado que el convertidor propuesto tenga dos modos de operación. El funcionamiento es el siguiente.

Los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  se activan (modo ON) y se desactivan (modo OFF) al mismo tiempo (Figura 3.2). Se considera que los inductores  $L_1$  y  $L_2$  son de la misma inductancia, esto permite que ambos se carguen y descarguen al mismo tiempo y de la misma forma, por lo tanto se tratará como una sola inductancia  $L$ .

#### Modo ON

Los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  se encuentran activos, en esta configuración los inductores  $L_1$  y  $L_2$  se cargan en paralelo y la energía almacenada en el capacitor  $C$  es liberada a la resistencia  $R$  (Figura 3.2 (a)).

#### Modo OFF

Los interruptores se encuentran desactivados. En esta configuración los inductores  $L_1$  y  $L_2$  se descargan en serie, así la energía es transferida hacia el capacitor  $C$  y la resistencia  $R$ , así como también  $C$  se carga de energía. (Figura 3.2 (b)).

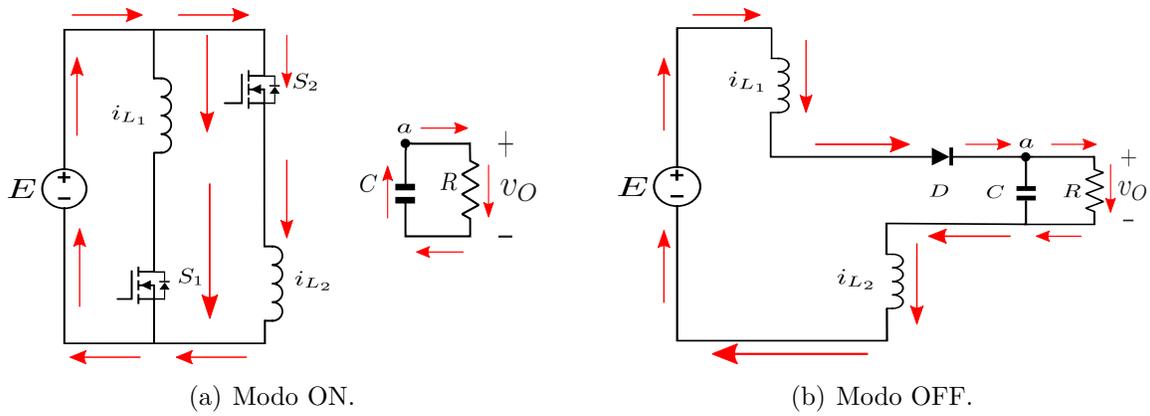


Figura 3.2: Modos de operación.

Los interruptores pasan de ON a OFF en un tiempo  $T_s$ , o periodo de conmutación. Se define el ciclo de trabajo del convertidor,  $u$ , como la relación entre el tiempo que está en posición ON y el periodo  $T_s$ , es decir:

$$u = \frac{t_{on}}{T_s}. \quad (3.1)$$

La Figura 3.3 ilustra la relación entre la señal de control y el tiempo de conducción ON y del bloqueo OFF.

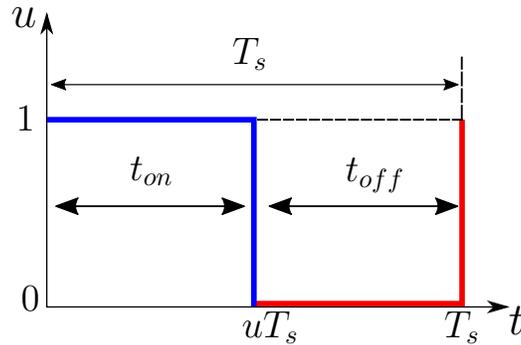


Figura 3.3: Valor de la entrada de control  $u$  en un periodo  $T_s$

El nivel del voltaje salida dependerá directamente del ciclo de trabajo, por tanto, a fin de mantener constante el nivel de dicho voltaje, el valor del ciclo de trabajo ha de variar según las condiciones instantáneas requeridas por la carga [20].

## 3.2. Modelo del sistema

El modelado por Euler-Lagrange comienza por la definición de las funciones de energía del sistema en términos de las variables generalizadas (que en este caso son las “cargas eléctricas” del inductor y capacitor.), las cuales son necesarias para la definición de la función Lagrangiana, la cual será vista más adelante.

A continuación se muestra el modelado por Euler-Lagrange del CEDI (Figura 3.1). Para lograr esto último, se considera de manera independiente cada una de las topologías asociadas con cada

una de las posiciones de los interruptores, con el fin de obtener los parámetros E-L correspondientes.

Las ecuaciones que describen la dinámica de este convertidor se obtienen de la aplicación del método variacional bajo la formulación E-L, así como el procedimiento para modelado de convertidores electrónicos de potencia para cada una de las configuraciones (modos), al depender de la posición de los interruptores  $S_1$  y  $S_2$ . Cuando la posición del interruptor se encuentra en estado activo el circuito se encuentra en modo ON, como se indica en la Figura 3.2 (a), de manera contraria, cuando la posición del interruptor se encuentra en estado inactivo, el circuito se encuentra en modo OFF, como se indica en la Figura 3.2 (b).

### 3.3. Modelado E-L de convertidores electrónicos de potencia.

El método de modelado E-L de circuitos electrónicos de potencia consiste en establecer un conjunto de parámetros E-L modulados por la función de posición del interruptor. Así, la dinámica de Euler-Lagrange de un circuito electrónico de potencia es generalmente caracterizado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = \mathcal{Q} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}), \quad (3.2)$$

donde  $\dot{q}$  representa el vector de flujos de corriente y  $q$  el vector de cargas eléctricas. El vector de cargas eléctricas está constituido por *coordenadas generalizadas* que describen el circuito, el cual consta de  $n$  componentes, representadas por  $q_1, \dots, q_n$ . La función  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  es la función Lagrangiana del sistema y está definida como,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) \triangleq \mathcal{T}(q, \dot{q}) - \mathcal{V}(q), \quad (3.3)$$

donde  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  es la energía cinética en los elementos inductivos en términos de corrientes y  $\mathcal{V}(q)$  es la energía potencial del campo eléctrico en los elementos capacitivos en términos de cargas eléctricas. La función  $\mathcal{F}(\dot{q})$  es la función de disipación de Rayleigh del sistema y representa una medida de *energía (o potencia)* que se pierde por disipación, ya sea a través de los elementos del sistema (resistencias parásitas en inductores, capacitores y dispositivos de conmutación) o a través de la carga que es moldeada como un elemento disipativo. Finalmente,  $\mathcal{Q}$ , que representa un vector de *funciones forzantes generalizadas o fuentes de voltajes*.

Los circuitos electrónicos de potencia son sistemas que son caracterizados por la presencia de unos o varios interruptores, los cuales pueden adoptar una de dos posibles posiciones y cada una de ellas determina un comportamiento dinámico para el sistema. En el caso de convertidores con un solo interruptor, se considera una sola función de conmutación. La posición del interruptor, denotada por el escalar  $u$ , se asume que toma valores en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$  y se asume que cuando el parámetro de posición del interruptor es  $u = 1$ , el sistema denotado por  $\Sigma_1$ , es caracterizado por el conjunto de *parámetros E-L*,  $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}_1\}$ . De manera similar, cuando el parámetro de posición del interruptor toma el valor  $u = 0$ , se asume que el sistema resultante, denotado por  $\Sigma_0$  es caracterizado por  $\{\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}_0\}$ .

**Definición 3.1** *Problema de modelado para sistemas conmutados E-L. [3]*

Dado dos sistemas E-L,  $\Sigma_0$  y  $\Sigma_1$ , caracterizados por sus parámetros E-L,  $\{\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}_0\}$  y  $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}_1\}$ , respectivamente, determinan una parametrización de los parámetros E-L conmutados  $\{\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u\}$  en términos de la posición del interruptor  $u$ , tal que el modelo obtenido por la aplicación directa de la ecuación E-L, resulta en un modelo parametrizado  $\Sigma_u$  consistente con  $\Sigma_0$  y  $\Sigma_1$ .

Por lo tanto los convertidores electrónicos de potencia son completamente caracterizados por el conjunto de funciones  $\{\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u\}$ , las cuales son conocidas como los parámetros E-L conmutados y simplemente se representa a un circuito  $\Sigma_u$  mediante la cuádrupla ordenada:

$$\Sigma_u = (\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}_u). \quad (3.4)$$

Para simplificar la metodología de modelado de convertidores bajo el formalismo de E-L, se resume el procedimiento completo a través de los siguientes pasos [23].

**Procedimiento de modelado E-L para convertidores electrónicos de potencia**

1. **Definición de coordenadas generalizadas y variables dinámicas:** Se define cada elemento dinámico del circuito,  $q_i$  y  $\dot{q}_i$  con  $i = 1, \dots, n$ , es decir, carga y corriente eléctrica, respectivamente.
2. **Energía:** Se determina la energía correspondiente para todos los elementos que almacenan energía, es decir, la energía magnética para los elementos inductivos, denotada por  $\mathcal{T}(q, \dot{q})$  y la energía de campo eléctrico para los elementos capacitivos denotados por  $\mathcal{V}(q)$ .
3. **Disipación:** Se determina la función de disipación de Rayleigh, denotada por  $\mathcal{F}(\dot{q})$ , la cual depende de la posición del interruptor del circuito y el uso de la ley de corrientes de Kirchhoff para determinar la corriente a través del elemento resistivo en término de variables generalizadas.
4. **Funciones forzantes:** Se determina el vector de funciones forzantes generalizadas  $\mathcal{Q}$  el cual agrupa las fuentes de voltaje, posiblemente dependiente de la posición de los interruptores del circuito.
5. **Parámetros E-L conmutados:** Se determinan los parámetros E-L conmutados los cuales son resultado de una comparación de los parámetros E-L obtenidos para cada una de las posiciones del interruptor.
6. **Función Lagrangiana:** Dados los parámetros E-L conmutados, se define la función Lagrangiana mencionada anteriormente en (3.3).
7. **Ecuación de movimiento E-L:** Se sustituye la información de los pasos anteriores en la ecuación E-L previamente explicada en (3.2) y se determina un modelo en espacio de estados mediante la selección de las corrientes correspondientes a los elementos inductivos y las cargas o voltajes correspondientes con los elementos capacitivos como variables de estado.

## Procedimiento de modelado E-L para el convertidor CEDI

1. **Definición de coordenadas generalizadas y variables dinámicas:** Se reescribe la corriente de entrada ( $i_L$ ), es decir, la corriente los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , en función de la derivada de la carga eléctrica circulante ( $\dot{q}_L$ ) y el voltaje del capacitor ( $v_O$ ), en función de la carga eléctrica almacenada en el capacitor, por tanto se obtiene

$$i_L = \dot{q}_L, \quad v_O = \frac{q_C}{C}.$$

2. **Energía:** Al considerar los dos modos de operación correspondientes a los estados de conmutación del interruptor (Figura 3.2), se obtiene

a) **Modo ON**,  $u = 1$

En este modo de operación  $S_1$  y  $S_2$  están cerrados (ON), es decir,  $u = 1$ , entonces,

- 1) Energía cinética. (Energía magnética en inductores)

$$\mathcal{T}_1(\dot{q}_L) = \frac{1}{2}L(\dot{q}_L)^2.$$

- 2) Energía potencial. (Energía del campo eléctrico en el capacitor)

$$\mathcal{V}_1(q_C) = \frac{1}{2C}(q_C)^2.$$

b) **Modo OFF**,  $u = 0$

Para este modo de operación  $S_1$  y  $S_2$  están abiertos (OFF), es decir,  $u = 0$ , entonces,

- 1) Energía cinética.

$$\mathcal{T}_0(\dot{q}_L) = L(\dot{q}_L)^2.$$

- 2) Energía potencial.

$$\mathcal{V}_0(q_C) = \frac{1}{2C}(q_C)^2.$$

3. **Disipación:** Se determina la función de disipación de Rayleigh  $\mathcal{F}(\dot{q})$ , para los elementos resistivos mediante la aplicación de la ley de corrientes de Kirchhoff al nodo “a” del CEDI en cada modo de operación de la Figura 3.2. En consecuencia, se tiene lo siguiente:

a) Modo ON

$$\mathcal{F}_1(\dot{q}_C) = \frac{1}{2}R(-\dot{q}_C)^2.$$

b) Modo OFF

$$\mathcal{F}_0(\dot{q}_L, \dot{q}_C) = \frac{1}{2}R(\dot{q}_L - \dot{q}_C)^2.$$

Se observa que la función de disipación depende directamente de la acción de conmutación.

4. **Funciones forzantes:** Estas funciones son las fuentes de voltaje asociadas a las coordenadas generalizadas  $q_L$  y  $q_C$  (Figura 3.2).

a) Modo ON

$$\mathcal{Q}_{q_L}^1 = E, \quad \mathcal{Q}_{q_C}^1 = 0.$$

b) Modo OFF

$$\mathcal{Q}_{q_L}^0 = E, \quad \mathcal{Q}_{q_C}^0 = 0.$$

Es posible notar que las funciones forzantes son invariantes a los modos de operación, mientras que los demás parámetros E-L son modificados bajo la acción de conmutación de los interruptores que como se mencionó anteriormente estos funcionan en sincronía. A continuación, se resumen los parámetros E-L en la siguiente tabla 3.1.

Parámetros E-L		
Pasos	$u = 0, S_1 \text{ y } S_2 \text{ (OFF)}$	$u = 1, S_1 \text{ y } S_2 \text{ (ON)}$
1. Coordenadas generalizadas	$q = \begin{bmatrix} q_L \\ q_C \end{bmatrix}, \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_L \\ \dot{q}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ C\dot{v}_C \end{bmatrix}$	
2. Energía	$\mathcal{T}_0(\dot{q}_L) = L(\dot{q}_L)^2$	$\mathcal{T}_1(\dot{q}_L) = \frac{1}{2}L(\dot{q}_L)^2$
	$\mathcal{V}_0(q_C) = \frac{1}{2C}(q_C)^2$	$\mathcal{V}_1(q_C) = \frac{1}{2C}(q_C)^2$
3. Disipación	$\mathcal{F}_0(\dot{q}_L, \dot{q}_C) = \frac{1}{2}R(\dot{q}_L - \dot{q}_C)^2$	$\mathcal{F}_1(\dot{q}_C) = \frac{1}{2}R(-\dot{q}_C)^2$
4. Fuerzas forzantes	$\mathcal{Q}_{q_L}^0 = E, \quad \mathcal{Q}_{q_C}^0 = 0$	$\mathcal{Q}_{q_L}^1 = E, \quad \mathcal{Q}_{q_C}^1 = 0$

Tabla 3.1: Parámetros E-L para modos de operación del CEDI.

5. **Parámetros E-L:** Como se observa en la Tabla 3.1, los parámetros E-L calculados caracterizan dos sistemas E-L.

## Modelo Conmutado

De acuerdo a la Tabla 3.1 y la Definición 3.1, se obtienen los dos sistemas  $\Sigma_0$  y  $\Sigma_1$ , caracterizados por sus parámetros E-L,  $(\mathcal{T}_0, \mathcal{V}_0, \mathcal{F}_0, \mathcal{Q}^0)$  y  $(\mathcal{T}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{Q}^1)$  respectivamente, con lo que es posible determinar el sistema unificado  $\Sigma_u$ , que representa la parametrización de los parámetros E-L conmutados,  $(\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}^u)$ , como se mencionan a continuación,

Parametros E-L conmutados	
<b>Energía cinética</b>	$\mathcal{T}_u(\dot{q}) = \frac{1}{2}L(2-u)(\dot{q}_L)^2$
<b>Energía potencial</b>	$\mathcal{V}_u(q) = \frac{1}{2C}(q_c)^2$
<b>Disipación de Rayleigh</b>	$\mathcal{F}_u(\dot{q}) = \frac{1}{2}R((1-u)\dot{q}_L - q_c)^2$
<b>Fuerzas forzantes</b>	$\mathcal{Q}_{q_L}^u = E; \quad \mathcal{Q}_{q_C}^u = 0$

Tabla 3.2: Parámetros E-L conmutados para modos de operación del CEDI.

Así, el CEDI queda representado por la cuádrupla ordenada,

$$\Sigma_u = (\mathcal{T}_u, \mathcal{V}_u, \mathcal{F}_u, \mathcal{Q}^u), \quad (3.5)$$

donde,  $u \in \{0, 1\}$  es el parámetro de conmutación, así cuando  $u = 0$  ó  $u = 1$ , se recuperan consistentemente los sistemas  $\Sigma_0$  y  $\Sigma_1$ , respectivamente.

6. **Función Lagrangiana:** La función Lagrangiana asociada a  $\Sigma_0$  y  $\Sigma_1$  que representan cada modo de operación está dada como,

**Para  $\Sigma_0$**

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \mathcal{T}_0 - \mathcal{V}_0, \\ \mathcal{L}_0 &= L(\dot{q})^2 - \frac{1}{2C}q_c^2. \end{aligned} \quad (3.6)$$

**Para  $\Sigma_1$**

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= \mathcal{T}_1 - \mathcal{V}_1, \\ \mathcal{L}_1 &= \frac{1}{2}L(\dot{q})^2 - \frac{1}{2C}q_c^2. \end{aligned} \quad (3.7)$$

7. **Ecuación de movimiento de E-L:** Al sustituir y evaluar el Lagrangiano para cada modo de conmutación (3.6) y (3.7) en la función de movimiento de E-L (3.2), se tiene en cuenta que al estar evaluado respecto los vectores  $q$  y  $\dot{q}$  especificados en Tabla 3.1, se obtiene lo siguiente al aplicar la regla de la cadena:

**Para  $\Sigma_0$**

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \dot{q}_L}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial q_L}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}_{q_L}^0 - \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial \dot{q}_L}(\dot{q}), \\ 2L\ddot{q}_L &= E + R(\dot{q}_C - \dot{q}_L). \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \dot{q}_C}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial q_C}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}_{q_C}^0 - \frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial \dot{q}_C}(\dot{q}), \\ \frac{q_C}{C} &= -R(\dot{q}_C - \dot{q}_L). \end{aligned} \quad (3.9)$$

**Para  $\Sigma_1$**

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial \dot{q}_L}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial q_L}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}_{q_L}^1 - \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \dot{q}_L}(\dot{q}), \\ L\ddot{q}_L &= E. \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial \dot{q}_C}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial q_C}(q, \dot{q}) &= \mathcal{Q}_{q_C}^1 - \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \dot{q}_C}(\dot{q}), \\ \frac{q_C}{C} &= -R(\dot{q}_C). \end{aligned} \quad (3.11)$$

En conclusión a las ecuaciones anteriores se tiene lo siguiente al despejar  $\ddot{q}_L$  y  $\dot{q}_C$ :

**Para  $\Sigma_0$**

$$\ddot{q}_L = \frac{1}{2L} \left( E - \frac{q_C}{C} \right), \quad (3.12)$$

$$\dot{q}_C = \dot{q}_L - \frac{q_C}{RC}. \quad (3.13)$$

**Para  $\Sigma_1$**

$$\ddot{q}_L = \frac{E}{L}, \quad (3.14)$$

$$\dot{q}_C = \frac{q_C}{RC}. \quad (3.15)$$

Por lo tanto de (3.12)-(3.15), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_L &= \frac{1}{2L} \left[ -(1-u) \frac{q_C}{C} + E(1+u) \right], \\ \dot{q}_C &= \frac{1}{C} \left[ (1-u) \dot{q}_L - \frac{q_C}{RC} \right], \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$u \in \{0, 1\}.$$

donde  $u$  toma el valor de 1 y 0 para cuando los interruptores se encuentran en modo ON y modo OFF respectivamente.

Como se menciona al inicio del capítulo, se obtienen dos ecuaciones diferenciales vistas en (3.16) del modelado del CEDI, esto es posible gracias a que se considera  $L_1 = L_2 = L$ . Así el modelo del CEDI es posible reducirse de tres a dos ecuaciones diferenciales que describen completamente el comportamiento del convertidor elevador con doble inductor. A continuación se presenta el modelo promediado.

## Modelo Promediado

El modelo promedio puede ser representado por las componentes en CD de las variables de estado o por las funciones promedio. La función promedio de una señal periódica está definida como:

$$\langle f(t) \rangle \triangleq \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(\tau) d\tau, \quad (3.17)$$

en donde  $T$  representa el periodo de conmutación. Al considerar (3.17), la energía cinética  $\dot{q}_L$ , la energía potencial  $q_C$  y la señal de control conmutada  $u$  en (3.16) son representados por funciones promedio  $z_1$ ,  $z_2$  y  $\mu$  respectivamente, en donde  $\mu$  toma valores en el intervalo abierto (0,1). La cual actúa como una entrada de control al sistema y representa el ciclo de trabajo de circuito

PWM (Modulación por ancho de pulso, Pulse-Width Modulation). Esto queda representado de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \dot{q}_L(t) \rangle \\ \langle q_C(t)/C \rangle \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Al hacer las sustituciones pertinentes en (3.16), se obtiene

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{2L} [-(1 - \mu)z_2 + E(1 + \mu)], \quad (3.19)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{C} \left[ (1 - \mu)z_1 - \frac{z_2}{R} \right], \quad (3.20)$$

$$\mu \in (0, 1),$$

donde  $z_1$  y  $z_2$  representan lo valores promedio de las variables conmutadas de corriente y voltaje expresadas en términos de variables generalizadas (3.16),  $\mu$  pertenece a un intervalo abierto  $(0, 1)$ . Los puntos de equilibrio de (3.19) y (3.20) se determinan a continuación:

$$\bar{z}_2 = \frac{(1 + \bar{\mu})}{(1 - \bar{\mu})} E, \quad \bar{z}_1 = \frac{\bar{z}_2^2}{(1 + \bar{\mu})ER}, \quad (3.21)$$

donde  $\bar{\mu}$  representa el ciclo de trabajo en el punto de equilibrio para la corriente y voltaje  $\bar{z}_1$  y  $\bar{z}_2$ . De esta manera, se obtiene el modelo del CEDI al usar la metodología de E-L. Las ecuaciones (3.19) y (3.20) pueden ser representadas de forma matricial como sigue:

$$\mathcal{D}\dot{z} + (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z = (1 + \mu)\mathcal{E}, \quad (3.22)$$

donde

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 2L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \quad \mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Así,  $z \triangleq [z_1 \quad z_2]^\top$ ,  $\mathcal{D}$  es una matriz diagonal, definida positiva, conocida como matriz de inercias generalizadas,  $\mathcal{J}$  es una matriz antisimétrica, es decir,  $\mathcal{J} = -\mathcal{J}^\top$  y se conoce como matriz de interconexión,  $\mathcal{R}$  es la matriz de disipación, la cual tiene como elemento una resistencia constante del convertidor, además es una matriz diagonal y  $\mathcal{R} = \mathcal{R} \geq 0$ , por último,  $\mathcal{E}$  es el vector de entradas, en el cual se encuentra la fuente de alimentación del circuito.

Nótese que la energía total del circuito está dada como,

$$\mathcal{H}(t) = \frac{1}{2} (z^\top \mathcal{D}z) = \mathcal{T} + \mathcal{V}, \quad (3.23)$$

ahora, al diferenciar  $\mathcal{H}$ , se considera la antisimetría de  $\mathcal{J}$ , al evaluar de 0 a  $t$ , se obtiene la ecuación de balance de energía siguiente:

$$\underbrace{\mathcal{H}(t) - \mathcal{H}(0)}_{\text{Energía almacenada}} + \underbrace{\int_0^t z^\top(\tau)\mathcal{R}z(\tau)d\tau}_{\text{Energía disipada}} = \underbrace{\int_0^t z^\top(\tau)\mathcal{E}d\tau}_{\text{Energía suministrada}}, \quad (3.24)$$

con lo que se concluye que la dinámica define un mapeo pasivo de la entrada de voltaje  $V_O$  a la corriente  $I_L$ .

A continuación se aborda la técnica de diseño de control no lineal basado en pasividad para el control de la dinámica del CEDI con un estimador de incertidumbre (EDI). El objetivo del CBP es imponer una dinámica de tal forma que el sistema preserve la propiedad de pasividad en lazo cerrado.

### 3.4. Diseño del CBP con inclusión del EDI

La existencia de incertidumbre paramétrica en la práctica ocasiona que la respuesta del sistema en lazo cerrado pueda ser diferente a la que se desea, inclusive llevar al sistema a la inestabilidad. Para poder compensar estos problemas se requiere diseñar un controlador que tolere variaciones en los parámetros. En esta sección se plantea una solución al problema que se presenta en el control basado en pasividad, cuando el valor de algún parámetro cambia. La solución que se propone es la inclusión de un estimador de incertidumbre (EDI), visto más adelante, el cual tiene como meta realizar una estimación de incertidumbre y que esta se aproxime asintóticamente a la incertidumbre del sistema. Aunque existen otros métodos que pueden enfrentar el problema de los efectos de las incertidumbres paramétricas en los sistemas, como estimadores basados en un término integral, eliminando el error en estado estacionario en el voltaje de salida, pero estos pueden presentar un exceso de “sobretiro”, una limitada recuperación del desempeño y un largo tiempo de estabilización [30].

La incertidumbre paramétrica, errores de modelado, caídas de voltaje en elementos semiconductores, etc., del CEDI van a ser tomadas en cuenta. Así, mientras que el EDI compensa la incertidumbre indeseada a través de un lazo de retroalimentación (visto mas adelante), el CBP asegura la estabilidad del sistema.

#### Modelo promedio del CEDI con incertidumbre

El modelo con incertidumbre del CEDI es representado de la siguiente manera,

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{2L} \left[ -(1 - \mu)z_2 + E(1 + \mu) + \delta_1 \right], \quad (3.25)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{C} \left[ (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \delta_2 \right], \quad (3.26)$$

donde  $\delta_i$ ,  $i = 1, 2$ , representan valores desconocidos tanto de corriente como de voltaje, respectivamente. En este sentido se define el vector de incertidumbre  $\delta = [\delta_1, \delta_2]^T$ , el cual forma parte del modelo del CEDI y en él se engloban todas las incertidumbres paramétricas, errores de modelado, caída de voltaje en elementos semiconductores, etc., que no hayan sido considerados en el proceso de modelado. A partir de (3.26) y en adelante  $R$  hace referencia al valor nominal de la carga. Este valor se considera conocido, ya que mediante este valor se hace el diseño y dimensionamiento físico del convertidor.

#### Pasos para el diseño del CBP

La metodología para el diseño de control, puede resumirse en los siguientes pasos [3].

1. Formular una representación matricial del modelo promedio del CEDI con incertidumbre.
2. Definir una variable de error, que represente la desviación que existe entre las trayectorias de los estados y los valores de los estados deseados.
3. Definir la ecuación dinámica deseada del sistema, en la cual se incluya el término de inyección de amortiguamiento.
4. Definir la ecuación dinámica del error del sistema.
5. Obtener la expresión del controlador.
6. Analizar la estabilidad asintótica de la dinámica del error del sistema.

## Procedimiento para el diseño del CBP con inclusión del EDI

De acuerdo a los pasos anteriores se da comienzo al procedimiento de diseño del CBP.

1. Se formula la representación matricial del sistema,

$$\mathcal{D}\dot{z} + (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - \delta = (1 + \mu)\mathcal{E} \quad (3.27)$$

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 2L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \quad \mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}.$$

En la matriz de disipación de energía es posible notar que  $R$  es la resistencia nominal para la cual fue diseñado el convertidor y que todas las desviaciones con respecto a  $R$  se encuentran en  $\delta_2$ .

2. Se define la variable de error y su dinámica de la siguiente forma

$$\tilde{z} \triangleq z - z_d, \quad (3.28)$$

$$\dot{\tilde{z}} \triangleq \dot{z} - \dot{z}_d, \quad (3.29)$$

donde  $\tilde{z} = [\tilde{z}_1 \quad \tilde{z}_2]^\top$  denota el vector de diferencia entre los estados del sistema y valores deseados y  $z_d = [z_{d1} \quad z_{d2}]^\top$  es el vector de estados deseados.

En este sentido, se dice que los objetivos de control son logrados cuando,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = z_d(t). \quad (3.30)$$

3. Se define la ecuación dinámica deseada, la cual está basada en la expresión de la representación matricial del CEDI con incertidumbre (3.27), en términos de los estados deseados y además se incluye el término de inyección de amortiguamiento, denotado por  $\mathcal{R}_i \tilde{z}$ , como se muestra a continuación.

$$\mathcal{D}\dot{z}_d + (1 - \mu)\mathcal{J}z_d + \mathcal{R}z_d - \mathcal{R}_i \tilde{z} - \delta = (1 + \mu)\mathcal{E}_d. \quad (3.31)$$

4. Se define la ecuación dinámica del error, la cual está definida como la diferencia que existe entre la dinámica del sistema en (3.27) y la dinámica deseada (3.31),

$$\begin{array}{r} \mathcal{D}\dot{z} + (1-\mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - \delta = (1+\mu)\mathcal{E} \\ - \mathcal{D}\dot{z}_d + (1-\mu)\mathcal{J}z_d + \mathcal{R}z_d - \mathcal{R}_i\tilde{z} - \delta = (1+\mu)\mathcal{E}_d \end{array}$$


---


$$\mathcal{D}\dot{\tilde{z}} + (1-\mu)\mathcal{J}\tilde{z} + \mathcal{R}\tilde{z} + \mathcal{R}_i\tilde{z} = \underbrace{(1+\mu)(\mathcal{E} - \mathcal{E}_d)}_{\Psi}$$

en donde,

$$\mathcal{D}\dot{\tilde{z}} + (1-\mu)\mathcal{J}\tilde{z} + \mathcal{R}\tilde{z} + \mathcal{R}_i\tilde{z} = \Psi. \quad (3.32)$$

representa la ecuación dinámica del error y  $\mathcal{R}_i$  es la matriz de amortiguamiento, añadida mediante la elección de una función de disipación de Rayleigh deseada asociada al error, de la siguiente manera,

$$\mathcal{F}_d = \frac{1}{2}\tilde{z}^\top \mathcal{R}_i \tilde{z}, \quad (3.33)$$

de donde ,  $\mathcal{R}_i = \mathcal{R}_i^\top \geq 0$  y ser diagonal, así se tiene lo siguiente,

$$\mathcal{R}_i = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} ; \quad R_1, R_2 > 0.$$

Nótese que  $R_1$  y  $R_2$  pueden ser consideradas como resistencias virtuales que proporcionan amortiguamiento al sistema en lazo cerrado.

5. Para obtener la expresión del controlador, primero es necesario que el lado derecho de la ecuación dinámica del error en (3.32) sea igual a cero, lo cual implica lograr el objetivo de control en (3.30), entonces,

$$\begin{aligned} \Psi &= 0, \\ (1+\mu)(\mathcal{E} - \mathcal{E}_d) &= 0, \\ (1+\mu)\mathcal{E} &= (1+\mu)\mathcal{E}_d, \\ \mathcal{D}\dot{z}_d + (1-\mu)\mathcal{J}z_d + \mathcal{R}z_d - \mathcal{R}_i\tilde{z} - \delta &= (1+\mu)\mathcal{E}. \end{aligned}$$

al reescribir de forma explícita la igualdad anterior, se tiene,

$$\begin{bmatrix} 2L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_{d1} \\ \dot{z}_{d2} \end{bmatrix} + (1+\mu) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{d1} \\ z_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{d1} \\ z_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{d1} \\ \tilde{z}_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = (1+\mu) \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix},$$

y se obtienen las ecuaciones que definen de manera implícita al controlador:

$$2L\dot{z}_{d1} + (1+\mu)z_{d2} - R_1\tilde{z}_1 - \delta_1 = (1+\mu)E, \quad (3.34)$$

$$C\dot{z}_{d2} - (1-\mu)z_{d1} + \frac{1}{R}z_{d2} - R_2\tilde{z}_2 - \delta_2 = 0, \quad (3.35)$$

por lo tanto, si se satisface (3.34) y (3.35) para todo tiempo, se logra que  $\Psi = 0$ . Al obtener la solución para  $\mu$  y  $z_{d_2}$  en las ecuaciones anteriores (3.34) y (3.35) respectivamente, se tiene de forma explícita la expresión de la ley de control y su dinámica auxiliar,

$$\mu = \frac{E - z_{d_2} + R_1(z_1 - z_{d_1}) + \hat{\delta}_1 - 2L\dot{z}_{d_1}}{-E - z_{d_2}}, \quad (3.36)$$

$$\dot{z}_{d_2} = \frac{1}{C} \left[ (1 - \mu)z_{d_1} - \frac{1}{R}z_{d_2} + R_2(z_2 - z_{d_2}) + \hat{\delta}_2 \right], \quad (3.37)$$

donde ambas expresiones consideran las estimaciones  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$ , es decir, se asume que  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$  son exactamente igual a  $\delta_1$  y  $\delta_2$ . Nótese que esta sustitución es posible debido al diseño de un estimador de incertidumbre que se presentará más adelante. Se hace la siguiente observación: debido a que  $z_{d_2}$  representa el valor deseado de  $z_2$  (voltaje de salida del convertidor), se considera que  $z_{d_2} \in (E, V_{max})$

6. **Análisis de estabilidad.** Se propone una función de almacenamiento de energía asociada al error  $V(\tilde{z})$ , motivada por la función de energía total del sistema, dada como  $\mathcal{H}(z) = \frac{1}{2}z^\top \mathcal{D}z$ , [3] tal que,

$$V(\tilde{z}) = \frac{1}{2}\tilde{z}^\top \mathcal{D}\tilde{z}, \quad (3.38)$$

en donde  $V(0) = 0$ ;  $V(\tilde{z}) > 0, \forall \tilde{z} \neq 0$  y  $V(\infty) \rightarrow \infty$ , cuando  $\|\tilde{z}\| \rightarrow \infty$ . Por otro lado, la derivada en el tiempo de  $V(\tilde{z})$  es,

$$\dot{V}(\tilde{z}) = \tilde{z}^\top \mathcal{D}\dot{\tilde{z}}, \quad (3.39)$$

al despejar el término  $\mathcal{D}\dot{\tilde{z}}$  de (3.32) y sustituir en (3.39), se obtiene,

$$\dot{V}(\tilde{z}) = \tilde{z}^\top (\Psi - (1 - \mu)\mathcal{J}\tilde{z} - \mathcal{R}\tilde{z} - \mathcal{R}_i\tilde{z}), \quad (3.40)$$

$$= \tilde{z}^\top \Psi - (1 - \mu)\tilde{z}^\top \mathcal{J}\tilde{z} - \tilde{z}^\top \mathcal{R}\tilde{z} - \tilde{z}^\top \mathcal{R}_i\tilde{z}, \quad (3.41)$$

$$= \tilde{z}^\top \Psi - (1 - \mu)\tilde{z}^\top \mathcal{J}\tilde{z} - \tilde{z}^\top \mathcal{R}_d\tilde{z}, \quad (3.42)$$

donde  $\mathcal{R}_d = \mathcal{R} + \mathcal{R}_i$ , debido a que  $\mathcal{J}$  es una matriz antisimétrica, es decir  $\mathcal{J} = -\mathcal{J}^\top$ , por lo tanto, el término  $\tilde{z}^\top \mathcal{J}\tilde{z} = 0$  y por el paso 5 se tiene que  $\Psi = 0$ , por lo tanto,

$$\dot{V}(\tilde{z}) = -\tilde{z}^\top \mathcal{R}_d\tilde{z} < 0, \quad \forall \tilde{z} \neq 0, \quad (3.43)$$

debido a que  $\mathcal{R}_d > 0$ , entonces,  $\dot{V}(\tilde{z})$  a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado es definida negativa, por lo tanto, se asegura estabilidad asintótica [28].

### 3.5. Diseño del EDI.

Los estimadores de incertidumbre han sido usados ampliamente en sistemas de control. En general, el objetivo principal de un estimador es deducir los parámetros inciertos y/o desconocidos sin el uso de sensores adicionales en los dispositivos semiconductores (caídas de voltaje, cambio

en la carga y resistencias parásitas), para este caso de estudio, el objetivo principal es estimar la incertidumbre en el CEDI.

Los sistemas de control, en la práctica están sujetos a varios tipos de incertidumbre. Para hacer frente a todas estas situaciones, la metodología utilizada en este trabajo de tesis para el diseño del estimador es llamada inmersión e invariancia (I&I). El enfoque I&I, para la tarea de control propone sumergir el comportamiento real del sistema a controlar a un sistema dinámico objetivo.

El problema de control se reduce entonces al diseño de una ley de control que garantiza, que el sistema controlado se comporte de manera asintótica como el sistema deseado. Más precisamente, la metodología de I&I se basa en encontrar una variedad en el espacio de estado que pueda volverse invariante y atractiva, con dinámicas internas igual a la dinámica de bucle cerrado deseada, y en diseñar una ley de control que dirija de manera robusta los estados del sistema suficientemente cerca de esta variedad. De esta manera, la etapa de diseño del estimador se basa en la suma de un termino integral y uno proporcional para representar la estimación del parámetro, así como utilizar esta información en la ley de control [21].

## Objetivos del estimador de incertidumbre

El objetivo es lograr que la estimación de las incertidumbres, denotadas por  $\hat{\delta}$ , se aproxime asintóticamente a las incertidumbres del sistema  $\delta$ , para cualquier  $z(t)$ ,  $\dot{z}(t)$  y  $t \in [t_0, \infty)$ .

## Estimador de incertidumbre

Se considera un sistema con incertidumbres.

$$\mathcal{D}\dot{z} + (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z = (1 + \mu)\mathcal{E} + \delta. \quad (3.44)$$

Se define el error y la dinámica del mismo,

$$\begin{aligned} \tilde{\delta} &= \delta - \hat{\delta}, \\ \dot{\tilde{\delta}} &= \dot{\delta} - \dot{\hat{\delta}}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

donde el valor de las incertidumbres y de la estimación de las mismas se define a través del siguiente vector,

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\delta} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Nótese que para facilitar el diseño del estimador, el vector de incertidumbre  $\delta$  es considerado constante, por lo tanto, su derivada con respecto al tiempo es cero y su estimación  $\hat{\delta}$  se define de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\delta}} &= \eta + \mathcal{M}(z), \\ \dot{\hat{\delta}} &= \dot{\eta} + \dot{\mathcal{M}}(z), \end{aligned} \quad (3.47)$$

donde  $\eta \in \mathbb{R}^2$  es la parte integral de la estimación y  $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^2$  la parte proporcional, ambos vectores, por ser determinados más adelante. Así, al sustituir (3.47) en (3.45), se obtiene

$$\begin{aligned} \tilde{\delta} &= \delta - (\eta + \mathcal{M}(z)), \\ \dot{\tilde{\delta}} &= - \left( \dot{\eta} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{M}(z) \dot{z} \right), \end{aligned} \quad (3.48)$$

y en este punto,  $\frac{\partial}{\partial z}\mathcal{M}$  se define como,

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathcal{M} = \Lambda\mathcal{D}, \quad \Lambda \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad (3.49)$$

donde  $\Lambda$  es una matriz cuadrada que representa la ganancia del observador (definida más adelante).

Luego se despeja  $\mathcal{D}\dot{z}$  de (3.44) y se sustituye en la dinámica del error, se sigue,

$$\dot{\tilde{\delta}} = -\dot{\eta} - \Lambda\mathcal{D}\dot{z}, \quad (3.50)$$

$$= -\dot{\eta} - \Lambda\left(- (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - (1 + \mu)\mathcal{E} + \delta\right), \quad (3.51)$$

al despejar  $\delta$  de (3.45) y al sustituir en (3.50) se obtiene,

$$\dot{\tilde{\delta}} = -\dot{\eta} - \Lambda\tilde{\delta} - \Lambda\left(- (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - (1 + \mu)\mathcal{E} + \eta + \mathcal{M}(z)\right), \quad (3.52)$$

luego se define la dinámica interna del estimador  $\dot{\eta}$ ,

$$\dot{\eta} = -\Lambda\left(- (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - (1 + \mu)\mathcal{E} + \eta + \mathcal{M}(z)\right), \quad (3.53)$$

al sustituir (3.53) en (3.52) y aplicar operaciones correspondientes se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\delta}} = & + \Lambda\left(- (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - (1 + \mu)\mathcal{E} + \eta + \mathcal{M}(z)\right) \\ & - \Lambda\tilde{\delta} - \Lambda\left(- (1 - \mu)\mathcal{J}z + \mathcal{R}z - (1 + \mu)\mathcal{E} + \eta + \mathcal{M}(z)\right), \end{aligned} \quad (3.54)$$

luego,

$$\dot{\tilde{\delta}} = -\Lambda\tilde{\delta}, \quad (3.55)$$

donde  $\Lambda$  representa la matriz de ganancias del estimador definida como,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}; \quad \lambda_1, \lambda_2 > 0. \quad (3.56)$$

Por lo tanto, la solución del sistema en coordenadas del error estará dada como:

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_1(t) &= \tilde{\delta}_1(0)e^{-\lambda_1 t}, \\ \tilde{\delta}_2(t) &= \tilde{\delta}_2(0)e^{-\lambda_2 t}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

La estimación  $\hat{\delta}$  se aproxima a la incertidumbre  $\delta$ , si la matriz de ganancias  $\lambda$ , es escogida tal que las trayectorias de (3.57) converjan asintóticamente a cero.

## Ganancias del observador

Para satisfacer la solución (3.57), se toma la matriz de ganancias del estimador  $\Lambda$  vista en (3.56), con lo que se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial z}\mathcal{M}(z) &= \Lambda\mathcal{D}\dot{z}, \\ \frac{\partial}{\partial z}\mathcal{M}(z) &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 2L & 0 \\ 0 & \lambda_2 C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

esto implica que  $\mathcal{M}(z)$  esté dado como,

$$\mathcal{M}(z) = \begin{bmatrix} \lambda_1 2L z_1 \\ \lambda_2 C z_2 \end{bmatrix}, \quad (3.58)$$

Finalmente, al obtener  $\mathcal{M}(z)$  y escoger  $\Lambda$ , la forma explícita de la dinámica del estimador de incertidumbre, es expresada como,

$$\dot{\eta}_1 = -\lambda_1 \left( \eta_1 + \lambda_1 2L z_1 - (1 - \mu) z_2 + (1 + \mu) \mathcal{E} \right), \quad (3.59)$$

$$\dot{\eta}_2 = -\lambda_2 \left( \eta_2 + \lambda_2 C z_2 + (1 - \mu) z_1 - \frac{1}{R} z_2 \right), \quad (3.60)$$

por tanto, la estimación de las incertidumbres es presentada como,

$$\hat{\delta}_1 = \eta_1 + \lambda_1 2L z_1, \quad (3.61)$$

$$\hat{\delta}_2 = \eta_2 + \lambda_2 C z_2, \quad (3.62)$$

y son estas estimaciones  $\hat{\delta}_i$ ,  $i = 1, 2$  las cuales son utilizadas por el controlador para poder hacer frente a las incertidumbres del sistema.

Como fue posible observar para esta metodología, no se necesitó hacer como tal un análisis de estabilidad, ya que es evidente que las trayectorias del sistema en las coordenadas del error convergen asintóticamente a cero como se ve en (3.57), ya que resulta que la dinámica del error es lineal e invariante en el tiempo con valores propios reales negativos  $-\lambda_1$  y  $-\lambda_2$ .

## 3.6. Diseño del CBP y EDI con inclusión de un control PI

La razón detrás de agregar un controlador PI es proporcionar una mayor rapidez en la convergencia a los valores deseados y con esto mejorar el desempeño del CEDI. En este estudio se utiliza un controlador PI como lazo externo para generar una referencia de corriente mediante una acción proporcional e integral. Los valores de ganancia proporcional  $K_p$  e integral  $K_i$  son ajustados manualmente. Sin embargo, debido a la inclusión del controlador PI, se genera un lazo algebraico e la ley de control que es necesario resolver. Para este fin, es necesario establecer una restricción sobre  $K_p$ .

A continuación se presenta el diagrama a bloques del CEDI en lazo cerrado, en donde es posible observar dos lazos de retroalimentación: un lazo interno para el seguimiento de la corriente y un lazo externo de voltaje para la generación de referencia de corriente mediante una acción PI.

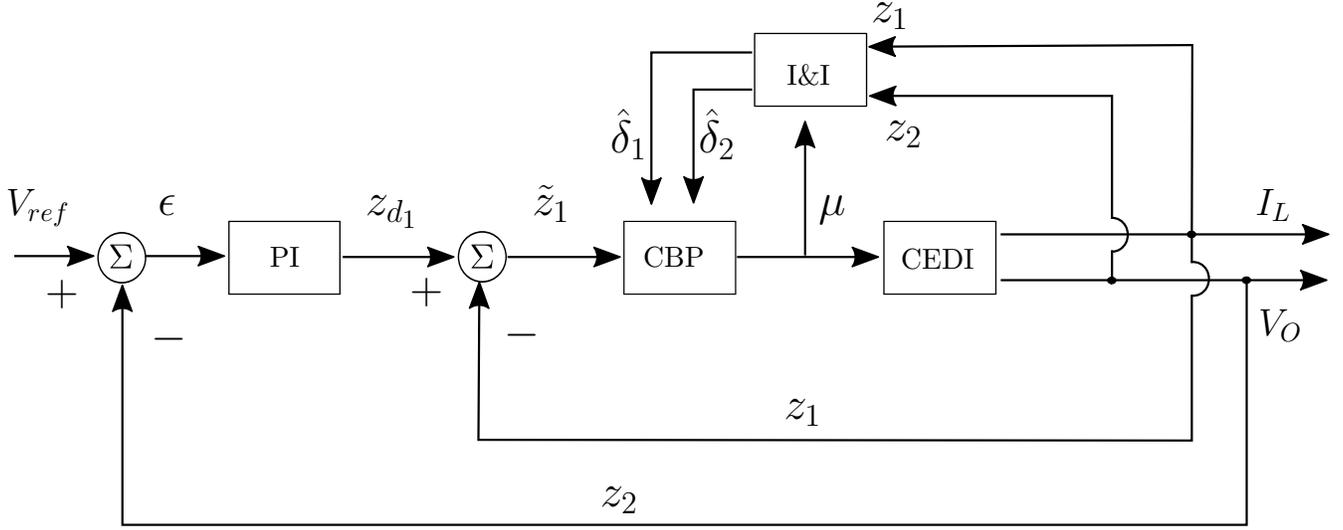


Figura 3.4: Diagrama a bloques del CEDI en lazo cerrado con CBP + EDI y PI incluidos.

donde el bloque PI se ilustra en la siguiente Figura 3.5,

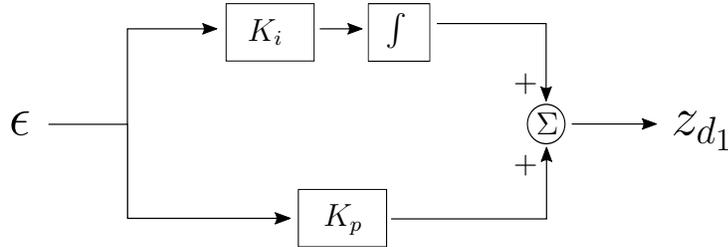


Figura 3.5: Diagrama a bloques del PI.

Como es posible observar en el diagrama a bloques Figura 3.5 el valor de  $z_{d1}$  pasa a tener una dinámica. Al implementar la fórmula tradicional para controladores PI de la Figura 3.5 se tiene,

$$z_{d1} = K_p \epsilon + K_i \int_0^t \epsilon(\tau) d(\tau), \quad (3.63)$$

$$\dot{z}_{d1} = K_p \dot{\epsilon} + K_i \epsilon. \quad (3.64)$$

Como es posible ver en los diagramas dados en las Figura 3.4 y 3.5, el valor de entrada al controlador PI es el error entre el voltaje de referencia  $V_{ref}$  y el voltaje de salida  $V_O$ , que por el modelo promediado en el diseño del CBP es rescrito como  $z_2$ , esto a su vez al sustituir en (3.64) se obtiene,

$$\epsilon = V_{ref} - z_2, \quad (3.65)$$

$$\dot{\epsilon} = -\dot{z}_2, \quad (3.66)$$

$$\dot{\epsilon} = -\left[ \frac{1}{C} \left( (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \hat{\delta}_2 \right) \right], \quad (3.67)$$

al sustituir (3.67) en (3.64) se llega a la siguiente dinámica para  $\dot{z}_{d_1}$ ,

$$\dot{z}_{d_1} = K_p \left[ \frac{1}{C} \left( (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \hat{\delta}_2 \right) \right] + K_i \epsilon, \quad (3.68)$$

se incluye (3.68) en (3.36) con lo que se obtiene, una ecuación para  $\mu$  en la que están incluidas tanto el controlador PI así como también el estimador de incertidumbre, denotados por  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$ , con lo que se consigue resultados mas cercanos a la realidad,

$$\mu = \frac{E - z_{d_2} + R_1(z_1 - z_{d_1}) + \hat{\delta}_1 - 2L \left( K_p \left[ \frac{1}{C} \left( (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \hat{\delta}_2 \right) \right] + K_i \epsilon \right)}{-E - z_{d_2}}. \quad (3.69)$$

Esto último provoca un lazo algebraico en (3.69) que se debe resolver para implementar el controlador propuesto. Así, al solucionar y aplicar operaciones correspondientes se obtiene,

$$\mu = \mu \left( \frac{-2L \frac{K_p}{C} z_1}{-E - z_{d_2}} \right) + \underbrace{\frac{E - z_{d_2} + R_1(z_1 - z_{d_1}) + \hat{\delta}_1 - 2L \left( K_p \left[ \frac{1}{C} \left( z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \hat{\delta}_2 \right) \right] + K_i \epsilon \right)}{-E - z_{d_2}}}_{\Gamma(\cdot)},$$

$$\mu - \mu \left( \frac{2L K_p z_1}{C(E + z_{d_2})} \right) = \Gamma(\cdot),$$

$$\mu \left( 1 - \left( \frac{2L K_p z_1}{C(E + z_{d_2})} \right) \right) = \Gamma(\cdot),$$

luego,

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{2L K_p z_1}{C(E + z_{d_2})}} \Gamma(\cdot). \quad (3.70)$$

Como es posible notar, en (3.70) es necesario que el denominador no sea cero para que esta expresión no se indetermina, es decir, el valor de  $K_p$  debe tener la siguientes consideraciones,

$$\begin{aligned} 0 &\neq 1 - \frac{2L K_p z_1}{C(E + z_{d_2})}, \\ -1 &\neq -\frac{2L K_p z_1}{C(E + z_{d_2})}, \\ K_p &\neq \frac{C(E + z_{d_2})}{2L z_1}. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Es importante que se satisfaga (3.71) para  $K_p$ . Nótese que los valores que pueden variar a lo largo de la solución son  $z_{d_2}$  y  $z_1$  ya que los valores como  $L$ ,  $C$  y  $E$  son constantes. La metodología seguida para las consideraciones para  $K_p$  es reportada en [31, 10],

$$K_p \neq \frac{\phi_{z_{d_2}}}{\phi_{z_1}} = \sigma(\phi_{z_{d_2}}, \phi_{z_1}); \quad \forall t \geq 0, \quad (3.72)$$

donde  $\phi_{z_{d_2}}$  y  $\phi_{z_1}$  se encuentran en los conjuntos

$$\begin{aligned}\phi_{z_{d_2}} &\subset \mathbb{Z}_{d_2} := (C(E + z_{2_{min}}), C(E + z_{2_{max}})) \subset \mathbb{R}_{<0} \\ \phi_{z_1} &\subset \mathbb{Z}_{z_1} := (2LI_{min}, 2LI_{max}) \subset \mathbb{R}_{<0}.\end{aligned}$$

La función  $\sigma : (\phi_{z_{d_2}} \times \phi_{z_1})$  se encuentra por lo tanto acotada por  $0 < \sigma_{min} < \sigma < \sigma_{max}$  donde  $\sigma_{min} = C(E + V_{O_{min}})/2LI_{max}$  y  $\sigma_{max} = C(E + V_{O_{max}})/2LI_{min}$ . Así  $K_p$  necesita ser seleccionada diferente para cada posible valor que la función  $\sigma$  tome. De esta manera  $K_p$  se selecciona para ser menor que  $\sigma_{min}$ , cumpliendo

$$K_p < \frac{C(E + z_{2_{min}})}{2LI_{max}}, \quad (3.73)$$

asegurando que (3.70) sea bien definida. Para los parámetros utilizado en este estudio se considera a  $z_{2_{min}} = E$ , ya que el voltaje mínimo de entrada que tiene el CEDI es el voltaje de la fuente. Para definir  $I_{max}$  se consideran las limitaciones físicas de los dispositivos semiconductores y el dimensionamiento del convertidor. Por lo tanto la expresión para  $K_p$  es la siguiente,

$$K_p < \frac{CE}{LI_{max}}, \quad (3.74)$$

Para visualizar el análisis previo, en la figura siguiente se muestra la región (área gris) desde donde  $\sigma$  toma valores y obtiene sus límites correspondientes.

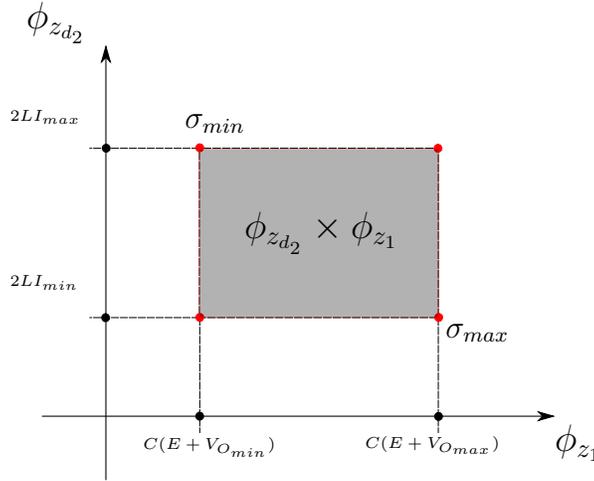


Figura 3.6: Región desde donde  $\sigma$  toma valores y sus límites.

En este capítulo se aborda el diseño del controlador usando la metodología de CBP. Se diseña un CBP considerando incertidumbre en el CEDI, por lo cual se desarrolla un EDI, el cual respalda al controlador a través de la estimación de la incertidumbre. Se implementa un controlador PI como lazo externo de voltaje con el fin de mejorar el rendimiento del sistema aumentando la rapidez de convergencia a los valores deseados.

# Capítulo 4

## Resultados de simulación

En este capítulo se presentan los resultados de simulación con el fin de mostrar el desempeño en lazo cerrado del sistema de control no lineal obtenido en el capítulo anterior. Las simulaciones se llevan a cabo haciendo uso de software de *MATLAB/Simulink* con el uso de las herramientas *Simscape/Power Systems*, esta herramienta genera un circuito electrónico virtual, al cual, se le pueden asignar valores de inductancia y capacitancia a los inductores y capacitores respectivamente, así como también es posible agregar resistencias parásitas, lo que permite obtener virtualmente una representación del CEDI, esto con el fin de obtener resultados más cercanos a la realidad. En la Tabla 4.1 se muestran las especificaciones del CEDI consideradas para la simulación.

CEDI	
Parámetros	Valores
Entrada ( $E$ )	33 V
Voltaje de salida ( $V_O$ )	180 V
Frecuencia ( $f$ )	75 kHz
Inductancia ( $L$ )	150 $\mu$ H
Capacitancia ( $C$ )	300 $\mu$ F
Resistencia ( $R$ )	65 - 130 $\Omega$
Resistencia parásita	0.5 $\Omega$

Tabla 4.1: Especificaciones de diseño del CEDI.

Las simulaciones del sistema en lazo cerrado consideran en primera instancia un CEDI con inclusión de control PI e incertidumbre, en particular se considero incertidumbre paramétrica en los inductores, mediante la inclusión de resistencias parásitas, por esta razón los resultados de simulaciones son presentados bajo los siguientes escenarios:

1. Simulación del CBP con control PI con estimador de incertidumbre en el CEDI.
2. Simulación del CBP con control PI, con incertidumbre en el CEDI sin aplicar estimador de incertidumbre.

Cabe mencionar que se hacen las siguientes suposiciones:

- Todos los parámetros son conocidos.
- Todos los estados están disponibles para medición.

- Todas las incertidumbres son constantes.

Los valores de las ganancias de control y del estimador empleadas en todas las simulaciones son las siguientes:

Ganancias del CBP	
Parámetros	Valores
$R_1$	10
$R_2$	8

Ganancias del PI	
Parámetros	Valores
$K_p$	3
$K_i$	600

Ganancias del estimador	
Parámetros	Valores
$\lambda_1$	$12 \times 10^3$
$\lambda_2$	$12 \times 10^3$

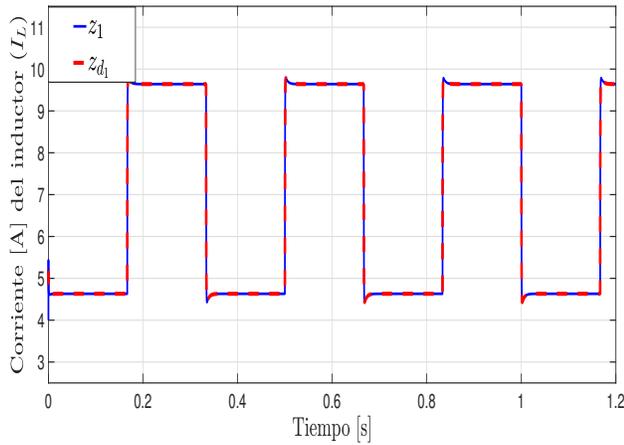
## 4.1. Simulación del CBP con control PI con EDI en el CEDI.

La obtención de los resultados numéricos del comportamiento del CEDI en lazo cerrado se desarrollan sobre el modelo expresado por el conjunto de ecuaciones (3.37) y (3.70). Las cuales se repiten aquí para facilitar su referencia.

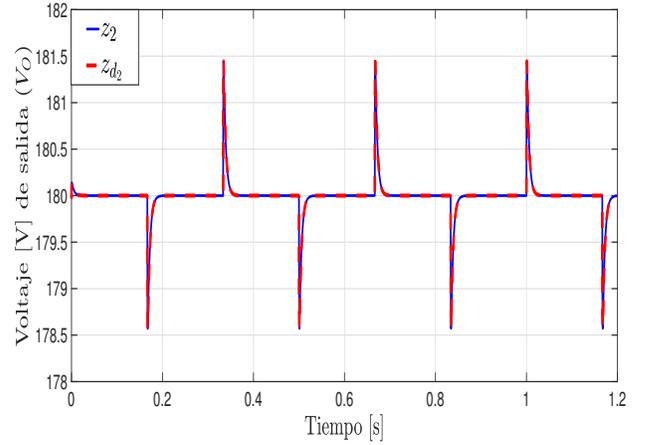
$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \frac{1}{2L} \left[ -(1 - \mu)z_2 + E(1 + \mu) \right] \\ \dot{z}_2 &= \frac{1}{C} \left[ (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 \right]\end{aligned}$$

Cabe mencionar que se asume que todos los elementos del sistema son ideales y que la alimentación del sistema proviene de una fuente de voltaje constante.

En Figura 4.1 (a) se observa el correcto seguimiento de la corriente de entrada  $z_1$  al estado deseado  $z_{d1}$ , de igual manera para Figura 4.1 (b) donde el voltaje de salida  $z_2$  sigue de manera correcta al voltaje deseado  $z_{d2}$ .

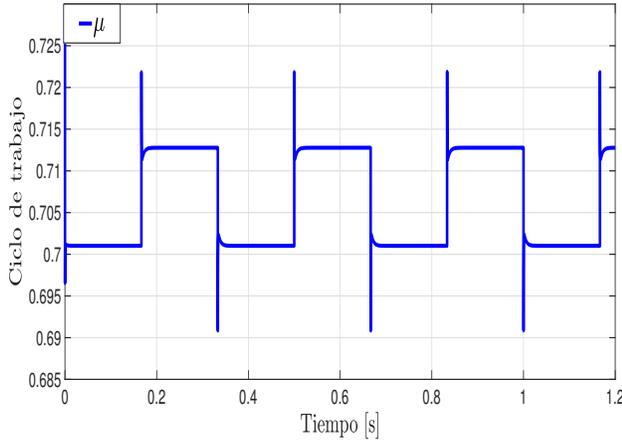


(a) Corriente en el inductor.

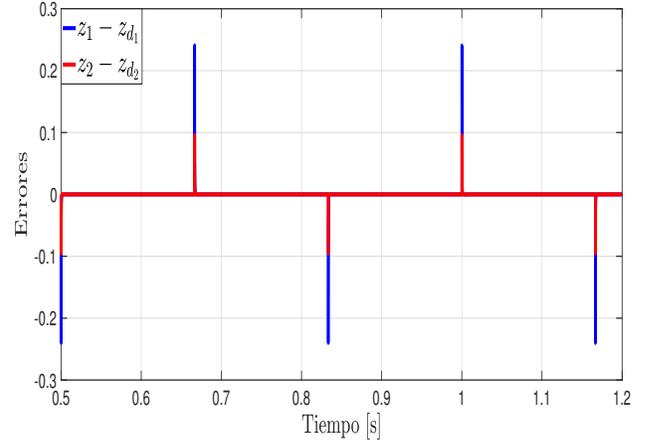


(b) Voltaje de salida.

Figura 4.1: Variables de estados y valores deseados del CEDI + PI con EDI.



(a) Señal de control.



(b) Señal de error entre valores de estado y deseados.

Figura 4.2: Control  $\mu$  y diferencia entre variables de estado y valores deseados.

La señal de control vista en Figura 4.2 (a) se encuentra dentro del rango establecido, es decir,  $\mu \in (0, 1)$ . Los cambios abruptos en la carga no afectan el comportamiento de la corriente y voltaje de salida del CEDI. En Figura 4.2 (b) se muestra que no existe error en régimen permanente entre las variables de estado y estados deseados, esto implica que las señales de error dadas como  $\tilde{z} = z - z_d$  tiendan a cero es decir,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = z_d(t),$$

se asegura así, la regulación del voltaje de salida del CEDI, por lo que se alcanza el objetivo de control propuesto.

La Figura 4.3 muestra la estimación calculada por el EDI, representadas por las variables  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$ . En esta estimación se encuentra representada las resistencias parásitas en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , y los cambios de carga en la resistencia  $R$ . Estos resultados son retroalimentados al controlador, con el fin hacer frente a la incertidumbre.

A continuación se presentan los resultados de simulación al usar el software *Simscape/Power Systems* de *MATLAB/Simulink*. Para este caso se agregaron resistencias parásitas en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ .

En Figura 4.4 es posible notar el correcto seguimiento tanto de la corriente como del voltaje, a pesar de agregar resistencias parásitas en los inductores. De igual manera en Figura 4.5 (a), el ciclo de trabajo se encuentra dentro del rango establecido, es decir,  $\mu \in (0, 1)$ . y en Figura 4.5 (b) se muestra que no existe error en régimen permanente entre las variables de estado y estados deseados, por lo que se alcanza el objetivo de control propuesto.

Al hacer un acercamiento tanto en la corriente como el en voltaje Figura 4.6, es posible notar el rizo de corriente y voltaje respectivamente que se presenta debido a la naturaleza del CEDI, cabe aclarar que eliminar por completo este rizado no es posible, sin embargo, puede ser adecuado a petición de diseño (Capítulo 2.7).

La Figura 4.7 muestra la estimación calculada por el EDI, representadas por las variables  $\hat{\delta}_1$  y

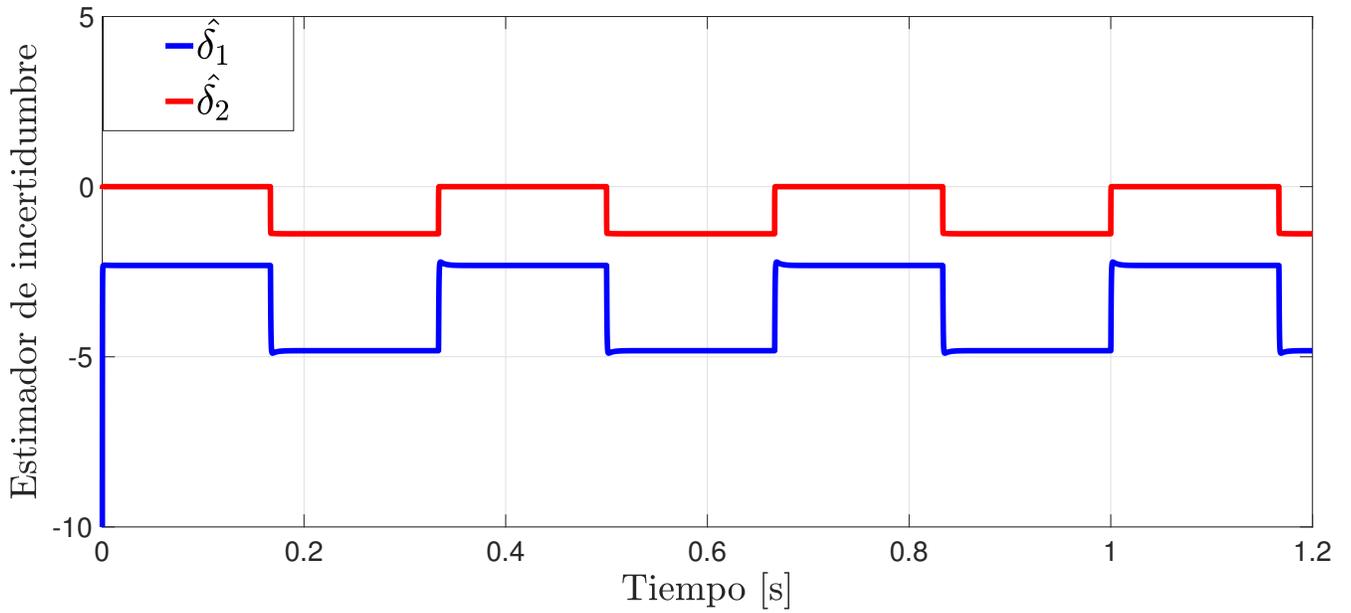
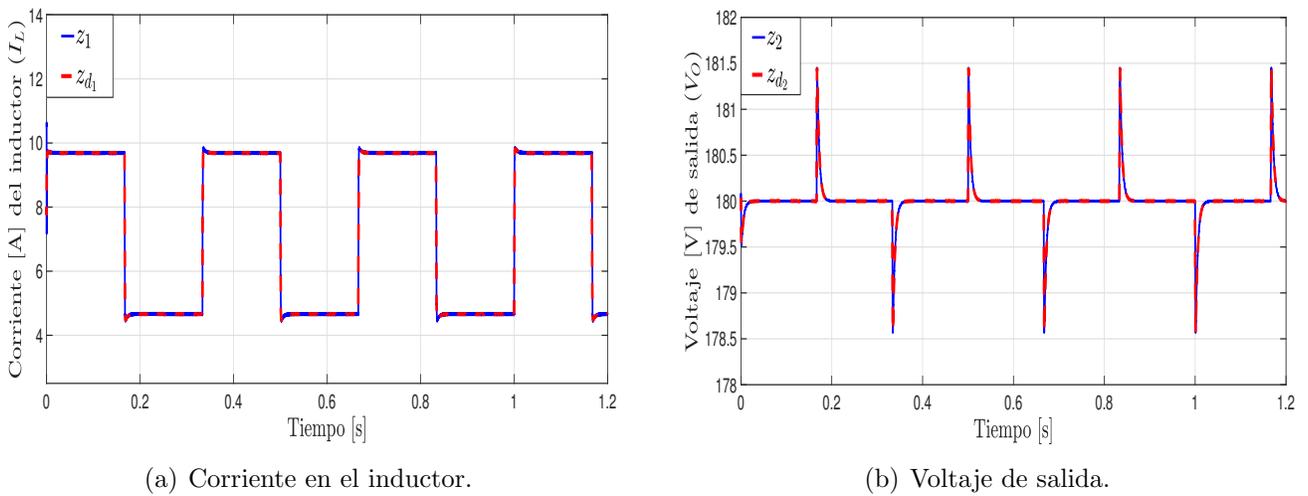


Figura 4.3: Estimación de incertidumbre  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$ .



(a) Corriente en el inductor.

(b) Voltaje de salida.

Figura 4.4: Variables de estado y deseados del CEDI + PI con EDI usando *Simscape/Power Systems*.

$\hat{\delta}_2$ . En esta estimación se encuentra representada las resistencias parásitas en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , y los cambios de carga en la resistencia  $R$ . Estos resultados se retroalimentan al controlador, con el fin hacer frente a la incertidumbre.

Los resultados de simulación obtenidos validan que el desempeño del CBP con PI al aplicar EDI son apropiados en condiciones de incertidumbre en el CEDI. A continuación se presenta los resultados de simulación correspondientes al desempeño del CBP con PI cuando no se aplica un EDI y el CEDI presenta incertidumbre paramétrica.

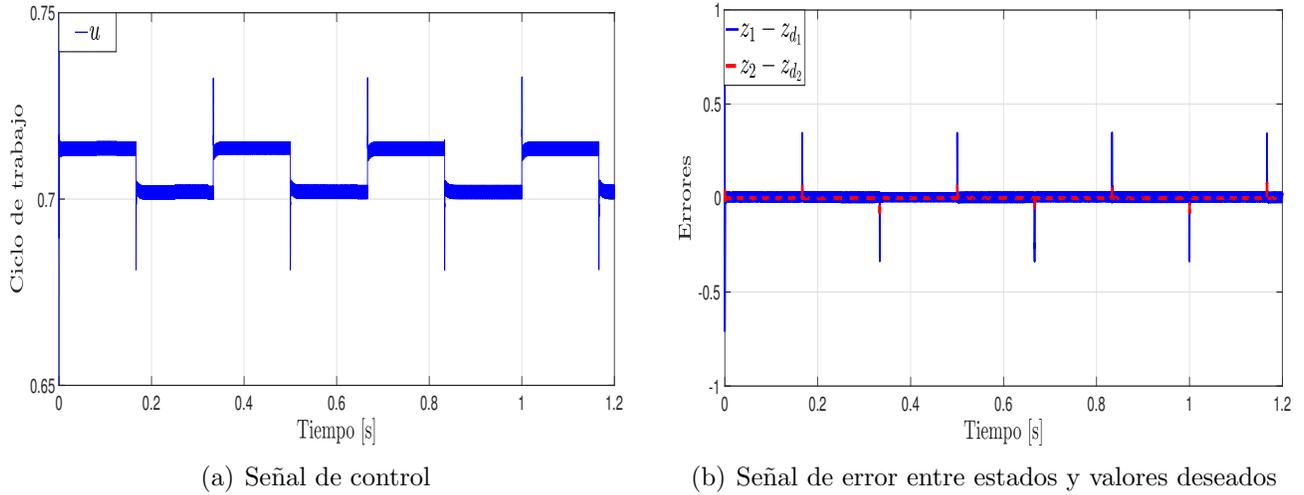


Figura 4.5: Control  $\mu$  y diferencia entre variables de estado y valores deseados usando *Simscape/Power Systems*.

## 4.2. Simulación del CBP con control PI, con incertidumbre en el CEDI sin aplicar EDI.

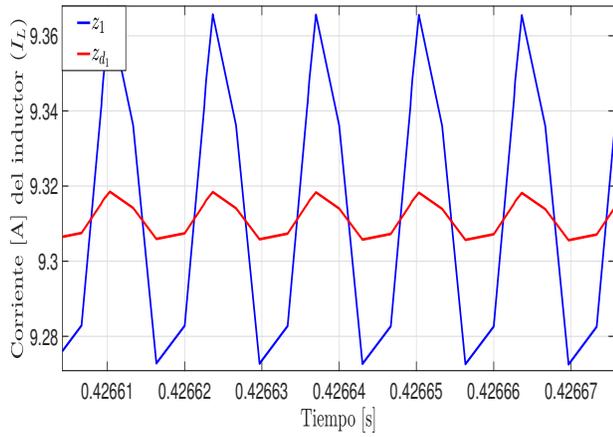
En la práctica, es importante tomar en cuenta que el sistema estará expuesto naturalmente a perturbaciones, en ese sentido, con el fin de perturbar el CEDI, se considera la existencia de resistencias parásitas en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , denotadas como  $r_{p1}$  y  $r_{p2}$ , cabe destacar que los inductores al ser de la misma inductancia, se considero que las resistencias parásitas sean iguales, por lo tanto el modelo queda de la siguiente manera:

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{2L} \left[ -(1 - \mu)z_2 + E(1 + \mu) - 2(r_p z_1) \right], \quad (4.1)$$

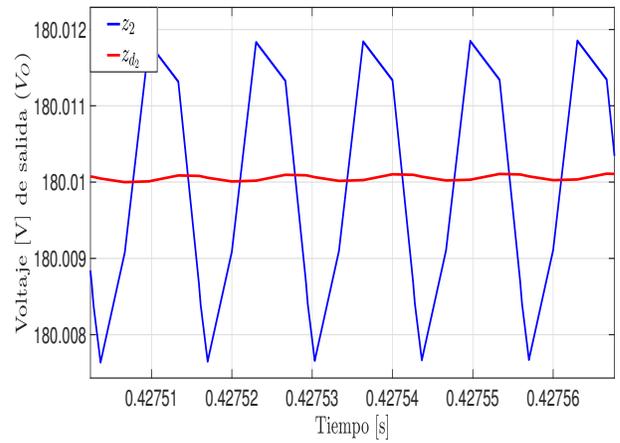
$$\dot{z}_2 = \frac{1}{C} \left[ (1 - \mu)z_1 - \frac{1}{R}z_2 + \delta_2 \right], \quad (4.2)$$

Donde el termino  $r_p L z_1$  y  $\delta_2$  representan perturbaciones al sistema debido a que el diseño del esquema de control no contempla estos términos y por lo tanto la estabilidad de las trayectorias se ven afectadas. A continuación se presentan resultados de simulación obtenidos.

En Figura 4.8 se muestran los estados de corriente y voltaje respectivamente en régimen permanente y se observa que debido a que el controlador no contempla los cambios de carga y resistencias parásitas, (Figura 4.9 (a)), no se logra una adecuada regulación de voltaje y no sigue correctamente la trayectoria de corriente.



(a) Corriente en el inductor



(b) Voltaje de salida

Figura 4.6: Acercamiento a variables de estado y deseados del CEDI + PI con EDI usando *Simscape/Power Systems*.

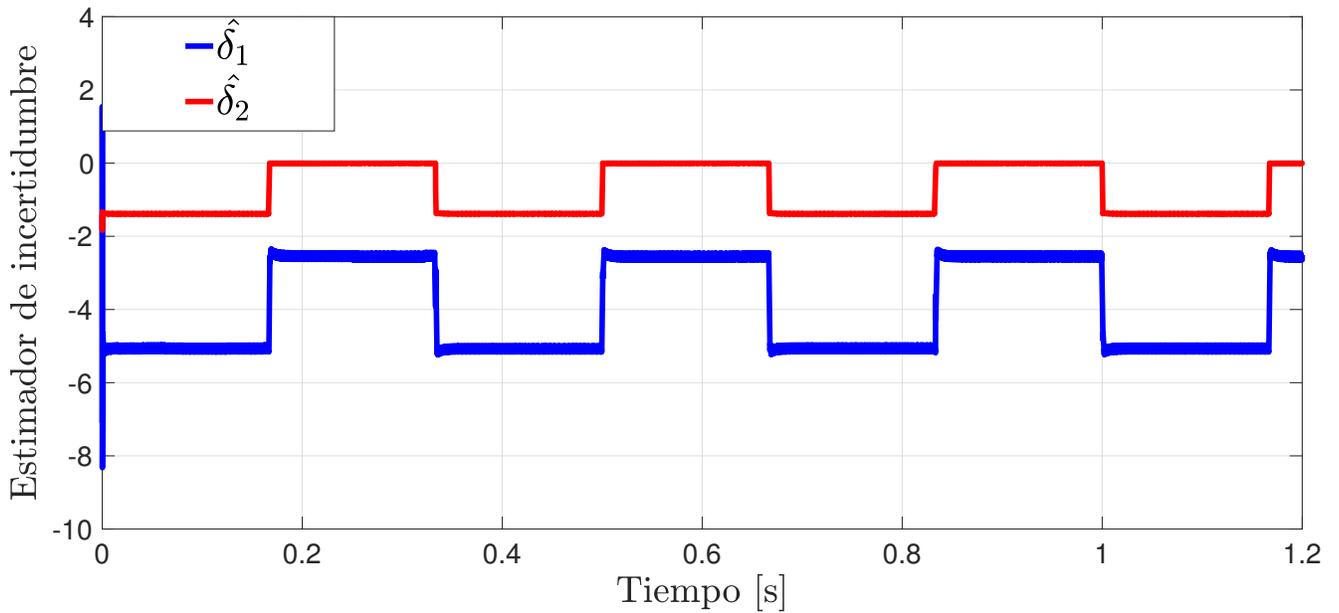
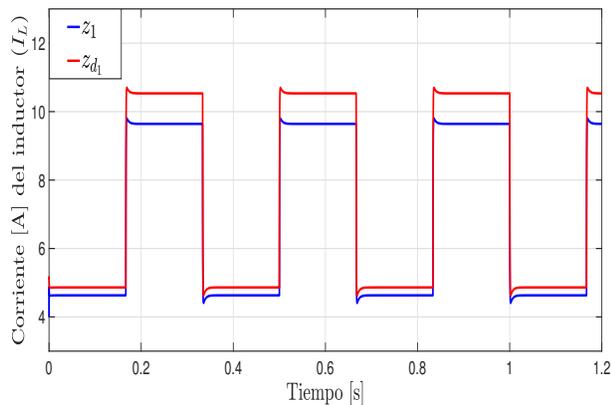
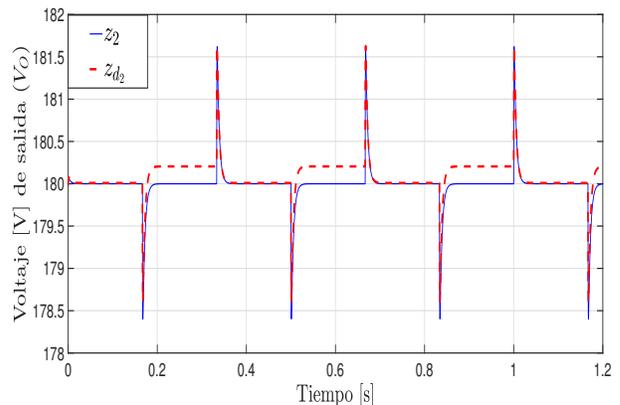


Figura 4.7: Estimación de incertidumbre  $\hat{\delta}_1$  y  $\hat{\delta}_2$  usando *Simscape/Power Systems*.



(a) Corriente en el inductor



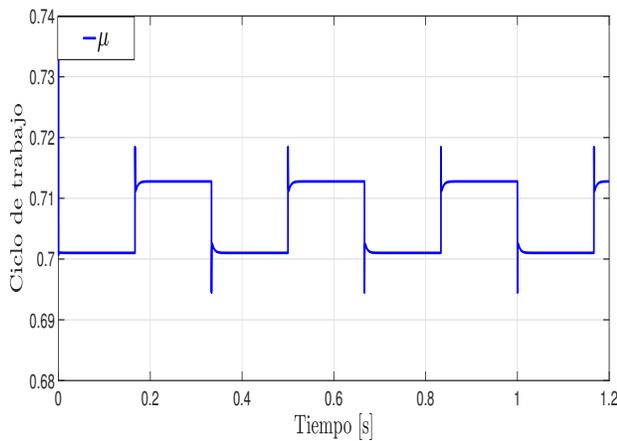
(b) Voltaje de salida

Figura 4.8: Variables de estado y deseados del CEDI + PI con incertidumbre.

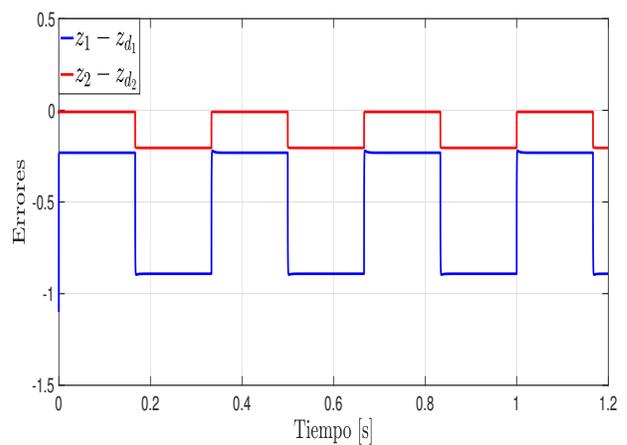
Se observa en Figura 4.9 (a) que la señal de control  $\mu$  se encuentra de los rangos establecidos, es decir,  $\mu \in (0, 1)$ . En Figura 4.9 se observa el error en régimen permanente que existe entre las variables de estado y los estados deseados, implica que las señales de error dadas como  $\tilde{z} = z - z_d$  no tiendan a cero, es decir,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \neq z_d(t).$$

Con lo anterior dicho no es posible asegurar la regulación del voltaje de salida del CEDI, por lo que no se cumple con el objetivo de control, ya que los estados del sistema manifiestan error en el régimen permanente, por lo tanto, resulta necesario un esquema de control pueda hacer frente a estas incertidumbres.



(a) Señal de control

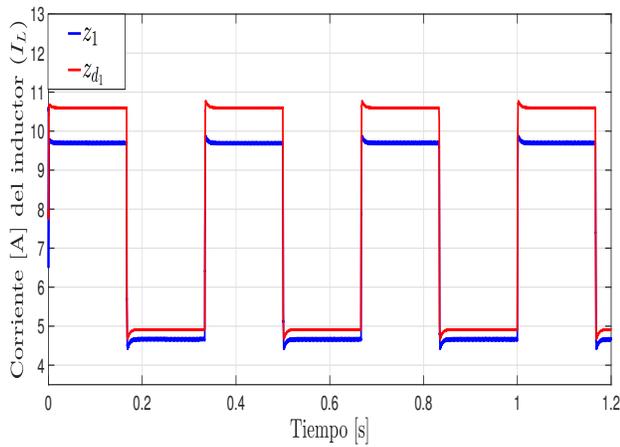


(b) Señal de error entre estados y valores deseados

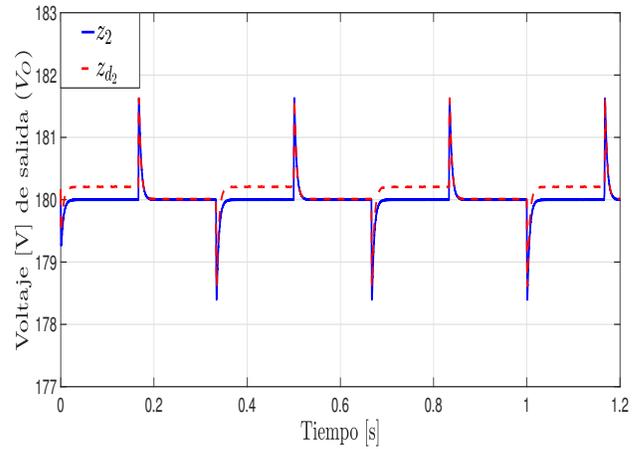
Figura 4.9: Control  $\mu$  y diferencia ente variables de estado y valores deseados.

A continuación se presentan los resultados de simulación al usar el software *Simscape/Power Systems* de *MATLAB/Simulink*. De igual manera que el caso anterior, se agregan resistencias parásitas en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ .

En Figura 4.10 es posible notar que no hay un correcto seguimiento de las variables de entrada a los valores deseados, esto debido a que el controlador (Figura 4.11 (a)) no tiene conocimiento de la incertidumbre, por lo que no se encuentra preparado para asumir los cambios en la resistencia y las resistencias parásitas en los inductores. De igual manera se observa en Figura 4.11 (b), al existir el error en régimen permanente, la diferencia entre las variables de estado y valores deseados no tiendan a cero, así no es posible asegurar la regulación del voltaje de salida del CEDI, por lo que no se cumple con el objetivo de control anteriormente propuesto.

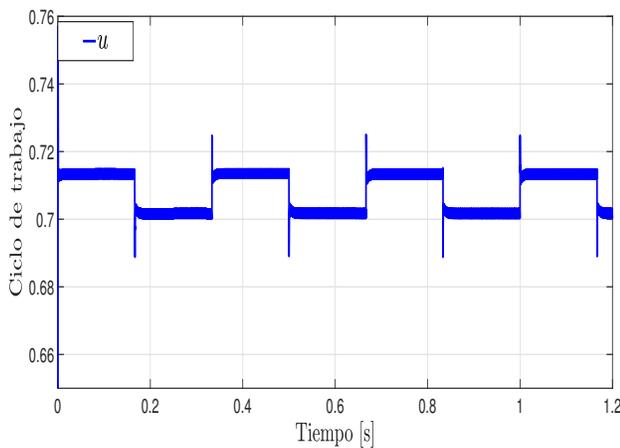


(a) Corriente en el inductor

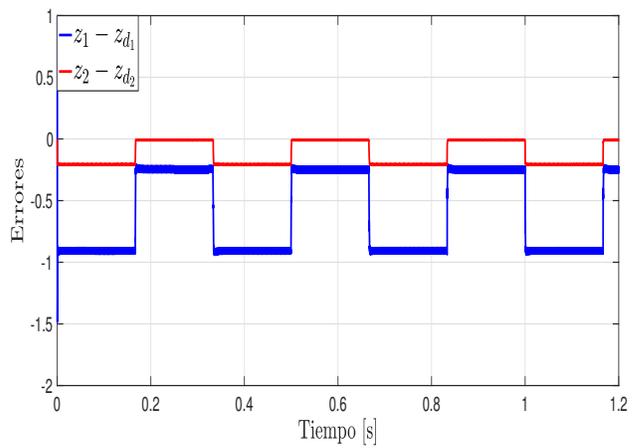


(b) Voltaje de salida

Figura 4.10: Variables de estado y deseados del CEDI + PI con incertidumbre usando *Simscape/Power Systems*.



(a) Señal de control



(b) Señal de error entre estados y valores deseados

Figura 4.11: Control  $\mu$  y diferencia entre variables de estado y valores deseados usando *Simscape/Power Systems*.

Los resultados de simulación obtenidos validan que el desempeño del CBP con PI sin considerar EDI con condiciones de incertidumbre en el CEDI, no generan un correcto comportamiento, por lo tanto, considerar un estimador de incertidumbre es fundamental gracias que al estimar la incertidumbre del sistema, el controlador puede hacer uso de estas para lograr un buen desempeño y lograr los objetivos de control.

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo futuro.

En este trabajo de tesis, se presentó un esquema de control derivado del método basado en pasividad, en donde, se logra la regulación del voltaje de salida del CEDI a través de dos lazos de retroalimentación. Un lazo interno para asegurar un correcto seguimiento de la corriente de referencia y un lazo externo de voltaje utilizado para generar la corriente de referencia adecuada y mejorar la rapidez de convergencia a los valores deseados, esto se logra al emplear una acción de control proporcional-integral. Para garantizar robustez, se hace uso de un estimador de incertidumbre basado en la teoría de inmersión e invarianza (I&I, por sus siglas en inglés) para estimar el valor de las resistencias parásitas y cambios de carga.

Debido a que el CEDI, presenta ciertas propiedades físicas, como la disipación de energía, fue posible formular un modelo matemático bajo el enfoque de sistemas E-L. Además, dicho modelo reveló en su estructura una propiedad de interconexión de las etapas que lo integran (antisimetría), lo cual resultó conveniente para la aplicación de la técnica de control basado en pasividad.

En este estudio, los resultados de simulación del sistema en lazo cerrado se dividen en dos partes:

- En la primera parte se consideró que el CEDI operaba en condiciones con incertidumbre, es decir, con cambios de carga y resistencias parásitas. En particular se consideró la existencia de una resistencia parásita en serie con los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , generando caídas de voltaje que no fueron contempladas en el modelo del sistema, pero si por el CBP. Haciendo uso de técnicas de control adaptable o robusto, en este caso, se optó por el desarrollo de un estimador de incertidumbre. El EDI permitió estimar las caídas de voltaje y los cambios en la resistencia de carga no modelados, para ser retroalimentadas al CBP, y de esta manera hacer frente a la incertidumbre paramétrica. Adicionalmente para mejorar el desempeño del controlador, se agregó un lazo externo de voltaje para generar una referencia de corriente adecuada, y así, mejorar la rapidez de convergencia a los estados deseados, lo anterior se logra al implementar una acción PI. Los resultados de simulación obtenidos muestran un comportamiento adecuado, ya que se cumplen los objetivos de seguimiento de las variables de estado a los estados deseados, lo que implica una correcta regulación del voltaje de salida.
- Para visualizar la importancia de la implementación de un estimador de incertidumbre, se realizan simulaciones numéricas sin aplicar el EDI. Esto con el fin de corroborar que si el CBP no es diseñado para hacer frente a la incertidumbre, es decir, el controlador no contempla los cambios de carga y las resistencias parásitas, se observa que los objetivos de seguimiento y

regulación no pueden ser logrados, por lo que existe un error entre las variables de estado y los estados deseados en régimen permanente. Además, debido a la acción proporcional del PI como lazo externo, se genera un lazo algebraico que es necesario resolver y como consecuencia, se requiere también realizar un análisis sobre los valores que puede tomar  $K_p$  para así, evitar que la ley de control se indetermina.

Cabe mencionar que las simulaciones fueron realizadas con el software *MATLAB/Simulink* utilizando de manera conjunta la herramienta *Simscape/Power Systems*, esto con el fin de obtener virtualmente una representación del circuito de un CEDI, gracias a esto, fue posible agregar cambios de carga y resistencias parásitas directamente en donde se requerían, para así, obtener resultados mas cercanos a la realidad.

Es importante observar que el interés central de este estudio radica en evaluar el desempeño de la técnica de control basado en pasividad aplicada al modelo promediado de un CEDI, a través de la simulación numérica y no del diseño del sistema. Por otra parte, se espera que este estudio sirva como base para posibles trabajos futuros, centrados en la implementación de controladores eficaces para el correcto manejo celdas de combustible, lo que fue una motivación para este trabajo.

## Trabajos futuro.

Los resultados mostrados en este trabajo de tesis, están basados en la implementación de un controlador no lineal basado en pasividad, el cual, en su conjunto no se encuentra reportado en la literatura, aun así, este estudio deja un camino para futuros trabajos y pruebas en el área, además de que los aportes de esta tesis solo se probaron mediante simulación numérica, por lo que, al validar el sistema de control de forma experimental en las próximas investigaciones, será posible comprobar el seguimiento y la regulación de voltaje al utilizar celdas de combustible. Lo anterior estimula el interés en lo siguiente:

- Validar el correcto funcionamiento del controlador ante incertidumbres en otros convertidores electrónicos, así como también, ante perturbaciones externas al sistema esto con el fin de validar el funcionamiento del EDI.
- Modificación del esquema de control considerando el modo de conducción discontinua de los convertidores de potencia (DCM, por sus siglas en inglés).
- Considerar el modelado de una celda de combustible y agregarla en el modelo promediado del CEDI, para posteriormente, este sea implementado en el CBP.
- El desarrollo de esquemas de control basado en pasividad, por ejemplo, a través del enfoque de Interconexión e inyección de amortiguamiento (IIA-CBP) y validarlo sobre el CEDI propuesto.
- Implementación del sistema, es decir, validar el sistema de control de forma experimental.

# Apéndice A

## Análisis tradicional del CEDI

### A.1. Modelo en ecuaciones diferenciales

De la Figura 3.1 se observa que el circuito puede operar de dos modos, como se considera en Figura 3.2. Las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica se obtienen de la aplicación directa de las leyes de Kirchhoff para cada una de las configuraciones (modos), al depender de la posición de los interruptores  $S_1$  y  $S_2$ .

#### 1. Modo ON

Para el circuito en este modo de operación, se tienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

Ley de voltaje de Kirchhoff

$$\begin{aligned} -E + v_L &= 0, \\ L \frac{di_L}{dt} &= E, \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L}E. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Al aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo “a” del circuito equivalente de la Figura (3.2) inciso a, se tiene,

Ley de corriente de Kirchhoff

$$\begin{aligned} -i_C - i_R &= 0, \\ i_C &= -\frac{v_O}{R}, \\ \frac{dv_C}{dt} &= -\frac{1}{RC}v_O. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Debido a que el capacitor se encuentra en paralelo con el resistor el voltaje en el capacitor  $v_C$  es igual al voltaje en el resistor  $v_O$ , por lo que,  $v_C = v_O$ , así (1.2) es la siguiente:

$$\frac{dv_O}{dt} = -\frac{v_O}{RC}. \tag{1.3}$$

Con (1.1) y (1.3) se obtienen la dinámica para el circuito en modo ON.

## 2. Modo OFF

Para el circuito en este modo de operación se tienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} &\underline{\text{Ley de voltaje de Kirchhoff}} \\ &-E + v_{L_1} + v_O + v_{L_2} = 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Debido a que los valores de inductancia de  $L_1$  y  $L_2$  son iguales, es decir,  $L_1 = L_2 = L$ . Con lo que es posible considerar lo siguiente:

$$v_{L_1} = v_{L_2} = v_L. \quad (1.5)$$

De (1.4) y (1.5) se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} -E + 2v_L + v_O &= 0, \\ -E + 2L \frac{di_L}{dt} + v_O &= 0, \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{2L}(-v_O + E). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Al aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo "a" del circuito equivalente de la Figura (3.2) inciso b, se tiene,

$$\begin{aligned} &\underline{\text{Ley de corriente de Kirchhoff}} \\ &i_L - i_C - i_R = 0, \\ &i_L - C \frac{dv_O}{dt} - \frac{v_O}{R} = 0, \\ &\frac{dv_O}{dt} = \frac{1}{C} \left( i_L - \frac{v_O}{R} \right). \end{aligned} \quad (1.7)$$

## A.2. Modelo Conmutado

De (1.1) y (1.3) para modo ON y (1.6) y (1.7) para modo OFF se obtiene el modelo dinámico unificado, que es el siguiente:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{2L} \left( -v_O(1-u) + E(1+u) \right), \quad (1.8)$$

$$\frac{dv_O}{dt} = \frac{1}{C} \left( i_L(1-u) - \frac{v_O}{R} \right). \quad (1.9)$$

La construcción de (1.8) y (1.9) se realiza al hacer una inspección a las ecuaciones para modo ON y para modo OFF. Donde  $u$  representa la posición de los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  que funcionan de manera síncrona, ( $u = 1$  para modo ON y  $u = 0$  para modo OFF). Dado que el valor de

$u \in \{0, 1\}$ , (1.8) y (1.9) representan el modelo conmutado del convertidor [12].

Debido a la naturaleza binaria de  $u$  este modelo presenta un rizo tanto en el voltaje de salida, como en la corriente de los inductores como se observa en Figuras A.1 y A.2 (línea azul), así (1.8) y (1.9) no son recomendables que sean usadas para propósitos de retroalimentación ya que el objetivo de esta tesis es controlar el comportamiento promedio del convertidor y el rizo se diseña a través de la selección de los parámetros del convertidor, del cual se hablará más adelante.

La representación matricial de (1.8) y (1.9) es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2L}(1-u) \\ \frac{1}{C}(1-u) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2L}(1+u) \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (1.10)$$

### A.3. Modelo Promediado

El modelo promedio puede ser representado por las componentes en CD de las variables de estado o por las funciones promedio. La función promedio de una señal periódica está definida como:

$$\langle f(t) \rangle_{cd} \triangleq \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(\tau) d\tau, \quad (1.11)$$

en donde  $T$  representa el periodo de conmutación. Al considerar (1.11), la corriente del inductor  $i_L$ , el voltaje de salida  $v_O$  y la señal de control conmutada  $u$  en (1.8) y (1.9) son representados por funciones promedio  $I_L$ ,  $V_O$  y  $U$  respectivamente, en donde  $U$  toma valores en el intervalo abierto (0,1). La cual actúa como una entrada de control al sistema y representa el ciclo de trabajo de circuito PWM (Modulación por ancho de pulso, Pulse-Width Modulation). Esto queda representado de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} I_L(t) \\ V_O(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle i_L(t) \rangle \\ \langle v_O(t) \rangle \\ \langle U(t) \rangle \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Este ciclo genera el tiempo en el cual los interruptores se encontrarán encendidos y apagados [16]. Por lo tanto, el modelo promediado del CEDI es descrito por las ecuaciones diferenciales siguientes:

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{2L} \left( -V_O(1-U) + E(1+U) \right), \quad (1.13)$$

$$\frac{dV_O}{dt} = \frac{1}{C} \left( I_L(1-U) - \frac{V_O}{R} \right). \quad (1.14)$$

En la Figura (A.1) y (A.2) es posible observar el comportamiento del modelo promediado, nótese que este comportamiento es libre de rizado de corriente y voltaje.

La representación matricial de (1.13) y (1.14) es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{V}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2L}(1-U) \\ \frac{1}{C}(1-U) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2L}(1+U) \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (1.15)$$

Como es posible notar en las ecuaciones para los dos modos de conmutación (Modo ON y OFF), estas son de tipo lineal y en las ecuaciones del modelo conmutado y promediado las variables  $u$  y  $U$  respectivamente, multiplican directamente a las variables de estado  $i_L$  y  $v_O$  para conmutado, e  $I_L$  y  $V_O$  para promediado, por lo tanto, estos modelos son considerados de tipo no lineal. A este fenómeno se le llama *bilinealidad*.

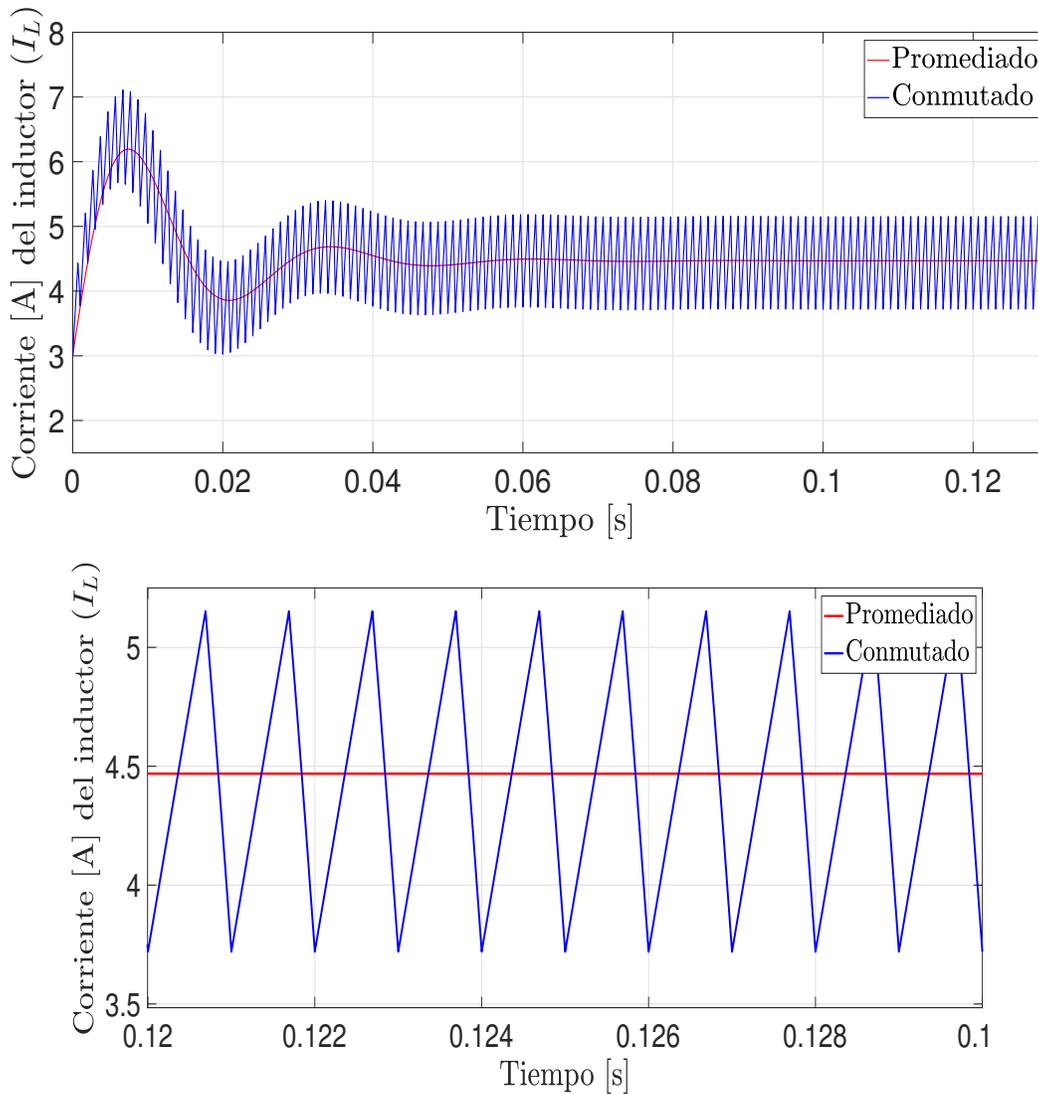


Figura A.1: Gráfica de la corriente de un inductor.

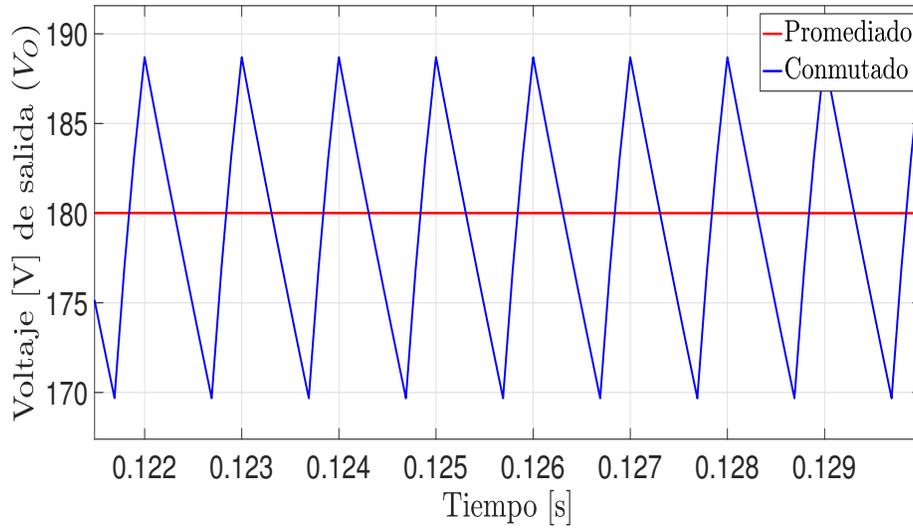
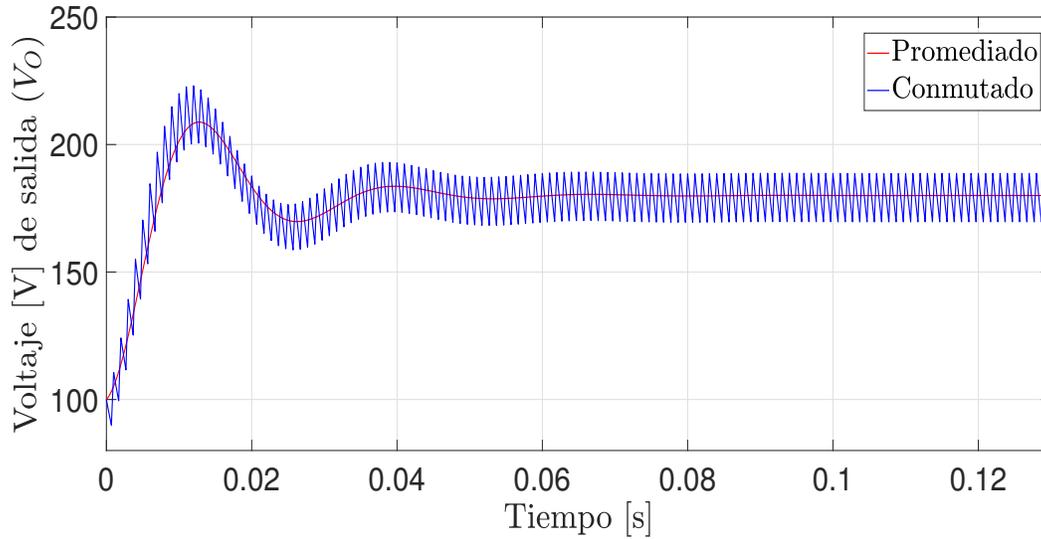


Figura A.2: Gráfica del voltaje en el capacitor.

## Puntos de Equilibrio

De (1.13) y (1.14) al igualar  $\dot{I}_L = 0$  y  $\dot{V}_O = 0$  se obtiene lo siguiente:

$$\bar{I}_L = \frac{E(1 + \bar{U})}{R(1 - \bar{U})^2}, \quad (1.16)$$

$$\bar{V}_O = \frac{E(1 + \bar{U})}{(1 - \bar{U})}, \quad (1.17)$$

donde  $\bar{I}_L$  y  $\bar{V}_O$  representan los puntos de equilibrio para la corriente en los inductores  $L_1$  y  $L_2$  y para el voltaje de salida en el capacitor  $C$  respectivamente. Como es posible notar, el punto de equilibrio de la corriente depende del valor de la carga  $R$ , cabe mencionar que este en la práctica no es un valor enteramente conocido, solo se tiene un valor nominal el cual no se puede modificar, por lo tanto, no es posible conocer con exactitud el punto de equilibrio de la corriente.

## A.4. Modelo Promediado Lineal (Linealización)

En esta sección, se realiza un estudio al modelo promediado visto en (1.13) y (1.14), se aproxima el sistema no lineal del CEDI a un sistema lineal, con el fin de hacer un análisis de estabilidad local alrededor de un punto de operación. Los puntos fijos para este estudio son los puntos de equilibrio, vistos en la sección anterior.

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= \frac{1}{2L} \left( -V_O(1-U) + E(1+U) \right) = F_1(V_O, U), \\ \frac{dV_O}{dt} &= \frac{1}{C} \left( I_L(1-U) - \frac{V_O}{R} \right) = F_2(I_L, V_O, U),\end{aligned}\tag{1.18}$$

las funciones  $F_1$  y  $F_2$  se derivan con respecto a las variables de estado  $I_L$  y  $V_O$ , así como también con respecto a la variable  $U$ , se considera lo siguiente:

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\substack{x = \bar{x} \\ U = \bar{U}}}, \quad B = \left. \frac{\partial F}{\partial U} \right|_{\substack{x = \bar{x} \\ U = \bar{U}}},$$

donde

$$F = [F_1 \quad F_2]^\top, \quad x = [I_L \quad V_O]^\top, \quad \bar{x} = [\bar{I}_L \quad \bar{V}_O]^\top$$

La variable  $U$  actúa como la entrada de control al sistema y representan el ciclo del trabajo del PWM, por tanto, el valor de  $\bar{U}$  es el ciclo de trabajo fijo elegido por el usuario en base a las especificaciones de voltaje de salida en el capacitor  $C$  y corriente en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ .

A continuación se presentan las matrices  $A$  y  $B$  que representan el sistema linealizado, evaluado en los puntos de equilibrio (1.16) y (1.17). La representación matricial de  $A$  y  $B$  es la siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2L}(1-\bar{U}) \\ \frac{1}{C}(1-\bar{U}) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},\tag{1.19}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{E+\bar{V}_O}{2L} \\ -\frac{\bar{V}_O^2}{(1+\bar{U})REC} \end{bmatrix}.\tag{1.20}$$

Se realiza directamente la sustitución del valor de  $\bar{I}_L$  obtenido en (1.16), así, es posible obtener la matriz  $B$  en función del voltaje de salida  $\bar{V}_O$ . Al considerar que  $\tilde{x} = [\tilde{I}_L, \tilde{V}_O]^\top$ , se obtiene la representación la representación matricial que incluyen las matrices  $A$  y  $B$  es la siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + B\tilde{U}, \\ y &= C\tilde{x} + D\tilde{U},\end{aligned}\tag{1.21}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{I}}_L \\ \dot{\tilde{V}}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2L}(1-\bar{U}) \\ \frac{1}{C}(1-\bar{U}) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_L \\ \tilde{V}_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E+\bar{V}_O}{2L} \\ -\frac{\bar{V}_O^2}{(1+\bar{U})REC} \end{bmatrix} \tilde{U}. \quad (1.22)$$

Donde  $y$  describe la salida del sistema y además:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.23)$$

La matriz  $C$  representa la salidas que se tienen para este sistema y la matriz  $D$  representa la porción de la entrada que llega directamente a la salida sin pasar por la dinámica, que en este caso es un vector cero.

En (1.22) se muestra el modelo lineal invariante en el tiempo que representa la dinámica del convertidor alrededor del punto de equilibrio  $(\bar{I}_L, \bar{V}_O)$ , en otras palabras, se obtiene un sistema de referencia donde el origen se encuentran en los punto de equilibrio  $(\bar{I}_L, \bar{V}_O)$ . Por lo tanto, es posible establecer las siguientes expresiones que describen la relación entre el modelo no lineal y lineal promediado.

$$I_L \approx \bar{I}_L + \tilde{I}_L, \quad (1.24)$$

$$V_O \approx \bar{V}_O + \tilde{V}_O, \quad (1.25)$$

$$U \approx \bar{U} + \tilde{U}. \quad (1.26)$$

## A.5. Funciones de Transferencia

Con la obtención del modelo promediado lineal a través de la linealización, es posible obtener las funciones de transferencia que describen el comportamiento de las señales  $\tilde{I}_L$  y  $\tilde{V}_O$  con respecto a la señal de control  $\tilde{U}$ . Para esto, con las matrices previamente calculadas ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ ) se procede a realizar los pasos algebraicos correspondientes a través de la siguiente formula:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D. \quad (1.27)$$

Se hacen las sustituciones pertinentes, así se tiene lo siguiente:

$$G(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left( s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2L}(1-\bar{U}) \\ \frac{1}{C}(1-\bar{U}) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{E+\bar{V}_O}{2L} \\ -\frac{\bar{V}_O^2}{(1+\bar{U})REC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Se realizan las reducciones y se obtiene,

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{b_1+b_2} & -\frac{a_2}{b_1+b_2} \\ \frac{a_3}{b_1+b_2} & \frac{a_4}{b_1+b_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{E+\bar{V}_O}{2L} \\ -\frac{\bar{V}_O^2}{(1+\bar{U})REC} \end{bmatrix}, \quad (1.28)$$

donde

$$\begin{aligned}
a_1 &= 2Ls \\
a_2 &= CR(1 + \bar{U}) \\
a_3 &= 2LR(1 - \bar{U}) \\
a_4 &= 2LCRs
\end{aligned} \tag{1.29}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= 2Ls^2 \\
b_2 &= R(1 + \bar{U})(1 - \bar{U})
\end{aligned}$$

Al seguir con el desarrollo de (1.28) se obtiene,

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{CR(E + \bar{V}_O)s + \bar{I}_L R(1 - \bar{U}) + \bar{V}_O + E}{(2RLC)s^2 + (2L)s + \bar{U}^2 R - 2RU} \\ \frac{(-2LR\bar{I}_L)s - R(-\bar{V}_O)(1 + \bar{U}) - E(1 - \bar{U})}{(2RLC)s^2 + (2L)s + \bar{U}^2 R - 2RU} \end{bmatrix}, \tag{1.30}$$

donde el vector  $G(s)$  muestra a la salida  $\tilde{I}_L$  con respecto a la entrada  $\tilde{U}$ , así como a la salida  $\tilde{V}_O$  con respecto a la entrada  $\tilde{U}$ , lo que puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\frac{\tilde{I}_L}{\tilde{U}} = \frac{CR(E + \bar{V}_O)s + \bar{I}_L R(1 - \bar{U}) + \bar{V}_O + E}{(2RLC)s^2 + (2L)s + R(1 + \bar{U}^2 - 2\bar{U})}, \tag{1.31}$$

$$\frac{\tilde{V}_O}{\tilde{U}} = \frac{(-2LR\bar{I}_L)s - R(-\bar{V}_O)(1 + \bar{U}) - E(1 - \bar{U})}{(2RLC)s^2 + (2L)s + R(1 + \bar{U}^2 - 2\bar{U})}. \tag{1.32}$$

Se observa que la función de transferencia (1.31) es de **fase mínima**, al analizar que el cero en el numerador es negativo, lo que implica que este se encuentre del lado izquierdo del semiplano complejo; al contrario con la función de transferencia (1.32), esta al ser de **fase no mínima** el cero es positivo, por lo que este se encuentra en el semiplano complejo derecho.

## A.6. Parámetros de Diseño.

La obtención de los valores de inductancia  $L_1$  y  $L_2$  y capacitancia  $C$  son necesarios para diseñar el rizo de corriente en el inductor  $\Delta_{I_L}$  y el rizo de voltaje en el capacitor  $\Delta_{V_C}$ , de acuerdo con el flujo de corriente y voltaje en los inductores  $L_1$ ,  $L_2$  y el capacitor  $C$  respectivamente. El conocimiento de los valores de rizo es importante para un correcto funcionamiento en cuanto a los requerimientos de diseño se propongan, el cual se presenta de manera resumida a continuación. Nótese que en la operación de convertidores electrónicos de potencia existen dos modos de operación: modo continuo y discontinuo de operación. En modo continuo (MCC) los inductores no se descargan completamente al final del ciclo de conmutación, a diferencia del modo discontinuo (MDC), donde la corriente a través de los inductores cae a cero durante el periodo de descarga. A continuación se presenta un análisis en MCC.

### A.6.1. Modo continuo de conducción

**Intervalo**  $[t_0, t_1]$

Durante este intervalo los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  se encuentran activados, lo que lleva al modelo de la Figura 3.2 inciso (a), la cual describe que los inductores se encuentran conectados en paralelo

con la fuente, lo que a su vez, la energía almacenada en el capacitor ( $C$ ) es liberada hacia la carga  $R$ . Con el análisis de la ley de voltajes de Kirchhoff aplicada en (1.1), se considera al valor de  $V_L$  en el equilibrio, así, se obtiene lo siguiente.

$$V_L = E, \quad (1.33)$$

$$L \frac{di}{dt} = E, \quad (1.34)$$

donde (1.34) representa el cambio de la corriente que tiene una pendiente positiva (al considerar al inductor como ideal) desde  $I_1$  a  $I_2$  visto en Figura A.3, donde estos valores representan el pico de corriente mínima y máxima respectivamente. De (1.34) se tiene lo siguiente:

$$L \frac{I_2 - I_1}{dt} = E, \quad (1.35)$$

$$L \frac{\Delta I_L}{t_{on}} = E. \quad (1.36)$$

Al despejar  $t_{on}$  se obtiene:

$$t_{on} = L \frac{\Delta I_L}{E}, \quad (1.37)$$

donde  $t_{on}$  representa el intervalo en el que los interruptores se encuentran activados. (Figura 3.2 inciso (a))

### Intervalo $[t_1, t_2]$

Durante este intervalo los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  se encuentran desactivados, lo que conlleva al modelo de la Figura 3.2 inciso (b), la cual describe que los inductores se encuentran conectados en serie, por lo cual la energía es transferida al capacitor  $C$  y la resistencia  $R$ . Al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff vista en (1.4), con los voltajes en los inductores  $V_{L_1}$ ,  $V_{L_2}$  y el voltaje de salida  $V_O$  en el equilibrio, se obtiene lo siguiente:

$$-E + \bar{V}_{L_1} + \bar{V}_O + \bar{V}_{L_2} = 0. \quad (1.38)$$

Se sigue de (1.6),

$$\bar{V}_L = \frac{-(\bar{V}_O + E)}{2}, \quad (1.39)$$

$$L \frac{di}{dt} = \frac{-(\bar{V}_O + E)}{2}, \quad (1.40)$$

donde (1.40) representa el cambio de corriente que tiene una pendiente negativa desde  $I_2$  a  $I_1$  visto en Figura A.3, por tanto,

$$-L \frac{I_2 - I_1}{dt} = -\frac{\bar{V}_O - E}{2} \quad (1.41)$$

$$-L \frac{I_2 - I_1}{t_{off}} = -\frac{\bar{V}_O - E}{2}. \quad (1.42)$$

Al despejar  $t_{off}$  de la expresión anterior.

$$t_{off} = \frac{2L\Delta_{I_L}}{\bar{V}_O - E}, \quad (1.43)$$

donde  $t_{off}$  representa el intervalo en el que los interruptores se encuentra desactivados. (Figura 3.2 inciso (b)).

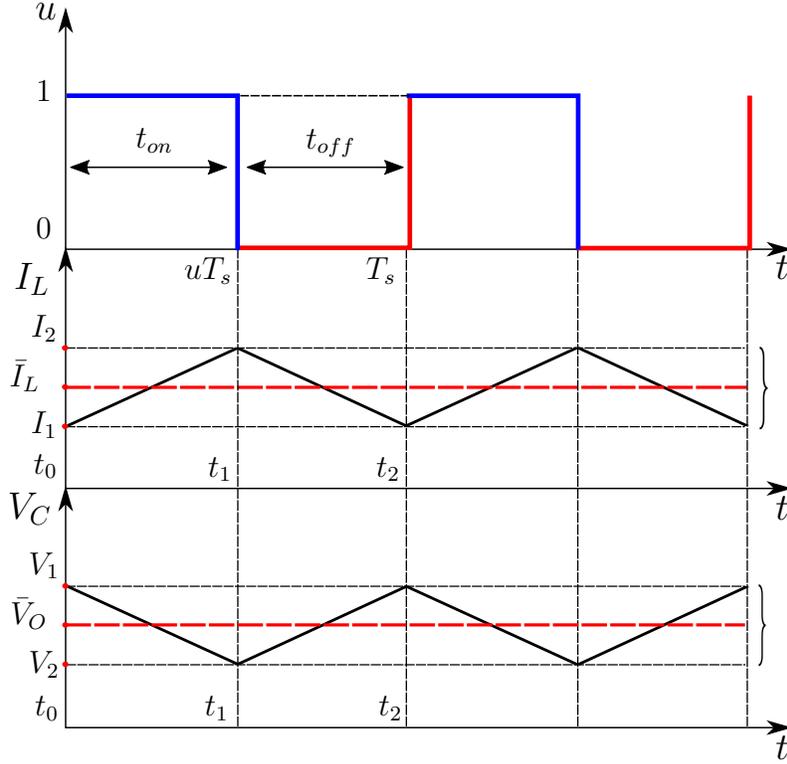


Figura A.3: Señal de conmutación  $u$ , rizo de corriente en inductores  $L_1$ ,  $L_2$  y rizo de voltaje en capacitor  $C$ .

### A.6.2. Rizo de corriente

Dado que el periodo de conmutación  $T_s$  (Figura 3.3) está definido como la suma de los periodos  $t_{on}$  y  $t_{off}$ , es decir,

$$T_s = t_{on} + t_{off}. \quad (1.44)$$

Se sustituye los valor de  $t_{on}$  y  $t_{off}$  definidos anteriormente en (1.37) y (1.43),

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L}(\bar{V}_O - E) + E(2L\Delta_{I_L})}{E(\bar{V}_O - E)} \quad (1.45)$$

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L}\bar{V}_O + \Delta_{I_L}E}{E(\bar{V}_O - E)} \quad (1.46)$$

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L}\bar{V}_O + E}{E(\bar{V}_O - E)}. \quad (1.47)$$

Se toma el valor de  $\bar{V}_O$  en el equilibrio de (1.17) y se aplica a (1.47), al resolver se obtiene,

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L} \left( E \left( \frac{1+\bar{U}}{1-\bar{U}} \right) + E \right)}{E \left( E \left( \frac{1+\bar{U}}{1-\bar{U}} \right) - E \right)}, \quad (1.48)$$

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L} \left( \frac{2E}{1-\bar{U}} \right)}{E \left( \frac{2\bar{U}E}{1-\bar{U}} \right)}, \quad (1.49)$$

$$T_s = \frac{2EL\Delta_{I_L}}{2\bar{U}E^2}, \quad (1.50)$$

$$T_s = \frac{L\Delta_{I_L}}{E\bar{U}}. \quad (1.51)$$

Dado que  $T_s$  representa el periodo de conmutación se tiene que,

$$T_s = \frac{1}{f_s}. \quad (1.52)$$

Al aplicar (1.52) en (1.51), se despeja  $\Delta_{I_L}$ , por tanto se obtiene,

$$\Delta_{I_L} = \frac{E\bar{U}}{Lf_s}. \quad (1.53)$$

Nótese que el rizo de corriente puede ser reducido si se aumenta la inductancia  $L$  o si se incrementa la frecuencia de conmutación  $f_s$ .

### A.6.3. Rizo de voltaje

Para la obtención de el rizo de voltaje en el capacitor, se observa en Figura 3.2 inciso (a) que en el tiempo  $t_{on}$ , la corriente del capacitor fluye hacia la carga, así, el valor promedio de la corriente es igual al valor promedio de la corriente de carga ( $\bar{I}_C = \bar{I}_O$ ).

El rizo de voltaje de salida puede ser calculado a partir de la operación del convertidor en MCC, como se muestra en Figura A.3. En esta es posible ver que cuando el ciclo de trabajo se encuentra en  $t_{off}$  la corriente en el inductor aumenta de  $I_1$  a  $I_2$ , entonces el capacitor es descargado de  $V_1$  a  $V_2$  y cuando el ciclo de trabajo se encuentra en  $t_{on}$  la corriente del inductor disminuye de  $I_2$  a  $I_1$ , entonces el capacitor es cargado. Se asume que la componente del rizo de  $I_L$  fluye a través del capacitor como una corriente  $I_C$ , es así como resulta un pequeño rizo de voltaje en  $V_O$ . Por tanto al seguir análisis de [17] se tiene que el valor del rizo de voltaje en el capacitor es calculado como se indica a continuación:

Al aplica el balance amperio - segundo se obtiene lo siguiente:

$$\bar{I}_C = C \frac{dV_C}{dt}, \quad (1.54)$$

$$\bar{I}_C \cdot dt = C \cdot dV_C, \quad (1.55)$$

$$\int_0^{t_{on}} I_C \cdot dt = C \int_0^{t_{on}} dV_C, \quad (1.56)$$

$$\frac{1}{C} \int_0^{t_{on}} I_C \cdot dt = [V_2 - V_1], \quad (1.57)$$

donde  $V_1$  y  $V_2$  representan de acuerdo a la Figura A.3, el voltaje máximo y mínimo respectivamente en estado estable. Así, se determina que  $\Delta_{V_C} = V_2 - V_1$ . De (1.57) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta_{V_C} &= \frac{1}{C} \int_0^{t_{on}} I_C \cdot dt, \\ \Delta_{V_C} &= \frac{1}{C} [I_O(t_{on}) - I_O(0)], \\ \Delta_{V_C} &= \frac{I_O t_{on}}{C}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

De (1.37) y al sustituir el valor de  $\Delta_{I_L}$ , de (1.53) se obtiene lo siguiente:

$$t_{on} = \frac{L \left( \frac{E\bar{U}}{L f_s} \right)}{E}, \quad (1.59)$$

$$t_{on} = \frac{\bar{U}}{f_s}. \quad (1.60)$$

Al aplicar (1.60) en (1.58) se obtiene:

$$\Delta_{V_C} = \frac{I_O \bar{U}}{C f_s}. \quad (1.61)$$

Nótese que el rizo de voltaje puede ser reducido si se aumenta la capacitancia  $C$  o si se incrementa la frecuencia de conmutación  $f_s$ .

#### A.6.4. Inductancia y capacitancia mínima

Con los valores de  $\Delta_{I_L}$  y  $\Delta_{V_C}$  obtenidos se procede a determinar los valores de  $L_{min}$  y  $C_{min}$ , esto de acuerdo con el modo continuo de conducción en el cual los valores de rizo de voltaje y de corriente no pasan por cero (véase Figura A.3). Estos valores representan la inductancia y capacitancia mínima que se necesita para que el convertidor propuesto se encuentre en modo continuo de conducción.

De la Figura A.3 se obtiene lo siguiente,

$$\bar{I}_L - \frac{\Delta_{I_L}}{2} > 0, \quad (1.62)$$

al sustituir el valor de  $\bar{I}_L$  de (1.16), posteriormente el valor de  $\Delta_{I_L}$  de (1.53) y por último el valor de  $\bar{V}_O$  en (1.17), se resuelve y despeja para  $L$  se obtiene:

$$\frac{\bar{V}_O}{R(1-\bar{U})} - \frac{E\bar{U}}{2LF} > 0, \quad (1.63)$$

$$L > \frac{E\bar{U}R(1-\bar{U})}{2F\bar{V}_O}, \quad (1.64)$$

$$L > \frac{E\bar{U}R(1-\bar{U})}{2F \left( \frac{E(1+\bar{U})}{(1-\bar{U})} \right)}, \quad (1.65)$$

$$L > \underbrace{\frac{UR(1-\bar{U})^2}{2F(1+\bar{U})}}_{L_{min}}. \quad (1.66)$$

De la Figura A.3 se obtiene lo siguiente:

$$\bar{V}_O - \frac{\Delta_{V_C}}{2} > 0. \quad (1.67)$$

al sustituir el valor de  $\bar{V}_O$  de (1.17), el valor de  $\Delta_{V_C}$  de (1.61) y por último se resuelve y despeja para  $C$ , así, se llega a lo siguiente:

$$\frac{E(1+\bar{U})}{(1-\bar{U})} - \frac{I_O\bar{U}}{Cf_s} > 0, \quad (1.68)$$

$$C > \frac{I_O\bar{U}(1-\bar{U})}{2Ef_s(1+\bar{U})}. \quad (1.69)$$

Al sustituir el valor de  $I_O$  que representa la corriente en la resistencia  $R$ , por ley de Ohm  $I_O = \frac{\bar{V}_O}{R}$  se obtiene:

$$C > \underbrace{\frac{\bar{U}}{2Rf_s}}_{C_{min}}. \quad (1.70)$$

En este apéndice, se abordó el modelado de cada una de las etapas que integran el CEDI, bajo el enfoque tradicional, es decir, usando las leyes de Kirchhoff y además se analizaron los parámetros de diseño en consideración al rizo de corriente y voltaje; así como también, la inductancia y capacitancia mínima para su correcto funcionamiento.



# Bibliografía

- [1] R. Erickson, *Fundamentals of power electronics* Ed. Chapman & Hall, 1997.
- [2] R. Redl and N. O. Sokal, *Current mode control, five different types, used with the three basic classes of power converter: small signal ac large-signal DC characterization, stability requirements, and implementation of practical circuits* PESC 85, Record, pp. 771-785
- [3] Romeo Ortega, Antonio Loría, Per Johan Nicklasson, and Hebertt Sira-Ramirez, *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*, 1998.
- [4] Romeo Ortega and Universitk De Compikgne, *Passivity-Based Controllers for the Stabilization of DC-to-DC Power Converters - Decision and Control*, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference on. (December):0-5, 1995.
- [5] Lung-Sheng Yang, Tsorng-Juu Liang, Member, IEEE, and Jiann-Fuh Chen, Member, IEEE, *Transformerless DC-DC Converters With High Step-Up Voltage Gain*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, No. 8, August 2009.
- [6] L. H. Diaz-Saldierna, D. Langarica-Cordoba, J. Leyva-Ramos, Member, IEEE and J. A. Morales Saldaña, *Dynamical Modeling for a Fuel-Cell Based Power Generation System*, IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA), October 2016.
- [7] Mustafa Alrayah Hassan, Tianhang Li, Chenyang Duan, Song Chi, and Er Ping Li, *Stabilization of DC-DC buck power converter feeding a mixed load using passivity-based control with nonlinear disturbance observer*. 2017 IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration, EI2 2017 - Proceedings, 2018-January:1-6, 2018.
- [8] Wen-Hua Chen, D.J. Ballance, P.J. Gawthrop, J.J. Gribble, and J. O'Reilly, *A nonlinear disturbance observer for two link robotic manipulators*. Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.99CH36304), 4(4):3410-3415, 2000.
- [9] Alessandro Astolfi and Romeo Ortega, *Immersion and Invariance: A New Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems*. IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 48, No. 4, April 2003
- [10] Yuz A. Zúñiga-Ventura, Diego Langarica-Córdoba, Jesús Leyva-Ramos, Luis H. Díaz-Saldierna and Victor M. Ramírez-Rivera, *Adaptive Backstepping Control for a Fuel Cell/Boost Converter System* IEEE Journal of emerging and selected topics in power electronics, Vol. 6, No. 2, June 2018
- [11] Rogelio Lozano, Bernard Brogliato, Olav Egeland, and Bernhard Maschke. *Dissipative Systems Analysis and Control*. 2000

- [12] Hebertt Sira-Ramirez and Ramón Silva-Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. 2006.
- [13] José R. Espinoza *Apuntes - Síntesis de sistemas de control* 8va, edición, Febrero 2008.
- [14] José R. Espinoza *Apuntes - Control Automatico* 8va, edición, Febrero 2006.
- [15] José R. Espinoza *Apuntes - Introducción al análisis de sistemas no-lineales* 8va, edición, Agosto 2008.
- [16] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega, and E. Mendes, *An adaptive passivity-based controller for a unity power factor rectifier*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 9(4):637-643, 2001.
- [17] Simon Ang and Alejandro Oliva, *Power-Switching Converters*, Second Edition. 2005.
- [18] PE Wellstead, *Introduction to physical system modeling*, 2000.
- [19] Richard M Murray, Zexiang Li, and S Shankar Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, volume 29. 1994.
- [20] Arteaga Orosco Maria Isabel, *Control no lineal de convertidores conmutados CC/CC: Análisis de prestaciones y verificación experimental Master's thesis*, Universidad Politécnica de Cataluña, 2006.
- [21] A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega, *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*, Science & Business Media, 2007.
- [22] A. J. van der Shaf,  *$L_2$ -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Lectures Notes in Control and Information Science 218, Springer 1996.
- [23] J Scherpen. *Lagrangian modeling and control of switching networks with integrated coupled magnetics*. *Decision and Control*, pages 4054-4059, 2000.
- [24] Rogelio Lozano, Bernard Brogliato, Olav Egeland and Bernard Maschke. *Dissipative Systems Analysis and Control*, 2000.
- [25] R. Sanders and G. C. Verghese, *Lyapunov-Based control for Switches Power Converts*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 7, No 1, pp. 17-24, January 1992.
- [26] Romeo Ortega, Gerardo Espinosa-Pérez, and Alessandro Astolfi *Passivity based control of AC drives: Theory for the user and application examples*. *Internacional Journal of Control*, 86(4):625-635, 2013.
- [27] D. Langarica-Córdoba, R. Ortega, and D. Casagrande, *Transient stabilization of multimachine power systems: Towards a global decentralized solution* Eur. J. Control, vol. 26, pp. 44-52, 2015.
- [28] H.Khalil. *Nonlinear Systems*, vol 122, 2002
- [29] Shahram Tafazoli, Clarence W. De Silva, and Peter D. Lawrence. *Tracking control of an electrohydraulic manipulator in the presence of friction*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 6(3):401-411, 1998.

- [30] Young Ik Son and In Hyuk Kim. Complementary PID controller to passivity-based nonlinear control of boost converters with inductor resistance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 20(3):826-834, 2012.
- [31] Diego Langarica Cordoba, Jesus Leyva-Ramos, Luis H. Diaz-Saldierna, Victor M. Ramirez Rivera. *Non-linear current-mode control for boost power converters: a dynamic backstepping approach* IET Control Theory and Applications, Volume 11, Issue 14, 22 September 2017, pp. 2261-2269
- [32] D. Langarica-Córdoba and R. Ortega, *An observer-based scheme for decentralized stabilization of large-scale systems with application to power systems*, *Asian J. Control*, vol. 17, no. 1, pp. 124-132, 2015.